

С.Э.ФРИШ и А.В.ТИМОРЕВА

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ТОМ
III

ФИЗМАТГИЗ • 1962

С. Э. ФРИШ и А. В. ТИМОРЕВА

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ТОМ III

**ОПТИКА
АТОМНАЯ ФИЗИКА**

**ИЗДАНИЕ СЕДЬМОЕ,
ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ**

*Допущено Министерством высшего и среднего специального
образования РСФСР в качестве учебного пособия для
университетов*



**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА • 1962 • ЛЕНИНГРАД**

530.1
Ф90

Фриш Сергей Эдуардович и Тиморева Александра Васильевна

Курс общей физики, том III
Л., Физматгиз, 1962 г., 644 стр. с илл.

Редактор *Л. И. Орлова*

Техн. редактор *А. А. Лукьянов*

Корректор *Л. А. Любавич*

Сдано в набор 2/II 1962 г. Подписано к печати 26/IV 1962 г. Бумага 60×90¹/₁₆.
Физ. печ. л. 40,25. Усл. печ. л. 40,25. Уч.-изд. л. 42,22. Т-04746.
Тираж 75 000 экз. Цена 1 р. 37 к. Заказ № 155.

Государственное издательство физико-математической литературы.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Типография № 2 им. Евг. Соколовой УПП Ленсовнархоза.
Ленинград, Измайловский пр., 29.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЧАСТЬ СЕДЬМАЯ

ОПТИКА

Глава XXII. Основные свойства света	7
§ 250. Введение	7
§ 251. Законы отражения и преломления света	13
§ 252. Полное внутреннее отражение	18
§ 253. Принцип Ферма	21
§ 254. Измерения скорости света	25
§ 255. Волновая теория света. Принцип Гюйгенса	32
§ 256. Интерференция света	36
§ 257. Образование стоячих волн	40
§ 258. Поляризация света	42
§ 259. Электромагнитная теория света	45
§ 260. Энергия и количество движения светового потока. Световое давление	50
Глава XXIII. Интерференция и дифракция света	55
§ 261. Методы наблюдения интерференции света	55
§ 262. Интерференция при отражении от прозрачной пластины	59
§ 263. Применение явлений интерференции	68
§ 264. Интерферометры и их применение	71
§ 265. Интерференционная метрология	75
§ 266. Принцип Гюйгенса — Френеля	80
§ 267. Графическое сложение амплитуд	87
§ 268. Дифракция от непрозрачных преград	91
§ 269. Дифракция в параллельных лучах	99
§ 270. Дифракция от многих щелей. Дифракционная решетка	105
§ 271. Дисперсия и разрешающая сила дифракционной решетки	111
§ 272. Спектроскопия высокой разрешающей силы	116
§ 273. Дифракция от многомерной решетки	121
§ 274. Спектроскопия рентгеновых лучей и рентгеноструктурный анализ	126
Глава XXIV. Прохождение света через изотропные вещества и их границы	133
§ 275. Взаимодействие света с веществом	133
§ 276. Поглощение света	134
§ 277. Прохождение света через границу раздела двух прозрачных веществ	137
§ 278. Отражение света от металлов	148

§ 279. Дисперсия света	151
§ 280. Наблюдение дисперсии	156
§ 281. Призмённые спектральные приборы	162
§ 282. Групповая скорость света	167
§ 283. Распространение света в оптически неоднородном веществе	169
§ 284. Прохождение света через мутное вещество	171
Глава XXV. Прохождение света через анизотропные вещества	177
§ 285. Прохождение света через анизотропное вещество	177
§ 286. Волновые поверхности в одноосном кристалле	181
§ 287. Нахождение обыкновенных и необыкновенных лучей в одноосных кристаллах	184
§ 288. Поверхность нормалей	189
§ 289. Двуосные кристаллы	192
§ 290. Поляризационные приборы	195
§ 291. Интерференция поляризованных лучей. Эллиптическая и круговая поляризация	199
§ 292. Кристаллическая пластинка между николями	204
§ 293. Искусственное двойное лучепреломление	208
§ 294. Двойное лучепреломление в электрическом поле	209
§ 295. Вращение плоскости поляризации	212
§ 296. Магнитное вращение плоскости поляризации	216
Глава XXVI. Распространение света в движущихся телах	220
§ 297. Опыты с движущимися телами	220
§ 298. Теория относительности	226
§ 299. Следствия из преобразований теории относительности	232
§ 300. Оптика движущихся тел и теория относительности	235
§ 301. Механика теории относительности	241
Глава XXVII. Световой поток и термодинамика излучения	247
§ 302. Функция видимости. Световой поток	247
§ 303. Сила света, светимость и освещенность	250
§ 304. Яркость	255
§ 305. Единицы измерения фотометрических величин	258
§ 306. Восприятие света	263
§ 307. Измерение фотометрических величин	268
§ 308. Температурное излучение	275
§ 309. Абсолютно черное тело	278
§ 310. Законы излучения абсолютно черного тела	282
§ 311. Распределение светимости абсолютно черного тела по длинам волн	284
§ 312. Источники света	292
§ 313. Оптическая пирометрия	297
Глава XXVIII. Прикладная лучевая оптика	302
§ 314. Введение	302
§ 315. Отражение и преломление у плоской поверхности	305
§ 316. Преломление у одной сферической поверхности	308
§ 317. Увеличение, даваемое одной преломляющей сферической поверхностью	312
§ 318. Тонкие линзы	316
§ 319. Система центрированных поверхностей. Главные плоскости	320

§ 320. Положение главных фокусов и главных плоскостей системы	326
§ 321. Телескопическая система	334
§ 322. Погрешности оптических систем и методы их устранения	337
§ 323. Хроматическая аберрация	343
§ 324. Световой поток, проходящий через оптическую систему	346
§ 325. Зрачки входа и выхода	350
§ 326. Оптическая система глаза	353
§ 327. Субъективная яркость	357
§ 328. Визуальные оптические приборы	358
§ 329. Проектирующие и осветительные приборы	367
§ 330. Разрешающая сила оптических приборов	371
§ 331. Дифракционные явления в микроскопе	375
Глава XXIX. Фотоны	379
§ 332. Классическая теория излучения электрона и границы ее применимости	379
§ 333. Фотоэффект	384
§ 334. Формула Эйнштейна и ее экспериментальная проверка	388
§ 335. Корпускулярные свойства света	392
§ 336. Практические применения фотоэффекта	398
§ 337. Рассеяние рентгеновых лучей	400
§ 338. Фотохимия	408

ЧАСТЬ Восьмая

АТОМНАЯ ФИЗИКА

Глава XXX. Строение атомов и молекул	411
§ 339. Введение	411
§ 340. Ядерная модель атома	414
§ 341. Закономерности в атомных спектрах	422
§ 342. Природа спектральных термов	427
§ 343. Строение атома водорода и сходных с ним ионов	432
§ 344. Эллиптические орбиты	441
§ 345. Пространственное квантование; магнитные моменты атомов	446
§ 346. Влияние на спектр внешних магнитных и электрических полей	449
§ 347. Спектры щелочных металлов	455
§ 348. Затруднения теории Бора; гипотеза об электронном спине	458
§ 349. Векторная модель атома	461
§ 350. Периодическая система Менделеева	468
§ 351. Застройка электронных оболочек	472
§ 352. Рентгеновы спектры	477
§ 353. Интенсивности спектральных линий. Вероятности переходов	485
§ 354. Строение молекул	490
§ 355. Колебательные спектры молекул	493
§ 356. Вращательные спектры молекул	499
§ 357. Электронные состояния двуатомной молекулы	505
§ 358. Диссоциация молекул	507
§ 359. Влияние изотопии на молекулярные спектры	512
§ 360. Комбинационное рассеяние света	515
§ 361. Люминесценция жидких и твердых тел	520

Глава XXXI. Квантовая механика	526
§ 362. Волновые свойства элементарных частиц	526
§ 363. Уравнение Шредингера	530
§ 364. Граница применимости классической теории	535
§ 365. Частицы в потенциальном ящике. Прохождение через потенциальный барьер	541
§ 366. Атом водорода с точки зрения квантовой механики	545
§ 367. Классическая и квантовая статистики	548
Глава XXXII. Естественное и искусственное превращение ядер	553
§ 368. Атомное ядро и его характеристика	553
§ 369. Естественная радиоактивность	556
§ 370. Правила смещения	560
§ 371. Методы наблюдения радиоактивных явлений	564
§ 372. Альфа-распад	569
§ 373. Спектры γ -лучей и внутренняя конверсия	572
§ 374. Бета-распад	576
§ 375. Расщепление ядер ударом α -частиц	579
§ 376. Нейтроны	584
§ 377. Искусственная радиоактивность. Позитроны	588
§ 378. Ядерные превращения, вызываемые искусственно ускоренными частицами	593
§ 379. Ядерные моменты	600
§ 380. Строение атомных ядер	604
§ 381. Деление ядер. Получение цепной реакции	609
§ 382. Ядерная энергетика	613
§ 383. Космические лучи	616
§ 384. Мезоны. Происхождение космических лучей	620
§ 385. Свойства элементарных частиц	626
Приложение	632
Алфавитный указатель	636

ЧАСТЬ СЕДЬМАЯ

ОПТИКА

ГЛАВА XXII

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

§ 250. Введение. Оптика, или учение о свете, первоначально возникла как попытка ответить на вопрос, почему человек может видеть окружающие предметы. Некоторые древнегреческие философы полагали, например, что рассматривание предметов глазом аналогично до некоторой степени ошупыванию их рукой. По мнению этих философов, из глаза человека по направлению к рассматриваемому предмету тянется нечто вроде щупальцев. По-видимому, такое представление свойственно всякому наивному мышлению, на что указывают распространенные метафоры: „ошупать взглядом“, „проникнуть взором“ и т. д. Однако в той же древней Греции было высказано мнение, что свет исходит от тел. Некоторые тела при определенных условиях являются источниками света, который, попадая в наш глаз, вызывает зрительное ощущение. Другие тела становятся видимыми благодаря тому, что они поглощают свет или меняют направление его распространения (отражают, рассеивают). Таким образом, слово „свет“ стало употребляться для обозначения того объективного, происходящего вне нас, явления, которое, воздействуя на глаз, вызывает субъективное зрительное ощущение. Впоследствии физика обобщила это понятие и стала, говоря о „свете“, подразумевать более широкую совокупность единых по своей природе объективных явлений, сводящихся к распространению коротких электромагнитных волн, независимо от того, способны ли они вызывать у человека субъективное зрительное ощущение или нет. В этом смысле мы и будем употреблять слово „свет“ в нашем курсе.

В качестве основного свойства света учеными древней Греции было отмечено его *прямолинейное распространение в однородном веществе*. Прямолинейность распространения света вытекает из того факта, что при малом источнике света непрозрачные предметы отбрасывают резкие тени. Форма тени на экране соответствует форме геометрической проекции с помощью пучка прямых, исходящих из центра проектирования, лежащего в месте расположения источника света. При этом геометрическая прямая может быть

физически воспроизведена с помощью туго натянутой нити. При больших расстояниях, когда нити не могут быть использованы, применяется обратный ход рассуждений: прямая линия отождествляется с направлением распространения света в однородном веществе. Таким образом, вопросы о физическом воспроизведении геометрической прямой и о прямолинейном распространении света тесно связаны между собою.

Другой факт, указывающий на прямолинейное распространение света, — это возможность получить изображение предметов с помощью малого отверстия. Такое изображение наблюдается с помощью „камеры-обскуры“, впервые описанной в XVI в. Камера-обскура представляет собой ящик, в одной из стенок которого сделано малое отверстие a (рис. 1). Луч света, исходящий от точки A предмета, распространяясь прямолинейно, дает малое светлое пятно

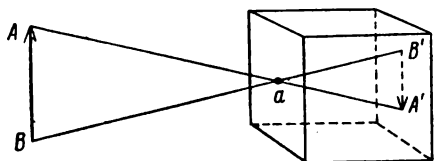


Рис. 1. Получение изображения в камере-обскуре.

в точке A' на задней стенке камеры-обскуры. Совокупность таких светлых пятен, образуемых лучами, исходящими от различных мест объекта AB , воспроизводит его обращенное изображение $A'B'$.

Следующее свойство света, которое необходимо отметить, — это способность световых лучей не возмущать друг друга при пересечении. В обычных условиях лучи, исходящие от различных объектов, многократно пересекаются. Эти пересечения не мешают каждому из лучей распространяться независимо от других. Лучи от объектов, расположенных сбоку от наблюдателя, пересекают лучи, идущие от объектов, расположенных спереди. Но это обстоятельство не мешает отчетливо видеть предметы, находящиеся перед нами.

Вплоть до начала XIX в. развитие оптики, в основном, базировалось на представлении о прямолинейно распространяющихся лучах. Однако, начиная еще с XVII в., были известны факты, указывающие, что в действительности имеют место отступления от прямолинейного распространения света. Например, было замечено, что изображение в камере-обскуре размывается, если отверстие a сделать слишком малым. Такое размытие можно объяснить, предположив, что при малых размерах отверстия лучи за отверстием заметно загигаются. Было также замечено, что при прохождении света через очень узкие отверстия в непрозрачном экране за экраном наблюдается возникновение чередующихся светлых и темных полос. Чередование светлых и темных полос можно также наблюдать на границе тени, полученной с помощью малого источника света. В настоящее время эти явления, получившие название явлений интерференции

и дифракции света, хорошо изучены. Полосы на границе тени становятся более широкими, если малый источник света и экран, на котором наблюдается тень, значительно удалены от объекта. На снимке 1 (см. приложение) приведены выполненные В. К. Аркадьевым фотографии тени руки человека, держащей круглый диск. На снимке 1а изображен случай, когда рука расположена между точечным источником и экраном, удаленными друг от друга на 2 м; на снимке 1б — случай, когда источник и экран удалены друг от друга на 7 км. Как видно, в последнем случае тень не совпадает с геометрической проекцией объекта; следует обратить внимание на светлое пятно в центре тени от диска. Эти фотографии с полной ясностью показывают, что существуют заметные отступления от прямолинейности распространения света. Однако в большом числе случаев свет с достаточной степенью точности может считаться распространяющимся прямолинейно.

Прямолинейность распространения света, естественно, наводила на мысль, что свет представляет собою поток частиц, вылетающих из источника и двигающихся в однородном веществе прямолинейно и равномерно. Однако эту гипотезу было трудно согласовать не только с отмеченным нами фактом загибания света за преграды, но и со свойством световых лучей при пересечении не возмущать друг друга. В конце XVII в. Гюйгенс писал: „Если принять во внимание... что лучи света проходят один через другой, не мешая друг другу, то станет совершенно понятным, что когда мы видим светящийся предмет, то это не может происходить вследствие переноса материи, доходящей до нас от этого предмета наподобие пули или стрелы, пересекающих воздух“. Отказываясь от гипотезы о световых частицах, Гюйгенс считал, что свет представляет собою распространение волн в эфире — упругой среде, заполняющей все доступное нашим наблюдениям пространство. Таким образом, к концу XVII в. возникли две теории света, одна из которых, получившая название *теории истечения*, или *корпускулярной*, считала, что свет представляет собою поток прямолинейно летящих частиц, испускаемых источником света. Вторая теория рассматривала свет как *распространение волн в эфире* — гипотетической сплошной среде.

Творцом и защитником корпускулярной теории принято считать Ньютона, хотя в своей знаменитой „Оптике“, вышедшей первым изданием в 1704 г., он пользовался как корпускулярным, так и волновым представлениями. Главным аргументом в пользу корпускулярной теории Ньютон считал прямолинейное распространение света. Вместе с тем он видел трудности, которые встречает корпускулярная теория при попытках объяснить образование чередующихся светлых и темных полос на границе тени. Ньютону пришлось допустить, что лучи могут быть в „приступах легкого отражения и в приступах легкого прохождения“. Ньютон пытался объединить обе теории — волновую и корпускулярную. Он писал: „Не могут ли

в том случае, когда луч света падает на поверхность какого-нибудь прозрачного тела и преломляется там или отражается, возбуждаться вследствие этого волны или колебания... И не обгоняют ли они лучей света и, обгоняя их последовательно, не приводят ли их в приступы легкого отражения и легкого пропускания“.

Противником корпускулярной теории был Гюйгенс. В своем „Трактате о свете“, вышедшем в 1690 г., он писал, что свет „распространяется так же, как и при звуке, сферическими поверхностями и волнами; я называю эти поверхности волнами по сходству с волнами, наблюдаемыми на поверхности воды, в которую брошен камень“.

Последовательным сторонником волновой теории света был М. В. Ломоносов, который пытался связать световые колебательные движения с движением частиц вещества. В 1753 г. Ломоносов сообщил Академии наук о своем намерении поставить опыты колебания струны в пустоте, чтобы выяснить, не сопровождаются ли колебательные движения струн испусканием света. Несколько позже такие опыты были произведены. Хотя их результат оказался отрицательным, они представляют большой исторический интерес как первая попытка найти прямое доказательство волновой теории света. В 1756 г. на торжественном заседании Академии наук М. В. Ломоносов произнес „Слово о происхождении света, новую теорию о цветах представляющее“. Дав критику корпускулярной теории („текущего“ движения частиц эфира, по выражению Ломоносова), он сказал: „Посему, когда эфир текущего движения иметь не может, а коловратное — теплоты без света причина, следовательно, остается одно третье зыблющееся движение эфира, которое должно быть причиною света“.

Несмотря на то, что теории Гюйгенса и Ломоносова правильно установили волновую природу света, они еще не содержали в себе достаточно четкой основной характеристики волнового процесса — его двоякой, пространственной и временной, периодичности и вытекающей отсюда возможности объяснить явления интерференции и дифракции света. Гюйгенс даже отрицал периодичность световых волн, он писал: „...не нужно представлять себе, что волны следуют друг за другом на одинаковых расстояниях“. Пространственно-временная периодичность светового процесса, характерная для распространяющихся колебаний, была впервые в отчетливой форме высказана академиком Петербургской Академии наук Л. Эйлером. Однако возможность объяснить на основании волновых представлений явления интерференции и дифракции света была установлена лишь в начале XIX в. в результате работ Юнга и Френеля. Было показано, что свет представляет собою волны весьма малой длины: видимый свет, т. е. свет, действующий на человеческий глаз, имеет длины волн в пределах от 0,76 мк до 0,4 мк (в зависимости от цвета), т. е. длины, составляющие сотысячные доли сантиметра.

Благодаря такой малой длине волн загибание света за преграды в обычных условиях весьма незначительно, что и обуславливает кажущееся прямолинейное распространение света (см. § 266).

Волновая теория света первой половины XIX в. представляла световые колебания в виде механических упругих колебаний сплошной среды — мирового эфира. После открытия электромагнитных волн в результате работ Максвелла и Герца (т. II, § 246)¹ удалось показать, что световые волны представляют собою электромагнитные волны малой длины. Таким образом, возникла *электромагнитная теория света*, сыгравшая большую роль в развитии всей физики конца XIX и начала XX в. Электромагнитная теория света указала на единство световых и электромагнитных явлений и дала тем самым новое доказательство основного положения диалектического материализма о глубокой взаимосвязи всех явлений природы.

В последующих параграфах нашего курса мы сперва разберем основные свойства света с точки зрения его прямолинейного распространения, а затем приведем те факты, которые установили волновую природу света и показали электромагнитную природу световых волн.

В развитии учения о свете большое участие приняли русские и советские физики. В начале XIX в. В. В. Петров более полно, чем кто-либо до него, изучил явления люминесценции твердых и жидких тел (§ 361). В 1888 г. А. Г. Столетов открыл явление, названное им „актино-электрическим“. Это явление, носящее в настоящее время название фотоэлектрического, представляет собой вырывание электронов из тел под влиянием света; оно сыграло огромную роль в дальнейшем развитии наших знаний о природе света. В конце же прошлого столетия Б. Б. Голицын и В. А. Михельсон внесли крупный вклад в термодинамику излучения, представляющую собой отдел оптики, который рассматривает световые явления с термодинамической точки зрения. А. А. Белопольский и Б. Б. Голицын впервые экспериментально подтвердили зависимость длины световой волны от скорости движения источника (явление Допплера, см. т. I, § 113). В 1901 г. П. Н. Лебедев своими блестящими, чрезвычайно тонкими опытами доказал существование светового давления, предсказанного электромагнитной теорией света. В 1910—1912 гг. Д. С. Рождественский выполнил ставшие ныне классическими исследования по аномальной дисперсии света.

Исследования, произведенные на рубеже XIX и XX вв., показали, что с изменением длины волны возникают и качественные различия в свойствах света.

Подробные исследования распределения энергии в спектре абсолютно черного тела (§ 332) и фотоэлектрического явления (§ 334) показали, что излучения малой длины волны (лучи видимого света

¹ Все ссылки на т. I и II даны по изданию 1959 г.

и еще более коротковолновые) проявляют свойства, не укладывающиеся в рамки классических воззрений. В 1900 г. Планк впервые высказал гипотезу, что свет испускается отдельными порциями, энергия которых равна $h\nu$, где ν — частота света, а h — постоянная (так называемая постоянная Планка), равная $6,624 \cdot 10^{-27}$ эрг · сек. В 1905 г. Эйнштейн показал, что основные закономерности фотоэлектрического явления непосредственно объясняются, если предположить, что свет поглощается такими же порциями энергии $\epsilon = h\nu$. Таким образом, было установлено, что *световой поток обладает прерывной структурой*. Это обстоятельство привело снова к представлению о световых частицах, получивших название *фотонов*. Каждый фотон обладает определенной энергией и количеством энергии. Энергия фотона тем больше, чем больше частота ν . Для излучений малых частот (невидимые инфракрасные лучи) энергия фотонов настолько мала, что прерывную структуру этих лучей обнаружить трудно; практически они проявляют лишь волновые свойства. Для видимого света энергия фотонов больше, и лучи видимого света одновременно проявляют и волновые и корпускулярные свойства. Для лучей с очень малой длиной волны (рентгеновы лучи и лучи, испускаемые радиоактивными элементами) энергия фотонов относительно очень велика и их корпускулярные свойства наблюдаются легко.

Свет одновременно обладает и корпускулярными и волновыми свойствами. Дальнейшее развитие физики показало, что эта двойственность — наличие и корпускулярных и волновых свойств — присуща не только свету, но и потоку любых других элементарных „частиц“ — отдельных атомов, электронов и т. д. С точки зрения науки, пытающейся ограничиться механистическими представлениями, такая двойственность непонятна. Для многих буржуазных физиков эта двойственность в свойствах света послужила поводом к отказу от материалистического воззрения, к попыткам противопоставить „свет“ и „материю“, отказаться от принципа причинности и т. д.

Несостоятельность всех этих выводов очевидна. Отказ от механистических концепций классической физики ни в коем случае не есть отказ от материалистического мировоззрения. Ленин в „Материализме и эмпириокритицизме“ писал¹: «Это, конечно, сплошной вздор, будто материализм утверждал „меньшую“ реальность сознания или обязательно „механическую“, а не электромагнитную, не какую-нибудь еще неизмеримо более сложную картину мира, как *движущейся материи*». Синтез волновых и корпускулярных свойств может быть дан лишь на основе диалектического материализма, утверждающего, что в каждом явлении природы проявляются противоположности и что вместе с тем существует их диалектическое единство.

¹ В. И. Ленин, т. 18, Госполитиздат, 1961, стр. 296.

В развитии современной теории света большую роль сыграли советские физики.

А. Ф. Иоффе вместе с Н. И. Добронравовым произвели ряд опытов над элементарным фотоэффектом, непосредственно показавших, что световая энергия поглощается отдельными порциями, величина которых определяется произведением постоянной Планка h на частоту света ν .

С. И. Вавилов разработал метод, позволяющий визуальными наблюдениями обнаружить флуктуации слабых световых потоков, обусловленные их прерывистой структурой.

Д. С. Рождественский внес огромный вклад в развитие учения о спектрах своими работами по аномальной дисперсии и по теории атомов.

Московские физики Л. И. Мандельштам и Г. С. Ландсберг открыли новый вид рассеяния света, получившего название комбинационного рассеяния; это явление имеет большое значение для понимания процессов взаимодействия между светом и веществом.

Советские физики никогда не отрывают теории от практики. Советская оптическая промышленность, базирующаяся на новейших научных данных, достигла исключительных успехов и играет большую роль в нашем народном хозяйстве. Тончайшие оптические явления поставлены на службу социалистическому строительству. Световые волны позволяют выполнять точные измерения длин, производить контроль наиболее точных изделий; фотоэлектрическое явление находит широкое применение в самых разнообразных отделах техники; атомные и молекулярные спектры, комбинационное рассеяние света и другие оптические явления используются в современных методах анализов состава различных материалов. Область практических применений оптических явлений расширяется с каждым днем.

§ 251. Законы отражения и преломления света. Первые законы оптических явлений были установлены на основе представлений о прямолинейных световых лучах. Они относились к изменениям направления распространения света при отражении и при переходе света из одного прозрачного вещества в другое.

Простейший случай изменения направления света наблюдается при прохождении света через ровную и плоскую границу двух прозрачных веществ, например воздуха и стекла или стекла и воды и т. д. В этом случае падающий луч AB (рис. 2) разбивается на два новых луча: отраженный луч BC и преломленный BD .

Закон, определяющий направление отраженного луча, был известен еще Евклиду (III в. до н. э.). *Отраженный луч BC лежит в одной плоскости с падающим лучом AB и нормалью BN , составленной из точки падения, при этом он лежит по другую сторону от нормали; угол отражения i'_1 численно равен углу падения i_1 :*

$$i'_1 = i_1. \quad (1)$$

Что касается закона преломления, то его точная формулировка была дана гораздо позже, чем закона отражения, именно, в начале XVII в. По закону преломления *преломленный луч BD* (рис. 2) *лежит в одной плоскости с падающим лучом AB и нормалью BN, восстановленной из точки падения; отношение синуса угла падения i_1 к синусу угла преломления i_2 есть величина постоянная для данной пары веществ:*

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}. \quad (2)$$

Величина n_{21} называется *относительным коэффициентом преломления* второго вещества по отношению к первому.

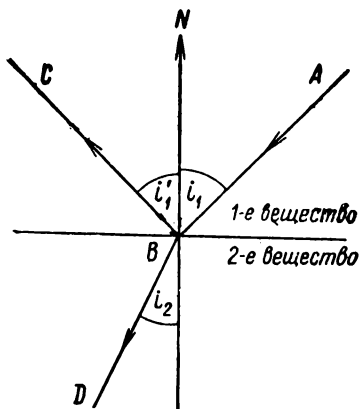


Рис. 2. Отражение и преломление лучей на границе двух прозрачных веществ.

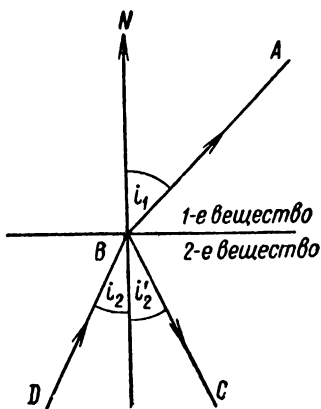


Рис. 3. Отражение и преломление лучей на границе двух прозрачных веществ.

Далее, опыт показывает, что если луч, идя из второго вещества (рис. 3), падает на границу раздела под углом i_2 , то он пойдет в первом веществе под углом i_1 , связанным с углом i_2 тем же соотношением (2):

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}.$$

Но, с другой стороны, очевидно, можно положить:

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = n_{12}, \quad (2a)$$

где n_{12} будет относительным коэффициентом преломления первого вещества по отношению ко второму. Из сравнения формул (2) и (2a) устанавливаем связь между обоими коэффициентами n_{21} и n_{12} :

$$n_{12} = \frac{1}{n_{21}}; \quad (3)$$

таким образом, коэффициент преломления первого вещества по отношению ко второму и коэффициент преломления второго по отношению к первому являются величинами взаимнообратными.

Коэффициент преломления какого-либо вещества по отношению к пустоте принято называть *абсолютным коэффициентом преломления* данного вещества n . Слово „абсолютный“ обычно опускают и тогда просто говорят о коэффициенте преломления данного вещества.

Рассмотрим две соприкасающиеся плоско-параллельные пластины A и B (рис. 4), сделанные из двух различных прозрачных веществ. Пусть на первую пластину падает из пустоты луч под углом i . Пройдя оба вещества, он снова выходит в пустоту, образуя угол преломления i' . Опыт показывает, что $i' = i$, т. е. что свет выходит в направлении, параллельном первоначальному.

Применяя последовательно закон преломления ко всем трем границам раздела, получим:

$$\frac{\sin i}{\sin i_1} = n_1, \quad \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}, \quad \frac{\sin i_2}{\sin i'} = \frac{1}{n_2}.$$

Здесь n_1 и n_2 — соответственно коэффициенты преломления первого и второго веществ, а n_{21} — относительный коэффициент преломления второго вещества относительно первого. Из двух первых равенств имеем

$$n_{21} = \frac{1}{n_1} \frac{\sin i}{\sin i_2},$$

а последнее дает

$$\frac{\sin i'}{\sin i_2} = n_2,$$

отсюда, при условии, что $i' = i$, получим:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (4)$$

Таким образом, мы приходим к выводу, что *относительный коэффициент преломления двух веществ равен отношению их абсолютных коэффициентов преломления*.

После этого закон преломления света на границе двух прозрачных веществ может быть представлен в виде:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (5)$$

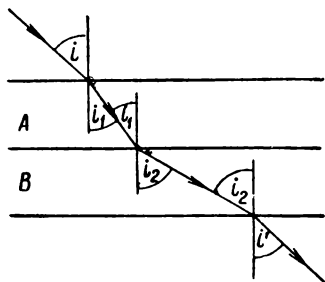


Рис. 4. Преломление лучей при прохождении через две плоско-параллельные прозрачные пластины.

или в более симметричном виде

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (5a)$$

Отражение света наблюдается не только от границы раздела двух прозрачных веществ. В той или другой степени свет отражается от всякого тела. Полированные тела отражают свет с выполнением того же закона отражения, который имеет место при отражении от границы раздела двух прозрачных веществ: свет отражается в направлении угла i' , равного углу падения i . Такое отражение называется зеркальным. При этом интенсивность отраженного света, в зависимости от природы отражающей поверхности, может быть весьма разной: серебряное полированное зеркало способно отражать до 96% падающего света; черная полированная поверхность отражает менее 1% падающего света. Кроме того, интенсивность отраженного света зависит и от угла падения.

Наряду с зеркальным отражением существует *диффузное отражение*. При диффузном отражении свет отражается более или менее

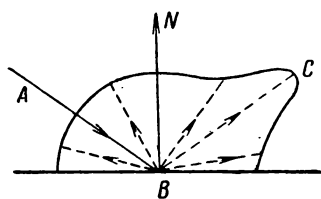


Рис. 5. Распределение интенсивности при диффузном отражении света.

равномерно во все стороны. Поверхность, которая вполне равномерно рассеивает падающий свет во все стороны, называется *абсолютно матовой*. Поверхностей, которые являлись бы в точности абсолютно матовыми, не существует. Близки к абсолютно матовым поверхности неглазированного фарфора, чертежной бумаги, снега и т. д. Точно так же не существует поверхностей, отражающих только зеркально. В большинстве случаев имеется максимум отражения в направлении

угла зеркального отражения. Распределение интенсивности в диффузно отраженном свете в зависимости от угла отражения можно представить графически, отложив из точки падения света векторы, длина которых равна относительной интенсивности света в данном направлении. Огибающая концов таких векторов даст распределение интенсивности отраженного света. Такой график для некоторой отражающей поверхности представлен на рис. 5. Максимум C в направлении зеркального отражения указывает, что данное тело не является абсолютно матовым: в определенном направлении оно „блестит“.

На законах преломления и отражения света основано устройство оптических приборов, служащих для изменения направления световых лучей и для получения изображений. В частности, на законах преломления света основано устройство линз, позволяющих собирать или рассеивать пучки света и получать изображения объектов. Получение изображений с помощью преломляющих и отражающих систем мы разберем в гл. XXVIII.

Рассмотрим несколько примеров на применение законов отражения и преломления света.

П р и м е р 1. Доказать, что при повороте плоского зеркала на угол α отраженный луч поворачивается на угол 2α .

Пусть луч AB падает на плоское зеркало CC' под углом падения i . Угол отражения $i' = i$, и отраженный луч BD составляет с падающим лучом AB угол $2i$. При повороте зеркала на угол α (рис. 6, где новое положение зеркала изображено пунктирной линией C_1C_1') нормаль BN также поворачивается на угол α , угол падения становится равным $i + \alpha$, и отраженный луч BD составляет с падающим лучом AB угол $2i + 2\alpha$. Так как раньше он составлял с лучом AB угол $2i$, то, следовательно, он оказывается повернутым на угол $2i + 2\alpha - 2i = 2\alpha$.

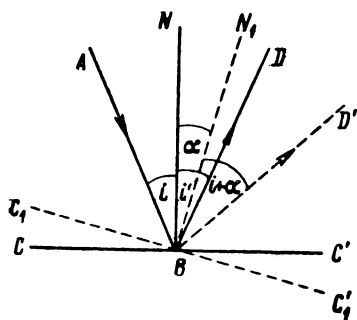


Рис. 6. При повороте зеркала на угол α отраженный луч поворачивается на угол 2α .

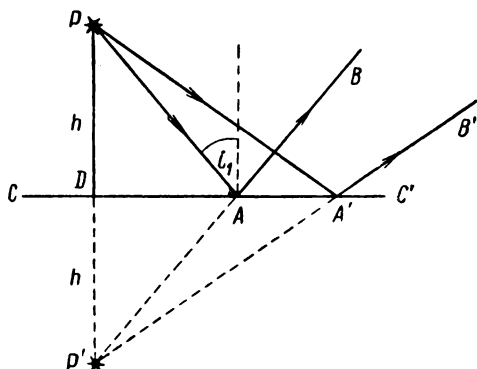


Рис. 7. Возникновение мнимого изображения P' при отражении света от плоского зеркала.

П р и м е р 2. Доказать, что плоское зеркало дает точечное мнимое изображение точечного объекта, которое лежит за зеркалом на том же расстоянии, на каком объект лежит перед зеркалом.

Напомним, что точечным изображением точечного объекта P называется точка P' , в которой лучи, испущенные объектом, после прохождения через оптическую систему (или отражения от нее) вновь пересекаются. В тех случаях, когда пересекаются не сами лучи, а их продолжения, говорят о мнимом изображении.

Рассмотрим луч, исходящий из точечного объекта P (рис. 7) и отражающийся от плоского зеркала CC' в произвольной точке A . Опустим из точки P перпендикуляр PD на плоскость зеркала CC' . Пусть продолжение луча AB пересекает продолжение перпендикуляра PD в точке P' . Угол падения луча PA обозначим через i_1 .

Прямоугольные треугольники DPA и $DP'A$ равны друг другу, так как имеют общую сторону DA и $\angle PAD = \angle P'AD$. Отсюда отрезок $h = DP' = DP$. Так как луч PA выбран произвольно, то это соотношение справедливо и для любого другого луча $PA'B'$, т. е. продолжения всех лучей пересекутся в одной и той же точке P' , лежащей за плоскостью зеркала на том же расстоянии $h = PD$, на котором объект P лежит перед зеркалом. Так как в точке P' пересекаются не сами лучи, а их продолжения, то точка P' является мнимым изображением точки P .

П р и м е р 3. Доказать, что при преломлении в призме с малым преломляющим углом A луч, падающий на призму под малым углом, отклоняется на угол $\delta = A(n - 1)$ независимо от угла падения (n — коэффициент преломления вещества призмы). Обозначим угол падения луча на первую грань призмы через i_1 (рис. 8), угол преломления — через i'_1 . Углы i_2 и i'_2 пусть соответственно означают углы падения и преломления у второй грани призмы. По закону преломления:

$$\sin i_1 = n \sin i'_1, \quad \sin i'_2 = n \sin i_2.$$

По условию угол i_1 мал, следовательно, мал и угол i'_1 . Но тогда, ввиду малости преломляющего угла призмы A , мал и угол i_2 . Отсюда синусы могут быть заменены самими углами, и последние соотношения примут вид:

$$i_1 = n i'_1, \quad i'_2 = n i_2. \quad (6)$$

Искомый угол отклонения δ является внешним углом $\triangle BCD$, следовательно, он равен сумме двух других углов треугольника, с ним не смежных:

$$\delta = (i_1 - i'_1) + (i'_2 - i_2),$$

откуда на основании равенства (6) получаем

$$\delta = i'_1(n - 1) + i_2(n - 1) = (n - 1)(i'_1 + i_2). \quad (7)$$

Угол, образованный у точки E пересечением нормалей N_1 и N_2 , равен преломляющему углу призмы A , вместе с тем он является внешним углом $\triangle BED$, откуда

$$i'_1 + i_2 = A.$$

Подставляя это значение $i'_1 + i_2$ в (7), найдем

$$\delta = A(n - 1), \quad (8)$$

что и требовалось доказать.

§ 252. Полное внутреннее отражение. Свет при прохождении из вещества с меньшим коэффициентом преломления (оптически менее плотного) в вещество с большим коэффициентом преломления (оптически более плотное) приближается к нормали. Наоборот, при прохождении из вещества, оптически более плотного, в вещество, оптически менее плотное, луч отходит от нормали. Очевидно, в этом случае существует такой угол падения $i_{\text{пр}}$, меньший $\pi/2$, при котором угол преломления i_2 равен $\pi/2$, т. е. преломленный луч становится скользким. Опыт показывает, что при углах падения $i_1 > i_{\text{пр}}$ преломленного луча не существует: весь падающий свет целиком отражается. Это явление носит название *полного внутреннего отражения*. Угол $i_{\text{пр}}$ называется *предельным углом*. Значение предель-

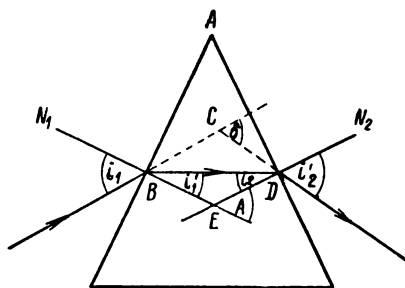


Рис. 8. Преломление лучей в призме.

ного угла $i_{\text{пр}}$ определяется требованием, чтобы $i_2 = \pi/2$, откуда по закону преломления [формула (5) § 251] имеем

$$\sin i_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1)$$

Это уравнение может быть удовлетворено вещественным значением угла $i_{\text{пр}}$ лишь при условии, что $n_2 \leq n_1$, откуда следует, что полное внутреннее отражение возможно лишь при прохождении света из вещества, оптически более плотного, в вещество, оптически менее плотное, и невозможно при прохождении света из вещества, оптически менее плотного, в вещество, оптически более плотное.

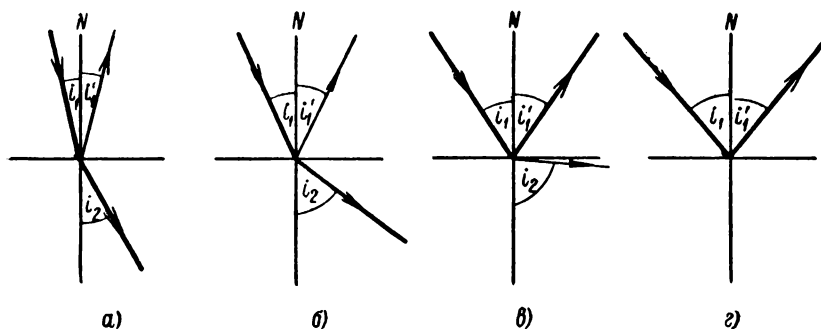


Рис. 9. Возникновение полного внутреннего отражения.

Например, полное внутреннее отражение возможно при прохождении света из стекла в воздух и невозможно при его прохождении из воздуха в стекло.

По мере приближения угла падения к предельному, интенсивность преломленного луча падает, а интенсивность отраженного луча возрастает.

На рис. 9 представлены случаи преломления света при прохождении из вещества, оптически более плотного, в вещество, оптически менее плотное, при различных углах падения i_1 . Интенсивность лучей показана толщиной линий, изображающих лучи. Рисунок 9а относится к падению луча под малым углом i_1 ; в этом случае интенсивность отраженного луча мала, а преломленного велика. По мере возрастания угла падения i_1 интенсивность преломленного луча становится меньше (рис. 9б). При угле падения, весьма близком к предельному (рис. 9в), почти скользящий преломленный луч очень слаб, интенсивность же отраженного луча близка к интенсивности падающего. При углах падения, больших предельного угла $i_{\text{пр}}$, преломленный луч отсутствует (рис. 9г), происходит полное внутреннее отражение, свет нацело отражается.

При прохождении света из вещества, оптически менее плотного, в вещество, оптически более плотное, пучку лучей в виде конуса с углом раствора $2i_1$ (рис. 10а) соответствует во втором веществе пучок с меньшим углом раствора $2i_2$.¹

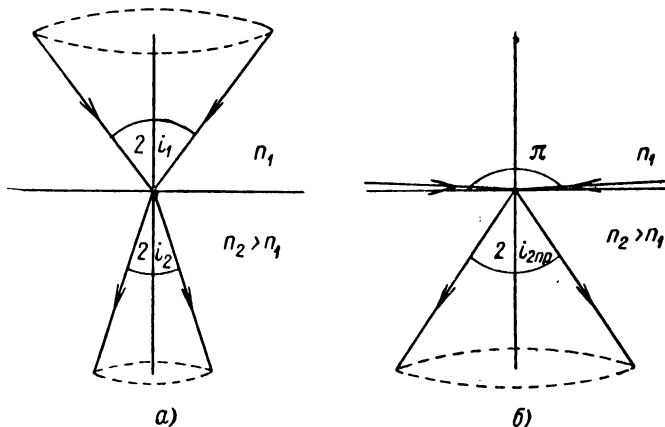


Рис. 10. Конусы лучей при переходе света из среды, оптически менее плотной, в среду, оптически более плотную.

Пучку с углом раствора π в веществе менее плотном соответствует в более плотном веществе ($n_2 > n_1$) пучок с углом раствора $2i_{2np}$ (рис. 10б), где угол i_{2np} удовлетворяет соотношению

$$\sin i_{2np} = \frac{n_1}{n_2}.$$

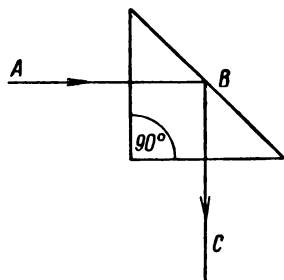


Рис. 11. Прямоугольная призма полного внутреннего отражения.

Так, человек, смотрящий из-под воды вверх, видит все небо в виде круглого пятна с угловым радиусом $i_{2np} = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$. Для воздуха практически $n_1 = 1$, а для воды $n_2 = 1,33$, откуда в этом случае $i_{2np} \cong 49^\circ$. За пределами конуса с углом раствора в 49° в воде не распространяются лучи, идущие из воздуха.

Явление полного внутреннего отражения широко используется в оптических приборах для получения отражений. На рис. 11 изображена прямоугольная призма полного внутреннего отражения, позволяющая поворачивать луч

¹ При преломлении пучок, кроме того, перестает быть пучком лучей, пересекающихся в одной точке (см. § 315).

на 90° . В точке B луч AB испытывает полное внутреннее отражение. На рис. 12 представлен ход лучей в призме полного внутреннего отражения, позволяющей обернуть лучи: луч I , бывший до падения на призму верхним, становится после преломления нижним.

Использование призмы полного внутреннего отражения вместо металлических полированных зеркал имеет преимущество, обусловленное большой механической и химической стойкостью стекла; металлические полированные поверхности легко царапаются и, подвергаясь коррозии, быстро тускнеют.

§ 253. Принцип Ферма.

В оптически однородном веществе, т. е. в веществе, все точки которого характеризуются одним и тем же значением коэффициента преломления, свет распространяется пря-

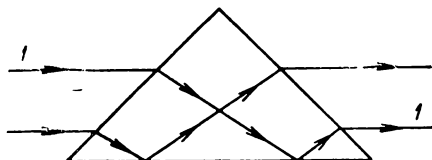


Рис. 12. Оборачивание лучей с помощью призмы полного внутреннего отражения.

молинейно, т. е. по кратчайшему расстоянию между двумя заданными точками. При прохождении из одних веществ в другие свет преломляется и отражается на их границах, и в этом случае его путь становится ломаным. В неоднородных веществах, где коэффициент преломления n меняется непрерывно от точки к точке, лучи света, непрерывно преломляясь, образуют кривые линии. Кроме того, при ограниченности пучков возникают отмеченные нами в § 250 явления дифракции. Однако, если отвлечься от последних, распространение света в неоднородных веществах описывается общим принципом, носящим название *принципа Ферма* (установлен в 1679 г.). Для формулировки принципа Ферма надо ввести понятие об *оптической длине пути*.

В однородном веществе под оптической длиной пути l подразумевается произведение из геометрической длины пути s на коэффициент преломления вещества n :

$$l = ns. \quad (1)$$

В случае неоднородного вещества, надо разбить геометрическую длину луча на столь малые отрезки ds , чтобы на протяжении каждого из них коэффициент преломления n можно было считать постоянным. Тогда элементом оптической длины пути будет величина:

$$dl = n ds,$$

а вся оптическая длина пути окажется равной сумме всех элементарных оптических путей dl , т. е. выразится интегралом:

$$l = \int_A^B n ds, \quad (2)$$

где интеграл берется вдоль кривой AB (рис. 13), по которой свет распространяется от точки A до точки B .

По принципу Ферма, свет распространяется по пути, оптическая длина которого экстремальна, т. е. она является либо минимальной из всех возможных, либо максимальной, либо стационарной.

Принцип Ферма остается в силе и при распространении света в среде, со-

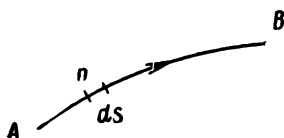


Рис. 13. К определению длины оптического пути.

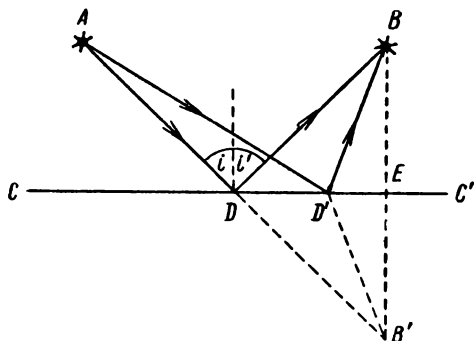


Рис. 14. При отражении от плоского зеркала длина оптического пути ADB меньше длины оптического пути $AD'B$.

стоящей из отдельных, граничащих между собой однородных участков.

Условие экстремальности оптической длины пути сводится к требованию, чтобы вариация от интеграла (2) равнялась нулю:

$$\delta \int_A^B n \, ds = 0; \quad (3)$$

это выражение и представляет собою математическую формулировку принципа Ферма.

Рассмотрим ряд частных случаев, на которых убедимся в правильности принципа Ферма.

Например, если свет идет от точки A к точке B , испытывая отражение у плоской поверхности CC' (рис. 14), то при выполнении закона отражения путь света оказывается минимальным.

В самом деле, рассмотрим наряду с путем ADB , удовлетворяющим закону отражения, любой другой путь $AD'B$. Опустим из точки B перпендикуляр BE на отражающую поверхность и на его продолжении отложим отрезок $EB' = EB$. Соединим точки D и D' с точкой B' . Тогда треугольники BDE и $B'DE$ равны друг другу, откуда $DB = DB'$; так же получим, что $D'B = D'B'$. Отсюда длина пути ADB равна

$$AD + DB = AD + DB', \quad (4)$$

а длина пути $AD'B$ равна

$$AD' + D'B = AD' + D'B'. \quad (4a)$$

Далее, из чертежа видим, что угол ADB' имеет следующее значение:

$$\angle ADB' = i + i' + (90^\circ - i') + (90^\circ - i'),$$

где i и i' — соответственно углы падения и отражения. По закону отражения $i' = i$, откуда $\angle ADB' = 180^\circ$, т. е. линия ADB' — прямая, следовательно, линия $AD'B'$ — ломаная при любом положении точки D' , не совпадающем с точкой D . Так как длина любой ло-

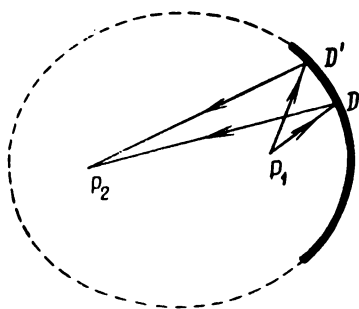


Рис. 15. Отражение лучей от поверхности эллипсоида: длины оптических путей P_1DP_2 и $P_1D'P_2$ равны друг другу.

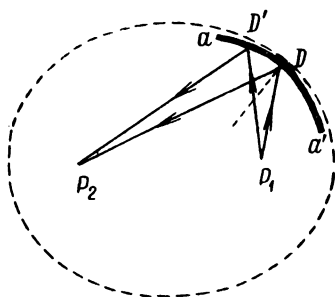


Рис. 16. Длина оптического пути луча P_1DP_2 , отражающегося от поверхности aa' , больше длины оптического пути луча $P_1D'P_2$.

маной, проведенной между двумя точками, больше длины прямой, соединяющей те же точки, то по (4) и (4a) имеем:

$$AD + DB < AD' + D'B. \quad (5)$$

В данном случае свет распространяется в однородной среде и его оптическая длина пути отличается от геометрической лишь на постоянный множитель n (коэффициент преломления). Поэтому неравенство (5) (по которому геометрическая длина пути ADB меньше всякого другого пути $AD'B$) показывает, что оптическая длина пути, при выполнении закона отражения, минимальна.

Случаю стационарности длины оптических путей соответствует отражение от вогнутой зеркальной поверхности, имеющей форму эллипсоида вращения. Пусть свет исходит из точки P_1 , лежащей в одном из фокусов эллипсоида (рис. 15), тогда после отражения в любой точке зеркала D он попадает во второй фокус P_2 . Из известного свойства эллипса, что сумма двух радиусов-векторов, проведенных из обоих фокусов к одной и той же точке, лежащей на

эллипсе, постоянна, следует, что длина пути P_1DP_2 равна длине любого другого пути $P_1D'P_2$, где D' — любая другая точка, лежащая на эллиптическом зеркале.

Наконец, можно себе представить такую вогнутую поверхность, при отражении от которой длина оптического пути оказывается максимальной. Пусть луч, идущий из фокуса эллипсоида вращения P_1 , отражается в точке D эллипсоида (рис. 16, эллиптическая поверхность проведена пунктиром) и проходит затем через второй фокус эллипсоида P_2 . Проведем вогнутую поверхность aa' , касательную к поверхности эллипсоида в точке D , но расположенную остальными своими частями внутри эллипсоида вращения. Тогда луч P_1D будет лучом, отражающимся и от поверхности aa' . Но длина любого другого пути $P_1D'P_2$ меньше, чем длина пути P_1DP_2 , так как точка D' лежит внутри эллипсоида.

Покажем, что и при преломлении света у плоской границы двух однородных веществ оптический путь удовлетворяет условию экстремальности.

Пусть луч ADB (рис. 17) преломляется в точке D , положение которой определим отрезком x , отсчитанным от основания перпендикуляра AC . Опустим из точки B перпендикуляр на границу раздела и обозначим отрезок CE через p . Для данной пары точек A и B отрезок p постоянен.

Оптическая длина пути луча ADB равна

$$l = n_1 AD + n_2 DB, \quad (6)$$

где n_1 и n_2 — соответственно коэффициенты преломления первого и второго веществ. Из рисунка имеем

$$AD = \sqrt{h_1^2 + x^2},$$

$$DB = \sqrt{h_2^2 + (p - x)^2},$$

где h_1 и h_2 — длины перпендикуляров AC и BE . Подставляя эти значения AD и DB в (6), получим

$$l = n_1 \sqrt{h_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{h_2^2 + (p - x)^2}. \quad (7)$$

Рис. 17. Длина оптического пути ADB при выполнении закона преломления минимальна.

Условие экстремальности оптического пути l заключается в том, что $\frac{dl}{dx} = 0$.

Дифференцируя выражения (7), найдем

$$\frac{dl}{dx} = n_1 \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - n_2 \frac{p - x}{\sqrt{h_2^2 + (p - x)^2}} = 0. \quad (8)$$

Но из рисунка видим, что

$$\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} = \sin i_1;$$

$$\frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = \sin i_2,$$

где i_1 — угол падения, i_2 — угол преломления. Отсюда по (8):

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2,$$

т. е. путь, удовлетворяющий условию экстремальности, удовлетворяет и закону преломления. По знаку второй производной легко проверить, что этот путь минимальный.

§ 254. Измерения скорости света. Первая попытка определения скорости света была предпринята Галилеем в 1607 г. Галилей расположил наблюдателей с фонарями на двух холмах. Фонари были снабжены затворами. Один наблюдатель, открывая затвор, отправлял световой сигнал другому наблюдателю. Этот второй наблюдатель, заметив сигнал, открывал затвор своего фонаря и посылал сигнал обратно. Из-за конечной скорости распространения света сигнал должен был вернуться к первому наблюдателю с некоторым запозданием Δt . Если расстояние, пробегаемое светом между холмами взад и вперед, равно $2L$, то скорость света $c = \frac{2L}{\Delta t}$. На опыте время Δt не превышало времени, которое затрачивал второй наблюдатель на то, чтобы, увидя сигнал, открыть затвор своего фонаря. Неудача попытки Галилея показала, что если скорость света конечна, то она весьма велика. Вскоре после этого конечность скорости распространения света была установлена на основании астрономических наблюдений, а позже скорость света удалось измерить и в земных условиях. Ввиду того, что скорость света в пустоте является одной из основных физических констант, мы разберем несколько способов ее определения, следуя хронологическому порядку.

1. Астрономический метод Рёмера. Астроном Парижской обсерватории Рёмер заметил в 1676 г. существование отступлений от правильной периодичности в затмении спутников Юпитера. В течение одной половины земного года промежутки времени между двумя последующими затмениями короче, а в течение второй половины — длиннее среднего промежутка между ними. Это явление объясняется конечной скоростью распространения света. Пусть луч света, идущий от Юпитера J (рис. 18), совпадает по направлению с касательной к земной орбите в точке A . Если Земля движется в точке A от Юпитера, то свету приходится догонять Землю, и промежуток времени T' между двумя последующими затмениями спутника Юпитера больше истинного промежутка T_0 :

$$T' = T_0 + \Delta t.$$

Так как время T' мало по сравнению с периодом обращения Земли вокруг Солнца, то можно считать, что Земля движется за время T' в направлении луча JA . Поэтому запаздывание Δt приблизительно равно времени, затрачиваемому светом на пробег пути, который Земля успевает пройти по орбите за время T_0 , т. е. $\Delta t = \frac{v}{c} T_0$, где v — скорость Земли в ее движении по орбите, c — скорость света. Отсюда

$$T' = T_0 + \frac{v}{c} T_0. \quad (1)$$

Также в положении B , когда Земля приближается к Юпитеру, промежуток времени между двумя последующими затмениями T'' меньше истинного времени T_0 на Δt :

$$T'' = T_0 - \frac{v}{c} T_0. \quad (2)$$

При других положениях земного шара на орбите запаздывание или опережение будет меньше.

Решая уравнения (1) и (2) относительно c , получим

$$c = \frac{T' + T''}{T' - T''} v.$$

Это соотношение позволяет по максимальному и минимальному промежуткам времени между затмениями T' и T'' и по скорости v движения Земли по орбите найти скорость света c .

Рис. 18. Определение скорости света по затмению спутников Юпитера.

Измерения Рёмера дали для скорости света значение $215\,000 \text{ км/сек.}$ На основании современных астрономических измерений для скорости света получается значение, близкое к $300\,000 \text{ км/сек.}$

2. Метод звездной аберрации. В начале XVIII в. астрономами было установлено, что координаты „неподвижных“ звезд испытывают малое периодическое изменение: звезды описывают на небесном своде в течение земного года эллипс с одной и той же для всех звезд большой полуосью, видимой под углом $\Delta\varphi = 40.9''$. Степень вытянутости эллипса зависит от положения звезды относительно плоскости эклиптики; для звезд, лежащих в направлении, перпендикулярном к плоскости эклиптики, эллипс имеет наименьший эксцентриситет, для звезд, лежащих в плоскости эклиптики, эллипс вырождается в отрезок прямой.

Это явление, известное под названием *звездной аберрации*, обусловлено конечной скоростью распространения света. Пусть истинное

направление на звезду S (рис. 19) образует угол φ с направлением скорости Земли \mathbf{v} и пусть звезда рассматривается в телескоп, ось которого направлена вдоль истинного направления на звезду. Из-за движения Земли изображение звезды B окажется несколько смещенным относительно оси телескопа и попадет в точку C , так как за время Δt , в течение которого свет распространяется вдоль трубы, телескоп переместится вместе с Землей в направлении скорости \mathbf{v} . Очевидно, отрезок BC равен пути, на который телескоп переместится вместе с Землей за время Δt , откуда следует, что $BC = v \Delta t$. Так как изображение звезды получается в главной фокальной плоскости объектива телескопа, то $\Delta t = \frac{F}{c}$, где F — длина фокусного расстояния объектива телескопа, а c — скорость света. Отсюда имеем

$$BC = \frac{v}{c} F. \quad (3)$$

В результате того, что изображение звезды получится в точке C , вместо точки B , кажущееся направление на звезду окажется повернутым относительно истинного на угол $\delta\varphi$. Этот угол, носящий название угла абберации, как видно из рис. 19, определяется соотношением:

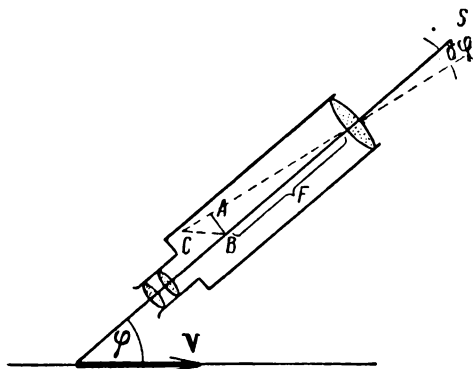


Рис. 19. Звездная абберация.

$$\delta\varphi = \frac{AB}{F} = \frac{BC \sin(\angle ACB)}{F}.$$

Угол $ACB = \varphi - \delta\varphi$; так как угол $\delta\varphi$ мал, то приближенно

$$\angle ACB = \varphi \quad \text{и} \quad \delta\varphi = \frac{BC \sin \varphi}{F}.$$

Подставляя сюда вместо BC его значение по (3), получим

$$\delta\varphi = \frac{v}{c} \sin \varphi, \quad (4)$$

откуда следует, что угол абберации не зависит от фокусного расстояния телескопа F и определяется лишь отношением скорости Земли v к скорости света c и углом φ . Так как во время годичного движения Земли по орбите угол φ между вектором скорости Земли \mathbf{v} и направлением на звезду непрерывно меняется, то видимое положение звезды на небесном своде описывает эллипс. Наибольших по-

абсолютному значению величин $\sin \varphi$ достигает при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi = \frac{3\pi}{2}$, следовательно, угловая величина $\Delta\varphi$ большой полуоси эллипса, по (4), равна

$$\Delta\varphi = \frac{v}{c} \sin \frac{\pi}{2} - \frac{v}{c} \sin \frac{3\pi}{2} = 2 \frac{v}{c},$$

откуда для скорости света c имеем

$$c = \frac{2v}{\Delta\varphi}.$$

Пользуясь приведенным выше значением $\Delta\varphi$ и известным значением скорости движения Земли по орбите v , можно найти скорость света c . Этим методом было получено $c = 303\,000$ км/сек.

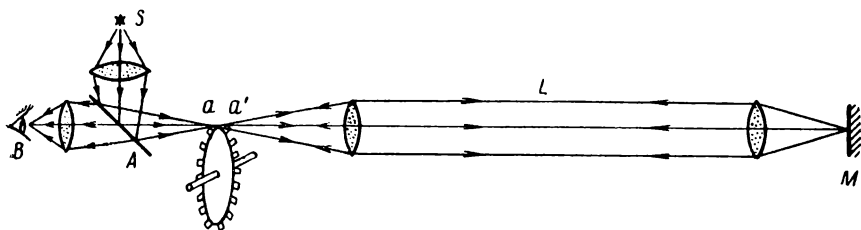


Рис. 20. Определение скорости света методом зубчатого колеса.

3. Метод зубчатого колеса. Скорость света в земных условиях была впервые измерена Физо в 1849 г. с помощью метода зубчатого колеса. Этот метод, по существу, совпадает с методом, предложенным Галилеем, только второй наблюдатель заменен зеркалом, а затвор, открываемый рукой, — быстро вращающимся зубчатым колесом, которое то пропускает, то перекрывает световой пучок. Схема метода зубчатого колеса представлена на рис. 20. Свет от источника S , отражаясь от полупосеребренного зеркала A , проходит между зубцами aa' колеса, достигает зеркала M , отражается обратно и, пройдя сквозь полупосеребренное зеркало A , попадает в глаз наблюдателя B .

Если привести зубчатое колесо во вращение, то за время Δt , в течение которого свет идет до зеркала M и обратно, зубчатое колесо успеет повернуться на некоторый угол. Если при этом просвет между зубцами сменится ближайшим зубцом, то отраженный свет будет задержан, и наблюдатель не увидит его. Если же колесо повернется на такой угол, что свет, отраженный обратно от зеркала M , пройдет через соседний промежуток между зубцами, то наблюдатель снова его увидит. При еще более быстром вращении колеса свет вновь пропадет.

Время Δt может быть непосредственно измерено, если найти то число оборотов колеса ν , при котором происходит, например, первое пропадание возвращающегося от зеркала M света. Пусть n — число зубцов на колесе, тогда

$$\Delta t = \frac{1}{2n\nu}. \quad (5)$$

С другой стороны, как сказано, это время равно времени, потребному свету для того, чтобы пробежать базис L туда и обратно, т. е. оно равно

$$\Delta t = \frac{2L}{c}. \quad (6)$$

Сравнивая выражения (5) и (6), получим

$$c = 4nL\nu.$$

Физо брал расстояние $2L = 14$ км. Для скорости света он получил 315 000 км/сек. Впоследствии измерения по методу зубчатого колеса повторялись более тщательно, с большим базисом. При $2L = 46$ км было получено $c = 299\,870 \pm 50$ км/сек. В недавнее время в качестве приспособления, прерывающего световой пучок, вместо зубчатого колеса использовалась ячейка Керра (см. § 294). При этом базис был сокращен до 15 м, т. е. вся аппаратура располагалась в пределах лаборатории.

4. Метод вращающегося зеркала (Фуко, 1868 г.). Схема метода вращающегося зеркала представлена на рис. 21. Свет от источника S , пройдя через полупросеребренную пластинку M , падает на зеркало A , вращающееся вокруг оси O , перпендикулярной к плоскости рисунка. Отразившись от зеркала A , луч падает на второе зеркало B . Это зеркало вогнутое и расположено так, что ось O проходит как раз через его центр кривизны. Отразившись от зеркала B , луч идет обратно и дает в точке S' изображение источника. При повороте зеркала A , пока луч скользит по вогнутому зеркалу B , он отражается в прежнем направлении, так как падает все время

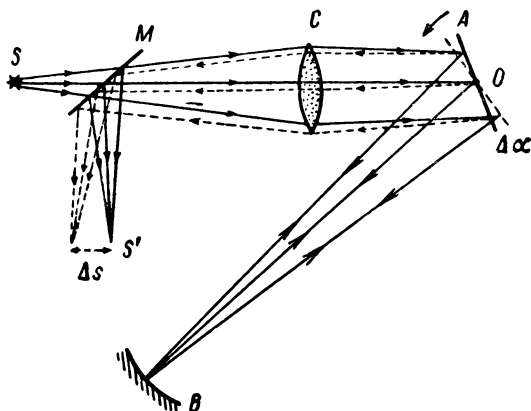


Рис. 21. Определение скорости света методом вращающегося зеркала.

является к плоскости рисунка. Отражившись от зеркала A , луч падает на второе зеркало B . Это зеркало вогнутое и расположено так, что ось O проходит как раз через его центр кривизны. Отражившись от зеркала B , луч идет обратно и дает в точке S' изображение источника. При повороте зеркала A , пока луч скользит по вогнутому зеркалу B , он отражается в прежнем направлении, так как падает все время

на зеркало B вдоль одного из его радиусов нормально к его поверхности. Таким образом, при повороте зеркала A изображение источника S' остается неподвижным. Когда зеркало A повернется настолько, что луч сойдет с вогнутого зеркала B , изображение S' пропадет. При вращении зеркала A изображение S' начнет мигать, однако при быстром вращении мигания настолько часты, что глаз перестает их замечать. При достаточно быстром вращении зеркала A изображение S' несколько смещается; это происходит оттого, что за время Δt , в течение которого свет распространяется от зеркала A до B и обратно, зеркало A успевает повернуться на угол $\Delta\alpha$. При этом отраженный луч поворачивается на угол $2\Delta\alpha$ (см. § 251) и изображение S' смещается на отрезок Δs , равный

$$\Delta s = 2\Delta\alpha \cdot l, \quad (7)$$

где l — длина светового пучка от линзы C до места образования изображения S' .

С другой стороны, если ω — угловая скорость вращения зеркала A , то угол поворота $\Delta\alpha = \omega \Delta t$. Но Δt представляет собою время прохождения светом пути от зеркала A до зеркала B и обратно; обозначив этот путь через L , имеем

$$\Delta t = \frac{2L}{c},$$

откуда для угла $\Delta\alpha$ получим

$$\Delta\alpha = \omega \frac{2L}{c}. \quad (8)$$

Из (7) и (8) найдем для скорости света

$$c = \frac{4\omega Ll}{\Delta s}.$$

Отсюда по непосредственно измеримым значениям ω , L , l и Δs находим скорость света c .

Расстояние L в опытах Фуко равнялось всего 4 м, зеркало A делало 800 оборотов в секунду. Для скорости света он нашел значение $c = 298\,000 \pm 500$ км/сек. Это значение слишком мало. Произведенные в 1891 г. новые измерения по методу вращающегося зеркала дали $c = 299\,810 \pm 50$ км/сек.

5. Метод вращающейся призмы. Майкельсон в известном смысле объединил методы зубчатого колеса и вращающегося зеркала, создав установку с вращающейся призмой. Метод зубчатого колеса неточен тем, что свет затемнен не только тогда, когда его закрывает середина зубца, но и когда его закрывает край зубца. Таким образом, момент пропадания изображения определяется неточно. То же обстоятельство играет роль, если увеличить скорость вращения колеса настолько, чтобы свет проходил через соседний

просвет между зубцами: момент появления изображения вновь не может быть точно фиксирован. Недостаточно точен и метод вращающегося зеркала, так как в нем берется слишком малый базис L ; смещение изображения Δs в опытах Фуко равнялось всего 0,7 мм. Метод с вращающейся призмой устраняет эти недостатки; общая схема этого метода дана на рис. 22.

Свет от источника S отражался от грани a стальной восьмигранной призмы и с помощью плоских зеркал c и c' направлялся на вогнутое зеркало A . От вогнутого зеркала A свет шел, в виде параллельного пучка, к зеркалам B и B' , расположенным на соседней горе. В опытах, произведенных в 1926 г., Майкельсон использовал

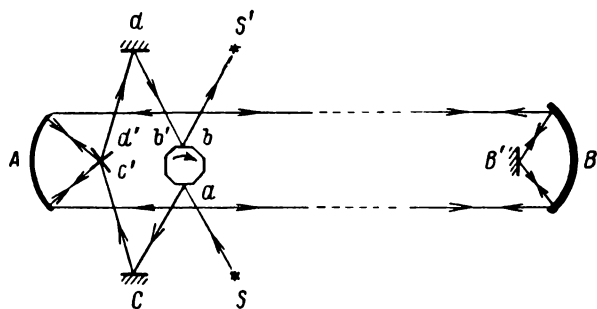


Рис. 22. Определение скорости света методом вращающейся призмы.

вершины двух гор, расположенных друг от друга на расстоянии 35,4 км. На вершине второй горы свет отражался от установленных там зеркал B и B' и попадал обратно на зеркало A . Затем с помощью плоских зеркал d' и d он направлялся на грань призмы b и давал изображение в точке S' . При неподвижной призме грань b была противоположна грани a . При вращении призмы можно было так подобрать ее угловую скорость, что за время, в течение которого свет пробегал вдоль базиса туда и обратно, призма поворачивалась на $1/8$ оборота и на место грани b вставала грань b' , от которой свет и отражался. Если бы призма поворачивалась ровно на $1/8$ оборота, то изображение осталось бы на прежнем месте S' . На самом деле грань b' вставала не точно на место грани b и изображение S' несколько смещалось. Это смещение могло быть измерено. Таким образом, смена одного просвета между зубцами другим в методе зубчатого колеса заменялась сменой одной грани призмы другой; смещение изображения S' , аналогичное смещению в методе вращающегося зеркала, играло роль поправки. Это позволяло гораздо более точно измерять время Δt , затрачиваемое светом на прохождение базиса, чем в предыдущих опытах.

Измерения, произведенные этим способом, дали $c = 299\,796 \pm 4$ км/сек.

Все описанные методы измеряли скорость света в воздухе, и переход к скорости света в пустоте производился расчетом по известному значению коэффициента преломления воздуха (см. § 251). Однако при больших базисах (при которых измерения становятся более точными) начинает сказываться неоднородность воздуха и переход к пустоте затрудняется. Чтобы избежать этого, Майкельсон снова измерил в 1932 г. скорость света методом вращающейся призмы, но при распространении света в трубе, из которой был откачан воздух. Длина трубы равнялась 1,6 км, свет пробегал в ней взад и вперед 10 раз, так что общая длина пути света достигала почти 16 км. Для скорости света получилось значение $c = 299\,774 \pm 2$ км/сек.

В табл. I сопоставлены результаты ряда измерений скорости света, произведенных различными методами.

Т а б л и ц а I

Метод	Год	Скорость света в км/сек
Вращающееся зеркало	1891	$299\,810 \pm 50$
Зубчатое колесо	1902	$299\,870 \pm 50$
Вращающаяся призма	1926	$299\,796 \pm 4$
Ячейка Керра ¹	1928	$299\,778 \pm 10$
Вращающаяся призма, путь света в вакууме	1932	$299\,774 \pm 2$

В настоящее время для скорости света в пустоте в качестве наиболее вероятного принимается значение:

$$c = 299\,776 \pm 4 \text{ км/сек.}$$

В большинстве случаев с достаточной степенью точности можно полагать $c = 2,998 \cdot 10^{10}$ см/сек, а при более грубых оценках $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек.

§ 255. Волновая теория света. Принцип Гюйгенса. Как мы указали во введении, Гюйгенс высказал в конце XVII в. предположение, что свет представляет собою волны, распространяющиеся в сплошной упругой среде — эфире, заполняющем все „пустое“ пространство и пронизывающем все тела. Такой же точки зрения на природу света держался и М. В. Ломоносов. При этом световые волны мыслились в виде распространяющихся в эфире механических упругих колебаний.

¹ Метод определения скорости света с помощью ячейки Керра описан в § 294.

Гюйгенс рассматривал главным образом вопрос о *распространении волнового фронта* и установил принцип, позволяющий по данному положению волнового фронта найти его положение в последующие моменты времени. Этот принцип, носящий название *принципа Гюйгенса*, был изложен в т. I, § 107. Здесь мы его кратко напомним: всякая точка, которой достиг волновой фронт, может рассматриваться как самостоятельный источник элементарных волн; новый фронт волны представляет собою огибающую всех возникших элементарных полусферических волн (рис. 23).

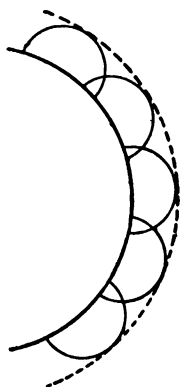


Рис. 23. Образование вторичных волн.

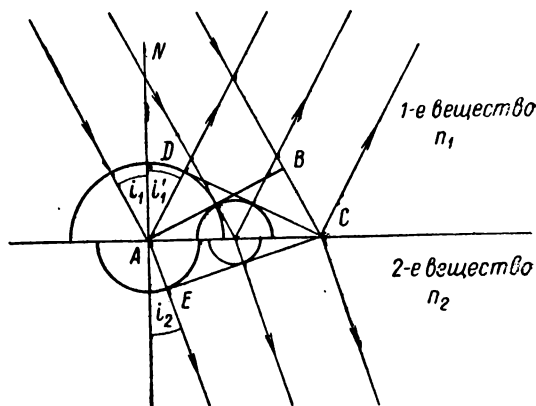


Рис. 24. Образование отраженных и преломленных волн на границе двух прозрачных веществ.

Лучи являются семейством прямых, нормальных к волновому фронту.

Принцип Гюйгенса позволяет объяснить с волновой точки зрения законы отражения и преломления света. Пусть на границу раздела двух веществ с коэффициентами преломления n_1 и n_2 падает плоский волновой фронт AB (рис. 24); ему соответствует пучок параллельных лучей, составляющих с нормалью AN угол i_1 . Все точки границы раздела, до которых доходит волновой фронт, становятся по принципу Гюйгенса источниками новых сферических волн.

Фронт волны прежде всего достигает на границе раздела точки A . Пока второй край фронта B дойдет до границы раздела в точке C , около точки A образуется распространяющийся обратно в первое вещество полусферический фронт радиуса $AD = BC$. Около промежуточных точек границы раздела возникнут полусферические волны меньшего радиуса. Касательная к элементарным

полусферическим волнам плоскость DC определит направление фронта отраженных волн. Пусть лучи, соответствующие этому фронту волн, составляют с нормалью AN углом i'_1 . Рассмотрим прямоугольные треугольники ABC и ADC ; они имеют общую гипотенузу AC и равные катеты $AD = BC$. Следовательно, $\triangle ABC = \triangle ADC$, откуда

$$\angle BAC = \angle DCA.$$

Но $\angle BAC$ равен углу падения i_1 , а $\angle DCA$ — углу отражения i'_1 , откуда

$$i'_1 = i_1,$$

т. е. выполняется закон отражения.

Для доказательства закона преломления введем в рассмотрение скорости распределения света в обоих веществах. Пусть в первом веществе свет распространяется со скоростью v_1 , а во втором — со скоростью v_2 . Пусть за то время, пока в первом веществе край фронта B распространялся от точки B до точки C , во втором веществе около точки A возникла элементарная полусферическая волна радиуса AE . Тогда касательная плоскость EC определит положение фронта преломленных волн.

Радиус AE полусферической волны, возникшей около точки A во втором веществе, должен относиться к радиусу AD волны, возникшей около той же точки в первом веществе, как относятся скорости света в этих двух веществах:

$$\frac{AD}{AE} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (1)$$

Из прямоугольного треугольника AEC имеем

$$\sin \angle ACE = \frac{AE}{AC}. \quad (2)$$

Из прямоугольного треугольника ADC имеем

$$\sin \angle ACD = \frac{AD}{AC}. \quad (3)$$

Деля почленно соотношение (3) на (2), получим

$$\frac{\sin \angle ACD}{\sin \angle ACE} = \frac{AD}{AE}, \text{ откуда по (1): } \frac{\sin \angle ACD}{\sin \angle ACE} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Но угол ACD равен углу падения i_1 , а угол ACE равен углу преломления i_2 , откуда

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (4)$$

Отношение скоростей света v_1/v_2 есть для данной пары веществ величина постоянная, отсюда соотношение (4) выражает собою закон преломления.

Сравнивая соотношение (4) с обычным видом закона преломления

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

получаем

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (5)$$

Таким образом, волновая теория не только позволяет объяснить закон преломления, но и устанавливает соотношение между коэффициентами преломления и скоростями распространения света.

По формуле (5): *коэффициенты преломления двух веществ обратно пропорциональны скоростям распространения в них света*. В веществе, оптически более плотном, свет распространяется медленнее, чем в веществе, оптически менее плотном.

Для пустоты коэффициент преломления равен единице, откуда скорость распространения света v в каком-либо веществе связана со скоростью распространения света в пустоте c соотношением

$$v = \frac{c}{n}, \quad (6)$$

где n — коэффициент преломления данного вещества. Для прозрачных тел $n > 1$, и скорость распространения света в них меньше, чем в пустоте.

Корпускулярная теория света также позволяет объяснить законы отражения и преломления, однако она приводит к иной зависимости между коэффициентами преломления и скоростями распространения света.

Закон отражения объясняется непосредственно, если допустить, что световые corpusкулы отскакивают от отражающей поверхности как упругие тела: мы видели (т. I, § 18), что шар, упруго ударяющийся о стенку, отскакивает от нее под углом, равным углу падения.

Для объяснения закона преломления надо допустить, что при переходе из одного вещества в другое меняется нормальная составляющая v_n скорости световой частицы, касательная же составляющая ее скорости v_t остается неизменной. Из рис. 25 имеем

$$\sin i_1 = \frac{v_{1t}}{v_1}, \quad \sin i_2 = \frac{v_{2t}}{v_2},$$

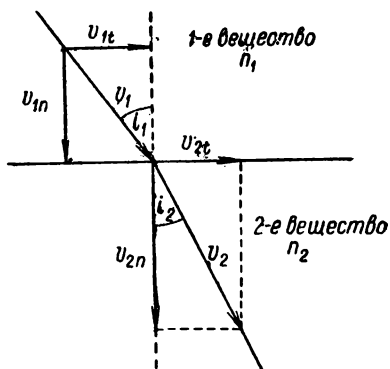


Рис. 25. Объяснение преломления лучей с корпускулярной точки зрения.

где v_1 — скорость частиц в первом веществе, v_2 — их скорость во втором веществе. Полагая, по сказанному, что $v_{2t} = v_{1t}$, получим

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_2}{v_1}. \quad (7)$$

Для данной пары веществ отношение скоростей v_2/v_1 — величина постоянная, и формула (7) выражает закон преломления. Однако, сравнивая ее с обычным законом преломления

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \text{получим} \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1};$$

таким образом, по корпускулярной теории коэффициенты преломления двух веществ прямо пропорциональны скоростям распространения в них света. По корпускулярной теории в веществе, оптически более плотном, свет распространяется быстрее, чем в веществе, оптически менее плотном.

Как видно, волновая и корпускулярная теории света приводят к различным зависимостям коэффициентов преломления от скоростей света в различных средах. Это обстоятельство позволяет произвести экспериментальную проверку обеих теорий. Такая проверка была выполнена лишь в 1868 г., когда метод вращающегося зеркала позволил измерять скорость света, пользуясь базисом малой длины. Фуко поместил между вращающимся зеркалом A (рис. 21, § 254) и вогнутым зеркалом B трубу, наполненную водой. Изображение S' при этом сдвинулось больше, чем при отсутствии воды: опыт решил в пользу волновой теории, — в среде, оптически более плотной, свет распространяется медленнее, чем в среде, оптически менее плотной. Однако еще до этого волновая теория получила прочный фундамент в области явлений дифракции и интерференции света, непосредственно указывающих на волновую природу света.

§ 256. Интерференция света. Как мы указывали, еще в XVII в. были установлены факты загибания света в область геометрической тени и появления при наложении пучков света чередующихся светлых и темных полос. Явления загибания света в область геометрической тени получили название *дифракции*, а явление сложения световых пучков, ведущее к образованию светлых и темных полос, — *интерференции света*. Из явлений интерференции следует, что два световых потока, накладываясь, могут не только усиливать, но и ослаблять друг друга. Это свойство световых потоков непосредственно указывает на их волновую природу: две системы волн усиливают друг друга там, где гребни волн одной системы попадают на гребни другой и провалы на провалы, и ослабляют друг друга в тех местах, где гребни накладываются на провалы. Явления интерференции известны для механических волн, например для волн на поверхности воды и для упругих акустических волн (см. т. I, § 116).

Однако в области оптики результаты сложения световых пучков были впервые точно истолкованы на основе волновых представлений лишь Юнгом в 1802 г., хотя первые попытки объяснения возникновения светлых и темных полос, как было указано, делал еще Ньютон, который приписывал свету периодические свойства отражаться или проходить сквозь тонкие прозрачные слои („приступы“ легкого преломления и отражения). Волновые идеи Юнга были широко развиты Френелем в течение первой половины XIX в.

Юнг произвел следующий опыт: малое отверстие A (рис. 26) в непрозрачном экране освещается интенсивным источником. Согласно принципу Гюйгенса, оно становится новым источником полусферических волн. Эти волны падают на два следующих малых отверстия B_1 и B_2 , которые, в свою очередь, становятся источниками волн, перекрывающихся друг друга в области D . Так как колебания в отверстиях B_1 и B_2 вызываются одной и той же падающей на них волной, то они совершаются в одинаковой фазе и с одинаковыми амплитудами. Волны, исходящие из точек B_1 и B_2 , сходятся в каждой точке области D с разностью хода, определяемой пройденными ими путями. В зависимости от этой разности хода они усиливают или ослабляют друг друга. Таким образом, наблюдается чередование светлых и темных полос.

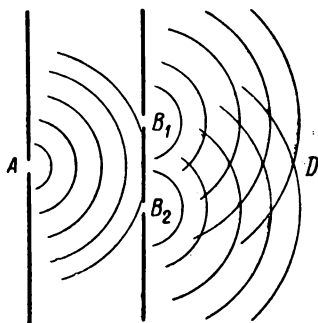


Рис. 26. Схема опыта Юнга.

Рассмотрим схему опыта Юнга более подробно, исходя из установленного в т. I, § 109, положения: *волны одинаковых периодов максимально усиливают друг друга при разности хода Δ , равной целому числу длин волн λ :*

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad (1)$$

где k — целое число, и *максимально ослабляют друг друга при разности хода, равной нечетному числу полуволн:*

$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Пусть точечные источники волн B_1 и B_2 расположены друг от друга на расстоянии t (рис. 27). Колебания в точках B_1 и B_2 совершаются в одной фазе. Результат интерференции волн пусть наблюдается на экране DD' , расположенном от точек B_1 , B_2 на расстоянии L , большом по сравнению с t . Определим разность хода Δ , с которой приходят волны в точку экрана C , отстоящую от его

середины A на расстоянии l . При условии, что и t и l много меньше L , приближенно получим

$$\frac{\Delta}{t} = \frac{l}{L}, \quad \text{откуда} \quad \Delta = \frac{l}{L} t.$$

По условию (1) в точке C будет светлая полоса, если

$$\Delta = \frac{l}{L} t = \pm k\lambda, \quad (3)$$

и по условию (2) — темная полоса, если

$$\Delta = \frac{l}{L} t = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда, светлые полосы располагаются на расстояниях, считая от середины экрана A , равных

$$l = \pm k \frac{\lambda}{t} L, \quad (4)$$

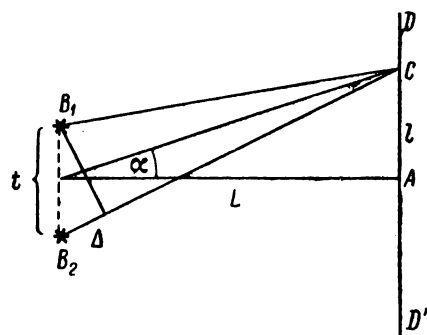
где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$. Темные полосы расположены между светлыми. Расстояние между соседними светлыми полосами Δl равно

$$\Delta l = \frac{\lambda}{t} L. \quad (4a)$$

Положение светлых полос можно определить также углом $\alpha = \frac{l}{L}$ (рис. 27) по (4):

$$\alpha = k \frac{\lambda}{t}.$$

Рис. 27. К подсчету разности хода лучей B_1C и B_2C .



Угловое расстояние между соседними светлыми (или темными) полосами $\Delta\alpha$ равно

$$\Delta\alpha = \frac{\lambda}{t}. \quad (46)$$

Из равенства (46) видно, что угловое расстояние между полосами определяется отношением λ/t , т. е. отношением длины волны λ к расстоянию между источниками t . Это отношение λ/t не должно быть мало, так как в противном случае интерференционные полосы расположатся на слишком малых угловых расстояниях друг от друга. Опыт показывает, что надо брать весьма близкие источники B_1 и B_2 , чтобы полосы отстояли друг от друга на заметных угловых расстояниях. Так, $\Delta\alpha = 10^{-3}$ (это соответствует расстоянию между полосами в 1 мм при $L = 1$ м), если отверстия B_1 и B_2 отстоят друг от друга на расстоянии $t = 0,5$ мм. Так как по (46)

$$\lambda = \Delta\alpha \cdot t,$$

то отсюда находим, что длина световых волн — величина очень малая, порядка $5 \cdot 10^{-5}$ см.

При наблюдении в белом свете все полосы, кроме центральной, которой соответствует $k=0$, окрашены, причем число наблюдаемых полос невелико. При наблюдении в свете какого-либо определенного цвета полосы имеют тот же цвет и могут быть насчитаны в значительно большем числе. При наблюдении в красном свете полосы располагаются на больших угловых расстояниях $\Delta\alpha$ друг от друга, а при наблюдении в синем свете — на меньших. Отсюда следует, что свет различного цвета отличается друг от друга длиной волны: красные лучи имеют большую, а синие меньшую длину волны; белый свет представляет собою смесь волн различных длин, т. е. лучей различных цветов. Измерения показывают, что лучам различных цветов соответствуют приблизительно приведенные в табл. II интервалы длин волн, выраженные в микронах (тысячных долях миллиметра).

Лучи с длинами волн больше 0,76 мк и меньше 0,40 мк человеческий глаз не воспринимает. Первые из них называются *инфракрасными*, вторые — *ультрафиолетовыми*. Свет какой-либо одной определенной длины волны называется *монохроматическим*.

При белом свете полосы различных цветов при больших k перекрываются и дают равномерное освещение. Этим объясняется, что в белом свете число наблюдаемых интерференционных полос ограничено.

Существенно отметить, что в опыте Юнга отверстия B_1 , B_2 и A должны быть малы. Только при малых размерах отверстия A за ним возникает правильный волновой фронт, представляющий собою часть сферы, что обеспечивает одинаковость фаз колебаний в отверстиях B_1 и B_2 и, следовательно, определенную разность хода между волнами, сходящимися в любой точке экрана C . При отсутствии постоянной разности фаз усиления волн не происходили бы все время в одних и тех же местах и полосы размылись бы. При освещении экрана двумя *независимыми* источниками света в точках экрана не получились постоянных разностей хода, и интерференционные полосы не смогли возникнуть. *Источники, колеблющиеся в одинаковых фазах или с постоянной разностью фаз, называются когерентными. Только когерентные источники дают определенным образом расположенные интерференционные полосы.*

Т а б л и ц а II

Цвет света	Приблизительный интервал длин волн λ в мк
Красный	0,76—0,63
Оранжевый	0,63—0,60
Желтый	0,60—0,57
Зеленый	0,57—0,50
Сине-зеленый	0,50—0,45
Синий	0,45—0,43
Фиолетовый	0,43—0,40

Два независимых источника света, например две различные свечи или электрические лампочки, не когерентны. Каждый из них состоит из огромного числа атомов или молекул, являющихся независимыми элементарными излучателями. Между фазами, с которыми колеблются атомы обоих источников, нет никаких постоянных соотношений. Поэтому колебания, исходящие от всех атомов обоих источников, накладываются друг на друга, дают в среднем равномерную освещенность. Тем не менее можно осуществить различные схемы опытов, в которых искусственно создаются когерентные источники света путем разделения света от одного источника на два пучка. Такие опыты будут описаны дальше (§ 261).

§ 257. Образование стоячих волн. В т. I, разбирая кинематику волн, мы видели, что возможна интерференция не только волн, рас-

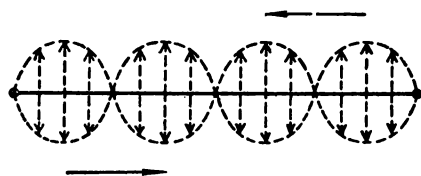


Рис. 28. Образование стоячих волн в результате интерференции двух встречных волн.

пространяющихся в одном и том же направлении, но и встречных волн. При сложении встречных волн одинаковых частот и амплитуд возникают так называемые *стоячие волны*, характеризующиеся наличием *узлов*, т. е. мест, где колебания все время компенсируют друг друга, и *пучностей* — мест максимальных колебаний. Соседние узлы расположены друг от друга на расстоянии $\lambda/2$; на таком же расстоянии расположены друг от друга пучности. Расстояние между узлом и ближайшей к нему пучностью равно $\lambda/4$. В области механических явлений стоячие волны образуются, например, при отражении волны, распространяющейся от конца струны вдоль струны. Если конец струны закреплен, то в этом месте образуется узел (рис. 28), что обусловлено потерей полуволны при отражении от закрепленного конца.

Световые стоячие волны были впервые экспериментально обнаружены в 1890 г.

О. Винером. Волны определенной длины отражались от металлического зеркала AB (рис. 29) и образовывали систему стоячих волн. Под острым углом φ к зеркалу располагалась прозрачная стеклянная пластинка CC' , на которую наносился очень тонкий слой фотографической эмульсии, сделанной из коллодия (толщина слоя была около $1/20$ длины световой волны). В местах

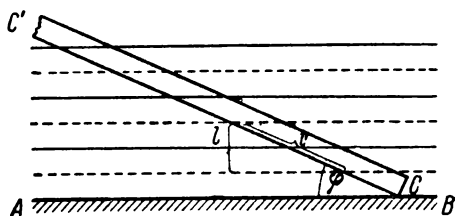


Рис. 29. Образование стоячих волн у поверхности зеркала.

пучностей (на рис. 29 отмечены пунктиром) происходил фотографический процесс: в этих местах пластинка после проявления оказывалась почерневшей; в местах узлов слой эмульсии не изменялся. Расстояние l между соседними пучностями, по сказанному, равно $\lambda/2$, т. е. половине длины световой волны. Расстояние l' между почерневшими местами на фотопластинке равно:

$$l' = \frac{l}{\sin \varphi} = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi};$$

при малом угле φ это расстояние l' много больше λ , что позволяет без труда заметить образовавшиеся на пластинке черные полосы. В опытах Винера угол φ брался порядка $1'$, чему соответствовали расстояния l' порядка 1 мм. Вблизи поверхности зеркала располагался узел, что указывает на изменение фазы на π при отражении света от зеркала.

Образование узла в стоячих волнах у металлической отражающей поверхности можно также продемонстрировать, используя явление фосфоресценции. Для этого часть стекляннной отражающей пластинки серебрится. Затем вся пластинка покрывается очень тонким слоем фосфоресцирующего вещества, толщиной в небольшую долю длины световой волны. Пластинка освещается светом определенной длины волны, способной вызвать фосфоресценцию. При этом оказывается, что ярко светится слой фосфоресцирующего вещества лишь в тех местах, где нет серебра. Это происходит вследствие того, что при отражении света от серебра образуются стоячие волны с узлом у отражающей поверхности. (При отражении света от поверхности стекла стоячие волны не образуются, так как амплитуда отраженного света много меньше амплитуды падающего.)

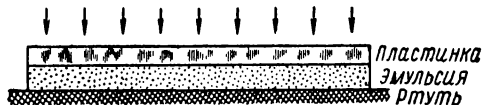


Рис. 30. Метод получения цветной фотографии с помощью стоячих волн.

Образование стоячих волн может быть также использовано для получения цветных фотографий. Фотографическая пластинка с толстым слоем эмульсии касается ртутного зеркала (рис. 30). Нормально падающий свет образует в толще слоя пластинки стоячие волны. Фотографический процесс происходит лишь в местах пучностей, в результате чего после проявления образуется ряд слоев выделившегося серебра, параллельных поверхности пластинки. Если пластинка освещалась при фотографировании светом определенного цвета с длиной волны λ_1 , то расстояние между серебряными слоями равно $\lambda_1/2$. При рассматривании затем такой пластинки свет, падающий на нее нормально, отразится от последовательного ряда серебряных слоев, причем разность хода между волнами, отразившимися от двух соседних слоев, равна λ_1 . Если собственная длина волны падающего света $\lambda = \lambda_1$, то отразившиеся волны, интерферируя, усилят друг друга. Для волн всех иных длин разность хода отлична от λ , и они не будут друг друга усиливать. В самом деле, пусть, например, разность хода лучей, отразившихся от соседних

слоев, равна $\lambda/4$. Тогда разность хода лучей, отразившихся от первого и третьего слоев, равна $\lambda/2$, и они друг друга погасят; также погасят друг друга лучи, отразившиеся от второго и четвертого слоев, и т. д.

В общем случае, при разности хода между волнами, отразившимися от двух соседних слоев, равной $p\lambda$ (где $p < 1$), ослабят друг друга те волны, которые отражаются от первого и k -го слоев, второго и $(k+1)$ -го слоев и т. д., где k удовлетворяет условию: $k - 1 = \frac{1}{2p}$.

Если пластинку осветить белым светом, то из всей совокупности длин волн, образующих белый свет, усилятся лишь волны с длиной $\lambda = \lambda_1$. Таким образом, в отраженном свете пластинка представится окрашенной в тот цвет, в котором было произведено фотографирование.

§ 258. Поляризация света. Описанные нами в предыдущих параграфах явления интерференции в одинаковой степени могут быть

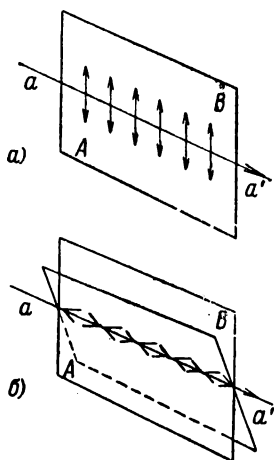


Рис. 31. Схема колебаний в поперечной (а) и в продольной волне (б).

объяснены как допущением, что световые волны поперечны, так и допущением, что они продольны. Однако существуют процессы, в которых проявляется различие между поперечными и продольными волнами. В поперечной волне, распространяющейся в направлении aa' (рис. 31а), все точки вещества совершают колебания в определенной плоскости AB . Следовательно, поперечная волна по отношению к различным плоскостям, проведенным через направление ее распространения, обладает различными свойствами. В продольной же волне колебания совершаются вдоль направления распространения волны aa' , и ее свойства по отношению к любой плоскости AB (рис. 31б), проведенной через направление ее распространения, одинаковы.

Свет, испускаемый большинством источников света, например раскаленными твердыми телами, непосредственно не обнаруживает таких свойств, которые выявляли бы поперечный характер его колебаний. Поперечность световых колебаний удастся обнаружить лишь после того, как свет испытает некоторые изменения, например отражение от границы прозрачной среды. Пусть луч AB (рис. 32) отражается в точке B от стеклянной плоской поверхности S под углом i , а затем вторично отражается в точке C от другой стеклянной плоской поверхности S' под тем же углом i . При поворачивании поверхности S' около оси OO' , совпадающей по направлению с падающим лучом BC , угол падения i остается неизменным, а меняется лишь положение плоскости падения света на поверхность S' по отношению к плоскости падения на поверхность S . Опыт пока-

зывает, что интенсивность луча CD зависит от относительного положения обеих плоскостей падения: луч CD имеет максимальную интенсивность, когда плоскости падения параллельны друг другу (рис. 32а), и минимальную интенсивность, когда они взаимно перпендикулярны (рис. 32б).

Таким образом, после первого отражения свет стал обнаруживать зависимость интенсивности отраженных лучей от ориентации плоскости падения. Свет, обладающий таким свойством, носит название *поляризованного света*.

При определенном значении угла i луч вовсе не отражается от второй пластинки, если плоскости падения на обе пластинки взаимно перпендикулярны. В этом случае свет называется *полностью поляризованным*. По закону, открытому Брюстером, свет *полностью поляризуется при угле падения i , удовлетворяющем условию*

$$\operatorname{tg} i = n, \quad (1)$$

где n — коэффициент преломления вещества, от поверхности которого происходит отражение.¹ Условно считать свет, отраженный от прозрачной поверхности под углом, удовлетворяющим закону Брюстера, *поляризованным в плоскости падения*. Введя такое понятие о плоскости поляризации, можно сказать: поляризованные лучи отражаются с максимальной интенсивностью, когда плоскость поляризации совпадает с плоскостью падения; они вовсе не отражаются, когда плоскость поляризации перпендикулярна к плоскости падения.

Указанные факты легко истолковываются, если допустить поперечность световых волн. В световых волнах, испускаемых большинством источников света, колебания не упорядочены — они совершаются в различных плоскостях. Свет, представляющий собою такие колебания, называется *естественным*. В частично поляризованном свете колебания совершаются преимущественно в одной плоскости; в полностью поляризованном свете колебания совершаются только в одной определенной плоскости, как это изображено на рис. 31а. Интенсивность, с которой отражаются волны от границы прозрачного

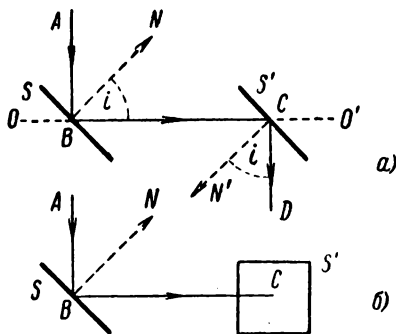


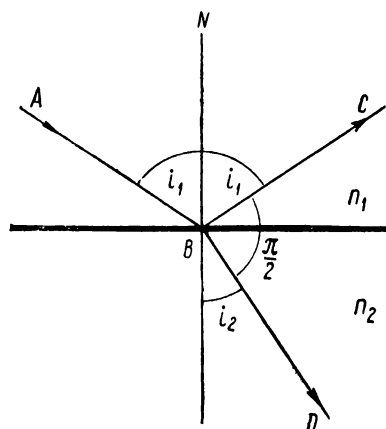
Рис. 32. Наблюдение поляризации света при отражении от двух стеклянных поверхностей.

¹ В действительности при отражении под углом Брюстера свет носит следы эллиптической поляризации, что объясняется наличием на поверхности неоднородной пленки.

вещества, зависит от того, какой угол составляет плоскость колебаний с плоскостью падения.

Поскольку само по себе неясно, при каком угле между плоскостями колебания и падения волны отражаются с максимальной интенсивностью, постольку неясно, совпадает ли плоскость колебаний с условно введенной выше плоскостью поляризации или нет. Этот вопрос может быть решен лишь на основании электромагнитной теории света, на что нами будет указано в § 259 и 277.

Формулируя закон Брюстера, мы считали, что свет падает на границу прозрачного вещества, граничащего с пустотой, причем принимали во внимание лишь отраженный луч. Рассмотрим теперь более подробно случай прохождения света через границу *двух веществ* с коэффициентами преломления n_1 и n_2 . При падении



луча AB (рис. 33) на границу раздела обоих веществ под углом падения i_1 возникают два луча: отраженный луч BC и преломленный BD . Последний образует с нормалью угол i_2 , удовлетворяющий закону преломления:

$$\sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin i_2. \quad (2)$$

Пусть падающий луч AB является естественным, т. е. в нем присутствуют колебания любых направлений. Если угол падения удовлетворяет закону Брюстера, который теперь имеет вид

$$\operatorname{tg} i_1 = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1a)$$

Рис. 33. При падении света под углом Брюстера отраженный луч BC перпендикулярен к преломленному лучу BD .

то преломленный луч BD при этом *частично поляризован в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения*. При естественном падающем луче преломленный луч никогда не бывает полностью поляризован. Степень его поляризации максимальна при угле падения i_1 , равном углу Брюстера. При выполнении закона Брюстера из формулы (1a) имеем

$$\sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \cos i_1.$$

Подставляя это значение $\sin i_1$ в формулу преломления (2), получим

$$\cos i_1 = \sin i_2.$$

Так как углы i_1 и i_2 оба острые, то из последнего равенства следует

$$i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2}, \quad (3)$$

откуда, в свою очередь, вытекает, что при падении света на границу двух прозрачных веществ под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

§ 259. Электромагнитная теория света. В семидесятых годах прошлого столетия Максвелл развил теорию электромагнитных явлений, приведшую к открытию электромагнитных волн (т. II, § 246). Электромагнитные волны испытывают отражение и преломление на границе прозрачных для них сред, обнаруживают явления дифракции, интерференции и поляризации. Электромагнитные волны поперечны. Во всех этих отношениях они вполне сходны со световыми волнами. Для окончательного установления тождества электромагнитных и световых волн необходимо было показать, что и те и другие распространяются в пустоте с одинаковой скоростью. Теория Максвелла позволила вычислить скорость распространения электромагнитных волн в пустоте, которая оказалась равной отношению электромагнитной единицы силы тока к электростатической. Отсюда вытекает возможность сравнить скорость света в пустоте со скоростью, с которой должны распространяться, согласно теории, электромагнитные волны. На важность такого сравнения обратил внимание А. Г. Столетов, разработавший точный экспериментальный метод сравнения электромагнитной и электростатической единиц силы тока. Результаты своих предварительных измерений А. Г. Столетов доложил на съезде русских естествоиспытателей в 1876 г. В настоящее время отношение электромагнитной и электростатической единиц силы тока измерено с большой точностью: для него получено значение $(2,9978 \pm 0,0001) \cdot 10^{10}$ см/сек. Это значение совпадает, в пределах ошибки измерения, со скоростью света в пустоте, равной по непосредственным измерениям $(2,99776 \pm 0,00004) \cdot 10^{10}$ см/сек. Таким образом, возникла *электромагнитная теория света*, подтвердившаяся впоследствии многочисленными фактами, ряд которых нами будет указан ниже. Электромагнитные волны, возникающие около электрических вибраторов, и световые волны различаются лишь по длине: первые имеют длину порядка метров, световые волны — порядка $5 \cdot 10^{-5}$ см. Электромагнитные волны большой длины возникают при колебаниях электрических зарядов в макроскопических телах, световые волны — при колебаниях электронов внутри атомов и молекул.

Электромагнитная волна характеризуется колебанием двух векторов: вектора электрической напряженности E и вектора магнитной напряженности H (т. II, § 246). Оба вектора колеблются во

взаимно перпендикулярных плоскостях в одинаковых фазах. Скорость распространения волны v перпендикулярна к направлениям обоих векторов E и H .

На рис. 34 колебания вектора E , изображенные сплошной линией, происходят в плоскости XOZ , колебания вектора H , изображенные пунктирной линией, происходят в плоскости YOZ , волна распространяется в направлении положительной оси OZ .

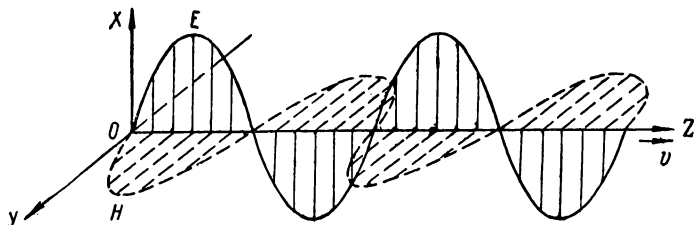


Рис. 34. Электромагнитная волна.

Теория Гюйгенса — Френеля, рассматривавшая свет как распространение упругих колебаний в эфире, имела дело лишь с одним вектором, определяющим смещение частиц эфира из положения равновесия. Эта теория встретила существенные трудности при попытках объяснить интенсивность и поляризацию отраженных и преломленных лучей при прохождении света через границу двух прозрачных веществ. Для полного описания явлений, связанных с прохождением света через границу раздела прозрачных веществ, необходимо указать, какая часть падающего света отражается, какая преломляется и в каком состоянии поляризации находятся отраженные и преломленные лучи. В § 251 было указано, что доля отраженного и преломленного количества света зависит, для данной пары граничащих веществ, от угла падения. Также и состояние поляризации лучей зависит от тех углов, под которыми свет падает и преломляется.

Все указанные зависимости были впервые найдены Френелем в начале прошлого столетия. При этом Френель исходил из теории упругого эфира. Но при выполнении необходимых пограничных условий на поверхности раздела двух упругих веществ получалось, что световые колебания должны частично носить продольный характер, в результате чего отраженный свет ни при одном угле падения не мог быть полностью поляризован. Это, однако, противоречит опытам. Во избежание возникшего затруднения Френелю пришлось допустить, что упругость эфира в различных веществах одна и та же, а различна лишь его плотность. Но и эта гипотеза встретила ряд затруднений при попытках обобщить теорию на кристаллы.

Свободный от противоречий вывод формул Френеля был получен лишь на основе электромагнитной теории света (см. § 277). При этом электромагнитная теория показывает, что при отражении лучей под углом Брюстера в отраженном луче *электрический вектор E колеблется в плоскости, перпендикулярной плоскости падения*; магнитный вектор H колеблется в плоскости падения. В § 258 было указано, что луч, отраженный под углом Брюстера, условно считается поляризованным в плоскости падения. Таким образом, оказывается, что в поляризованной волне электрический вектор колеблется в плоскости, перпендикулярной к плоскости поляризации, магнитный же вектор колеблется в плоскости поляризации.

Электрический и магнитный векторы подчиняются на границе раздела двух веществ различным пограничным условиям. Это ведет к тому, что при образовании стоячих волн в результате отражения

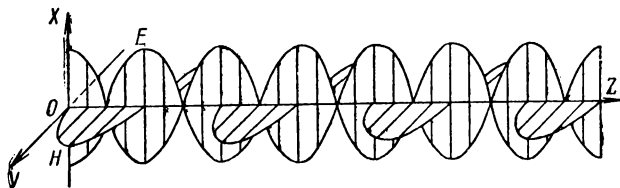


Рис. 35. Стоячая электромагнитная волна.

от металлического зеркала пучности электрического вектора совпадают с узлами магнитного и наоборот (рис. 35). На поверхности зеркала электрический вектор E имеет узел, а магнитный — пучность. В § 257 мы описали опыты Винера, обнаружившего с помощью фотографирования стоячие волны, возникавшие при отражении света от плоского зеркала. При этом оказалось, что у самой поверхности зеркала находится узел. Отсюда следует, что фотохимическое действие в фотографическом слое вызывается колебаниями электрического вектора; то же относится и к другим действиям света — люминесценции, фотоэффекту и физиологическим действиям.

Опыты со стоячими волнами, получаемыми в поляризованном свете, позволяют непосредственно проверить, что электрический вектор в световой волне колеблется перпендикулярно к плоскости поляризации. Эти опыты заключаются в следующем: свет, поляризованный в плоскости падения, отражается под углом 45° от металлической зеркальной поверхности. Так как электрический вектор в данном случае колеблется в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения, то в падающей и отраженной волнах колебания электрического вектора происходят параллельно друг другу (рис. 36а). Поэтому они интерферируют и образуют стоячие волны, которые

в действительности и наблюдаются. Если бы электрический вектор колебался в плоскости поляризации, то направления колебаний в падающей и отраженной волнах в данном случае были бы взаимно перпендикулярны (рис. 36б) и интерференция не имела бы места, — стоячие волны не возникли бы.

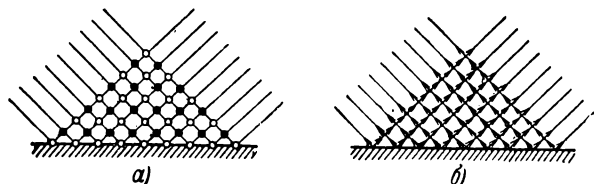


Рис. 36. Схема опыта со стоячими волнами в поляризованном свете.

Длины волн, испускаемых атомами и молекулами, не ограничиваются интервалом от 0,76 мк до 0,4 мк, в пределах которого волны способны действовать на наш глаз и вызывать субъективное зрительное ощущение. Раскаленные тела, газы, светящиеся под влиянием электрического разряда, и другие источники света одновременно испускают волны длиной и больше чем 0,76 мк и меньше

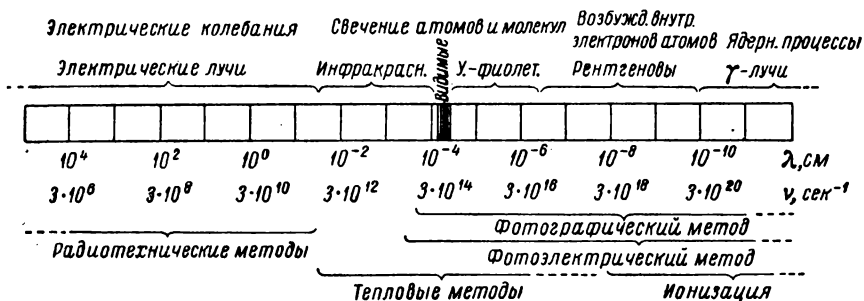


Рис. 37. Шкала электромагнитных волн.

чем 0,4 мк. Также современные методы возбуждения (генерирования) электромагнитных волн с помощью макроскопических вибраторов позволяют получить волны с длинами, лежащими в весьма большом диапазоне. Наконец, существуют методы возбуждения электромагнитных волн, значительно более коротких, чем световые.

На рис. 37 дана шкала электромагнитных волн. В средней части указаны длины волн λ в сантиметрах и частоты ν — в сек⁻¹ (герцах). Сверху указаны методы возбуждения, а снизу — методы регистрации. Интервал от $\lambda = 7,6 \cdot 10^{-5}$ см до $\lambda = 4 \cdot 10^{-5}$ см соот-

ветствует *световым волнам*, действующим на человеческий глаз. Видимые лучи могут быть также зарегистрированы различными объективными методами: фотографическим, фотоэлектрическим и тепловым, по вызываемому ими нагреванию. В сторону больших длин волн от видимых лучей лежат не действующие на глаз *инфракрасные лучи*. Они испускаются теми же источниками, что и видимые: раскаленными телами, газами, светящимися при электрических разрядах, и т. д. До области примерно $\lambda = 1,2 \cdot 10^{-4}$ см они могут быть обнаружены фотографическим методом и до $\lambda = 6 \cdot 10^{-4}$ см — фотоэлектрическим. Более универсальны тепловые методы, с помощью которых наблюдаются инфракрасные лучи с длиной волны около $1,5 \cdot 10^{-1}$ см, т. е. примерно до 1,5 мм.

Современные методы генерирования электромагнитных волн с помощью катодных ламп (т. II, § 241) позволяют получить волны с длинами от многих километров до нескольких сантиметров. Эти волны используются в радиотехнике. В 1906 г. П. Н. Лебедев с помощью миниатюрных вибраторов получил электромагнитные волны с длиной волны $\lambda = 4$ мм. М. А. Левитская, используя также весьма миниатюрные вибраторы, получила электромагнитные волны с длиной волны в десятые доли миллиметра. В 1924 г. В. К. Аркадьев и А. А. Глаголева-Аркадьева получили волны с длиной около 0,1 мм. В качестве генератора они использовали искры, проскакивающие между железными опилками, взвешенными в масле. Таким образом, электромагнитные волны с длиной волны в десятые доли миллиметра могут быть получены и зарегистрированы двумя различными способами: как ультракороткие электрические лучи и как длинноволновые инфракрасные лучи.

В сторону коротких волн, считая от видимых, лежат *ультрафиолетовые лучи*. Вплоть до $\lambda = 1,8 \cdot 10^{-5}$ см они могут быть изучены теми же экспериментальными методами, что и видимые лучи. В области длин волн меньше $1,8 \cdot 10^{-5}$ см встречаются существенные трудности, обусловленные тем, что эти лучи поглощаются почти всеми веществами, включая воздух. Эти трудности были преодолены путем использования специальной вакуумной аппаратуры (так называемых вакуум-спектрографов) и особых фотографических пластинок, не содержащих желатины. В настоящее время с помощью вакуум-спектрографов ультрафиолетовые лучи изучены вплоть до длин волн порядка $6 \cdot 10^{-7}$ см.

В 1895 г. Рентген открыл новый вид лучей, испускаемых твердыми телами при ударе о них потока быстрых электронов. Эти лучи, невидимые для глаза, обладают способностью вызывать видимую флюоресценцию многих твердых тел (платиносинеродистый барий, цинковая обманка и др.), действовать на фотографическую пластинку и ионизировать воздух. В настоящее время для возбуждения

рентгеновых лучей используются вакуумные трубки, в которых источником электронов является горячий катод K (рис. 38). Против катода располагается массивное твердое тело A , так называемый *антикатод*, о которое ударяются электроны. Для сообщения электронам необходимой скорости между катодом K и антикатодом A прикладывается разность потенциалов $V_1 - V_2$ порядка нескольких десятков тысяч вольт. Источником рентгеновых лучей служит поверхность антикатада. Рентгеновы лучи обладают большой проникающей способностью, в частности, проходят через многие тела, непрозрачные для видимого света, например через черную бумагу, дерево и т. д.

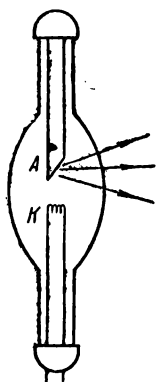


Рис. 38. Рентгенова трубка.

Рентгеновы лучи испускаются внутренними электронными слоями атомов, в то время как видимые, инфракрасные и ультрафиолетовые лучи излучаются внешними электронами атомов и молекул и при вращении и колебании молекул. Область изученных в настоящее время рентгеновых лучей простирается от $\lambda = 10^{-6}$ см до $\lambda = 10^{-10}$ см и ниже. Область длинноволновых рентгеновых лучей перекрывается с областью ультрафиолетовых и попадает в область интенсивного поглощения веществами. Рентгеновы лучи с малой длиной волны, наоборот, как было сказано, поглощаются слабо.

Наконец, при процессах, происходящих внутри атомных ядер, а также при торможении очень быстрых электронов испускаются так называемые γ -лучи с длинами волн от 10^{-9} см и ниже.

Таким образом, современная физика имеет дело со шкалой электромагнитных волн, охватывающей чрезвычайно широкую область. Эти волны излучаются весьма различными вибраторами, регистрируются весьма различными методами, но они имеют единую электромагнитную природу, распространяются в пустоте с одинаковой скоростью и обнаруживают явления интерференции и дифракции. Однако необходимо отметить, что с изменением длины волны возникают и качественные различия: лучи, характеризуемые малой длиной волны, как было отмечено во введении, более ярко выявляют, наряду с волновыми, корпускулярные свойства.

§ 260. Энергия и количество движения светового потока. Световое давление. Световые волны переносят энергию, которую они берут от источника света, и отдают тому телу, которое их поглощает. *Потоком световой энергии через какую-либо площадку называется количество энергии, переносимое светом через эту площадку за единицу времени.* Таким образом, поток энергии имеет размерность мощности и может измеряться в эргах в секунду,

в ваттах и т. д. Измерение потока световой энергии в абсолютной мере схематически может быть проведено следующим образом. Световая энергия через отверстие S (рис. 39) попадает внутрь почти замкнутого сосуда A с поглощающими стенками. При малых размерах отверстия S свет поглощается внутри сосуда A практически нацело, независимо от длины волны, так как обратно из отверстия S выйдет лишь ничтожная его часть. В результате поглощения световой энергии стенки сосуда начнут нагреваться. При постоянных условиях теплоотдачи в конце концов установится термическое равновесие. Этому равновесию будет соответствовать определенная температура T , которая измеряется термометром a . После того как температура T измерена, доступ световой энергии в сосуд A прекращается и при тех же условиях теплоотдачи сосуд подогревается электрическим током, протекающим по спирали C . Сила тока подбирается такая, чтобы температура T осталась прежней. Очевидно, это

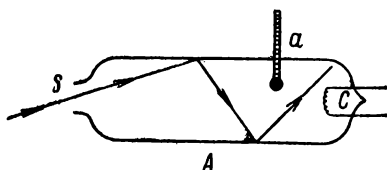


Рис. 39. Метод абсолютного измерения потока световой энергии.

произойдет при условии, что мощность, развиваемая в спирали электрическим током, равна мощности светового потока. Так как мощность электрического тока может быть измерена в абсолютной мере по силе тока и сопротивлению проводника, то и поток световой энергии, таким образом, окажется измеренным в абсолютной мере.

Человеческий глаз способен воспринимать чрезвычайно малые мощности. При условии максимальной чувствительности глаза достаточно падения на площадь зрачка потока мощностью в $2 \cdot 10^{-9}$ эрг/сек, чтобы возникло зрительное ощущение. Описанный способ измерения мощности света по нагреву гораздо менее чувствителен и позволяет измерять лишь значительно более мощные потоки. Существуют другие более чувствительные методы объективной регистрации и измерения светового потока (см. § 307), но преимущество описанного теплового метода заключается в возможности абсолютных измерений и в его одинаковой пригодности для света любой длины волны.

Электромагнитная теория света показывает, что свет оказывает давление на поверхность, которая его отражает или поглощает. К этому же выводу можно прийти учитывая, что световой поток обладает не только энергией, но и количеством движения. Если в пустоте в определенном направлении распространяется световой поток и энергия, приходящаяся на единицу объема, равна w , то количество движения, соответствующее единице объема, равно $k = \frac{w}{c}$, где c — скорость света в пустоте (см. § 335). Направлен

вектор количества движения \mathbf{K} в сторону распространения света. Если в результате взаимодействия света с каким-либо телом (например, в результате поглощения или отражения) происходит изменение вектора количества движения \mathbf{K} , то на тело действует импульс силы $\mathbf{f} \Delta t$, связанный с изменением количества движения $\Delta \mathbf{K}$ обычным соотношением:

$$\mathbf{f} \Delta t = \Delta \mathbf{K},$$

где Δt — время, в течение которого происходит изменение вектора количества движения на величину $\Delta \mathbf{K}$. Таким образом, на тело поглощающее или отражающее свет, должна действовать определенная сила \mathbf{f} . Величина нормальной составляющей этой силы, отнесенной к единице площади тела, даст величину действующего на него *светового давления* p .

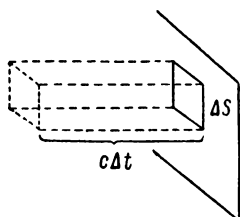


Рис. 40. К подсчету светового давления.

Для подсчета величины этого давления p предположим, что на площадку ΔS нормально падает световой поток с объемной плотностью энергии ω . Пусть площадка ΔS полностью поглощает падающие на нее лучи. Тогда в результате поглощения света его количество движения станет равным нулю. Следовательно, за время Δt произойдет изменение количества движения $\Delta \mathbf{K}$, численно равное количеству движения, приходящемуся на объем параллелепипеда с площадью сечения ΔS и длиной $l = c \Delta t$ (рис. 40). Объем этого параллелепипеда равен $c \Delta t \Delta S$; приходящееся на этот объем количество движения равно

$$K = \frac{\omega}{c} c \Delta t \Delta S = \omega \Delta t \Delta S.$$

Отсюда для давления p , действующего на площадку ΔS , получаем

$$p = \frac{K}{\Delta t \Delta S} = \omega.$$

Таким образом, давление на поглощающую площадку численно равно объемной плотности энергии светового потока.

В случае отражающей площадки, при нормальном падении лучей, свет изменит направление своего распространения на противоположное. Если площадка является абсолютно отражающей, то плотности энергии в падающем и отраженном световых потоках равны друг другу. Поэтому изменение количества движения будет равно $2K$ и величина светового давления $p = 2\omega$, т. е. вдвое больше, чем при поглощении. Наконец, если поверхность является не абсолютно отражающей, а имеет коэффициент отражения $\rho < 1$, то часть энергии $(1 - \rho)\omega$ поглотится, а часть, равная $\rho\omega$, отразится. В резуль-

тате в этом случае световое давление окажется равным

$$p = (1 - \rho)w + 2\rho w = (1 + \rho)w, \quad (1)$$

Последнее выражение можно преобразовать, если иметь в виду, что плотность потока световой энергии u связана с плотностью энергии w соотношением (см. т. I, § 112)

$$u = wc,$$

где c — скорость света. Заменяя на основании этого соотношения w в формуле (1) через u/c , получим

$$p = \frac{u}{c}(1 + \rho). \quad (2)$$

Выражение (2) может быть также получено как прямое следствие электромагнитной теории света.

Так как скорость распространения света c весьма велика, то при практически достижимых потоках световой энергии световое давление мало. Так, прямые солнечные лучи в яркий день оказывают при полном поглощении давление в 0,4 мг на квадратный метр.

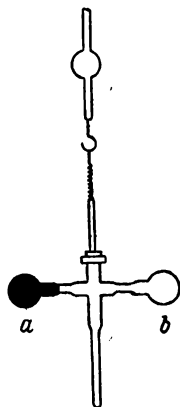


Рис. 41. Крыльшки a и b для наблюдения светового давления.

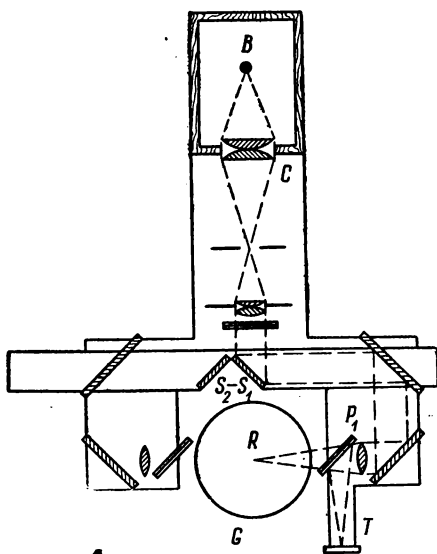


Рис. 42. Схема установки П. Н. Лебедева для измерения светового давления.

Благодаря столь ничтожному значению светового давления, заметить его трудно. Впервые экспериментально световое давление обнаружено и измерено профессором Московского университета П. Н. Лебедевым в 1901 г. Основной частью прибора П. Н. Лебедева

являлся очень легкий подвес на тонкой нити, к которому прикреплены легкие крылышки a и b (рис. 41), одно из которых (например, a) зачернено, а другое оставлено блестящим. Подвес помещался в откачанном сосуде G (рис. 42). Свет от дуговой лампы B направлялся с помощью системы линз и зеркал на одно из крылышек (в точке R на рис. 42). Благодаря световому давлению, оказываемому на крылышко, подвес поворачивался и закручивал нить, на которой он был подвешен. С помощью зеркал S_1 и S_2 можно было освещать ту или другую сторону крылышка и, таким образом, менять направление закручивания нити. Закручивание нити наблюдалось с помощью трубы и зеркальца, прикрепленного к нити. Сравнивая закручивания, вызванные при освещении зачерненного и блестящего крылышек, П. Н. Лебедев мог установить, что в соответствии с теорией давление на зачерненную поверхность вдвое меньше давления на отражающую поверхность.

Направляя определенную долю светового потока с помощью пластинки P_1 на термоэлемент T , можно было измерить величину падающей световой энергии и произвести количественную проверку теории. По измерениям П. Н. Лебедева, величина светового давления оказалась в пределах ошибки наблюдения совпадающей с вычисляемой по формуле (2).

Обнаружение светового давления и, тем более, его точное измерение представляло большие экспериментальные трудности, так как поворот подвесной системы может быть вызван рядом побочных причин. Прежде всего к числу таких причин относится так называемое радиометрическое действие, вызванное нагреванием остатков газа у поверхности крылышка.

Впоследствии (1908 г.) П. Н. Лебедев решил еще более трудную экспериментальную задачу, а именно: обнаружил и измерил световое давление на газы. Эта работа подтвердила правильность гипотезы Ф. А. Бредихина об образовании кометных хвостов за счет сил, отталкивающих от Солнца частицы, образующие хвост. Эти силы отталкивания обусловлены давлением на частицы со стороны солнечных лучей.

ГЛАВА XXIII

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

§ 261. Методы наблюдения интерференции света. В предыдущей главе было указано, что световые волны представляют собой электромагнитные колебания. Однако для объяснения основных явлений интерференции и дифракции света достаточно лишь представления о волновом характере распространения света, без учета электромагнитной природы этого процесса. Поэтому в последующих параграфах мы будем рассматривать световые волны, характеризуя их лишь амплитудой, фазой, длиной волны и скоростью их распространения, не принимая во внимание, что для точного описания световых волн необходимо принимать наличие двух векторов — вектора электрической напряженности \mathbf{E} и вектора магнитной напряженности \mathbf{H} .

В § 256 было указано, что два независимых источника света, например две электрических лампочки, не когерентны и поэтому не пригодны для наблюдения явлений интерференции. Разберем теперь ряд опытов, в которых искусственно создаются когерентные источники.

1. Зеркала Френеля. Френель предложил в качестве двух когерентных источников воспользоваться двумя изображениями одного и того же действительного источника света в двух плоских зеркалах. Схема опыта Френеля представлена на рис. 43, где A_1O и A_2O — два плоских зеркала, расположенных под углом φ ; S — источник света, находящийся на расстоянии r от места соприкосновения зеркал в точке O . Для построения изображений источника S в обоих зеркалах воспользуемся тем, что мнимое изображение, даваемое плоским зеркалом, лежит за зеркалом на таком же расстоянии, на каком объект лежит перед зеркалом (см. § 251). Проведем из точки O окружность с радиусом $r = OS$ и опустим из точки S перпендикуляр на продолжение прямой OA_1 ; точка пересечения продолжения этого перпендикуляра с окружностью B_1 даст изображение источника S в первом зеркале OA_1 . Так же построим изображение B_2 , даваемое во втором зеркале OA_2 . С другой стороны, изображение B_2 лежит в той точке, куда переместилось бы изображение B_1 при повороте первого зеркала OA_1 на угол φ .

Поэтому $\angle B_1OB_2 = 2\varphi$ (см. § 251), и линейное расстояние t между B_1 и B_2 приближенно равно $2\varphi r$:

$$t \approx 2\varphi r. \quad (1)$$

Свет от обоих изображений B_1 и B_2 падает на экран DD' , отстоящий от зеркал на расстоянии L_0 . Заслонка E мешает попадать на экран DD' прямому свету от источника S . Так как оба изображения B_1 и B_2 воспроизводят колебания одного и того же действи-

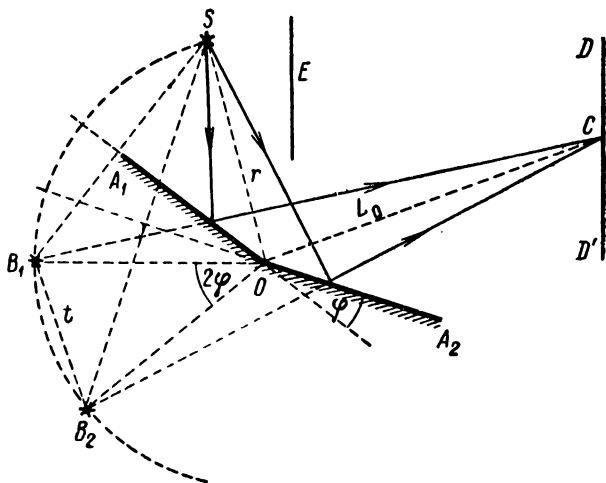


Рис. 43. Зеркала Френеля.

тельного источника, то они когерентны, и на экране DD' наблюдаются интерференционные полосы. По формуле (4а) § 256 расстояние между полосами Δl равно

$$\Delta l = \frac{\lambda}{t} L,$$

где L — расстояние от источников до места наблюдения полос. Подставляя сюда вместо t его значение по (1) и замечая, что приближенно $L = L_0 + r$, получим

$$\Delta l = \frac{L_0 + r}{2\varphi r} \lambda, \text{ или отсюда } \lambda = \frac{2\varphi r}{L_0 + r} \Delta l.$$

Так как в последней формуле все величины, стоящие в правой части, доступны измерению, то из нее видно, что опыт с зеркалами Френеля позволяет измерить длину световых волн λ .

Зеркала в опыте Френеля приходится располагать под весьма малым углом φ друг к другу, так как иначе полосы получаются слишком узкими. Источник света берется в виде узкой щели, парал-

лельной ребру O , образованному зеркалами. При этом интерференционные максимумы имеют вид прямых параллельных полос. При наблюдении в белом свете центральная полоса получается белая ($k=0$, усиливаются лучи всех длин волн λ), остальные — окрашенные.

2. Бипризма Френеля. Этот опыт представляет собою простой вариант предыдущего. Свет из источника S преломляется в двух призмах с малыми преломляющими углами A и A' (рис. 44), сложенных основаниями. Призмы отклоняют лучи в противоположных направлениях и, таким образом, возникают два мнимых когерентных источника света S' и S'' . Лучи от этих источников, перекрываясь в области D , дают интерференционные полосы.

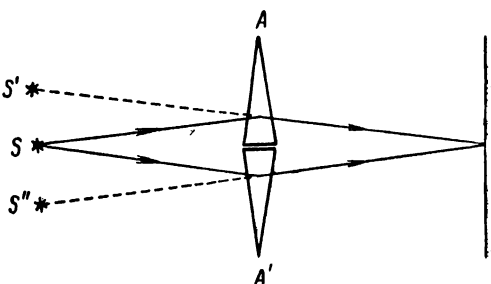


Рис. 44. Бипризма Френеля.

3. Зеркало Ллойда.

В опыте, предложенном Ллойдом, интерферируют лучи, исходящие непосредственно от источника S (рис. 45) и отраженные от поверхности зеркала AB . Лучи, отраженные от зеркала AB , как бы исходят от мнимого источника S' , когерентного с S . Для того чтобы расстояние t между S и S' было достаточно мало, лучи должны отражаться от зеркала под углом, близким к 90° . Источником света служит щель, параллельная плоскости зеркала.

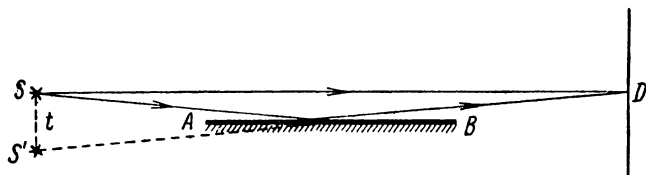


Рис. 45. Схема опыта Ллойда.

Особенность интерференционной картины, наблюдаемой с помощью зеркала Ллойда, заключается в том, что *центральная полоса получается не светлой, а темной*. Это указывает на то, что лучи, проходящие одинаковые геометрические пути, все же сходятся в опыте Ллойда с разностью хода $\lambda/2$. Такая „потеря“ *полуволны* (или, другими словами, *изменение фазы на π*) происходит при отражении света от поверхности стекла, коэффициент преломления которого больше, чем воздуха. В дальнейшем мы увидим,

в каких случаях при отражении света от прозрачной среды происходит потеря полуволны.

4. Опыт В. П. Линника. Во всех описанных выше опытах по интерференции два когерентных источника расположены на пря-

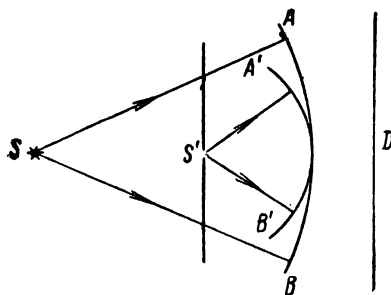


Рис. 46. Схема опыта В. П. Линника.

мой, перпендикулярной к среднему направлению распространения света. Опыт, в котором когерентные источники S и S' расположены на самой прямой, вдоль которой распространяется свет, был впервые предложен в 1935 г. советским физиком В. П. Линником. Схема опыта Линника такова: свет от точечного источника S (рис. 46) дает сферическую волну AB . На пути волны AB расположена плоскопараллельная полупрозрачная пластинка, которая несколько ослабляет волну AB , не

искажая ее поверхности. В пластинке делается малое отверстие S' . По принципу Гюйгенса оно служит источником новой сферической волны $A'B'$ с центром в S' . Волны AB и $A'B'$ когерентны и дают на экране D интерференционные полосы в виде колец.

Источник S может быть также взят в виде узкой полоски (освещенная в непрозрачном экране щель) и отверстие S' — в виде параллельной ему щели. Тогда интерференционные полосы на экране D имеют вид прямых линий.

Во всех предыдущих рассуждениях мы считали источники света точечными. Только в этом случае интерференционные полосы получаются вполне резкими. Конечные размеры источников ведут к размытию или даже полному пропаданию интерференционных полос. Для того чтобы выяснить допустимые размеры источников, рассмотрим простейшую схему интерференционного опыта, соответствующую рис. 27. Только теперь будем считать, что когерентные источники $B_1B'_1$ и $B_2B'_2$ (рис. 47) имеют конечную протяженность d . Разобьем каждый из источников на две равные половины протяженностью $d/2$ и будем считать эти половины за точечные источники света. Каждая пара таких точечных источников даст свою систему интерференционных полос.

Обе системы будут сдвинуты друг относительно друга на величину, равную расстоянию между половинами каждого из источников $B_1B'_1$, $B_2B'_2$, т. е. на величину

$$\delta l = \frac{d}{2}. \quad (2)$$

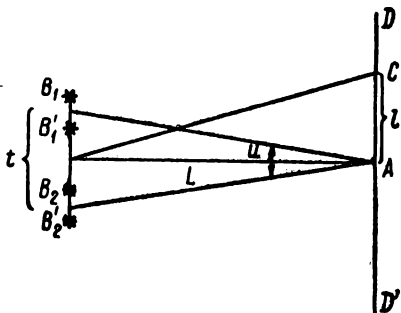


Рис. 47. К подсчету допустимых размеров источников.

Светлые полосы в каждой из систем отстоят друг от друга по формуле (4а) § 256 на

$$\Delta l = \frac{\lambda}{t} L, \quad (3)$$

где t — расстояние между источниками, L — расстояние от источников до экрана и λ — длина волны интерферирующего света.

Если сдвиг δl обеих интерференционных картин друг относительно друга равен $1/2 \Delta l$, то светлые полосы одной системы попадут на темные другой, и интерференционная картина полностью размоется. Обычно считается, что полосы будут еще достаточно резкими, если сдвиг одной интерференционной картины относительно другой равен $1/4 \Delta l$. Отсюда по (2) и (3) получим следующее условие, при выполнении которого интерференционные полосы еще можно наблюдать:

$$d \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda}{t} L. \quad (4)$$

Для оценки допустимых размеров источников положим $t = 5 \text{ мм}$ и $L = 1 \text{ м}$. Тогда для $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ по (4) имеем

$$d \leq \frac{1}{2} \frac{5 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-1}} \cdot 10^2 \text{ см} = 0,05 \text{ мм}.$$

Преобразуем еще формулу (4), введя угол u , под которым видно расстояние между источниками t из центра экрана A (рис. 47). Тогда

$$\operatorname{tg} \frac{u}{2} = \frac{t/2}{L}.$$

Считая угол u малым, приближенно получим $u = t/L$, что позволит переписать формулу (4) в виде:

$$d \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda}{u}. \quad (4a)$$

Из формулы (4а) следует, что чем больше угол u , тем меньше должны быть размеры источников, при которых интерференционная картина еще может наблюдаться.

§ 262. Интерференция при отражении от прозрачной пластины.

Весьма распространенным случаем интерференции является интерференция пучков, отраженных от двух поверхностей прозрачной пластины. Разберем в отдельности два случая: интерференцию параллельных пучков, возникающих при отражениях от поверхностей плоско-параллельной пластины, и интерференцию пучков, возникающих при отражениях от поверхностей пластины, толщина которой меняется от места к месту. В первом случае возникают так называемые интерференционные *полосы равного наклона*, во втором — интерференционные *полосы равной толщины*.

1. Интерференционные полосы равного наклона. Рассмотрим прозрачную однородную пластину толщиной t (рис. 48), плоские поверхности которой AA' и BB' параллельны друг другу. Пусть от точечного источника S с помощью линзы L_1 получается параллельный пучок лучей aa_1 . Этот пучок частично пройдет сквозь

прозрачную пластину, частично от нее отразится. Ввиду того, что он отразится от обеих поверхностей AA' и BB' , возникнут два отраженных пучка $a'a'_1$ и bb_1 с определенной разностью хода. Эти пучки

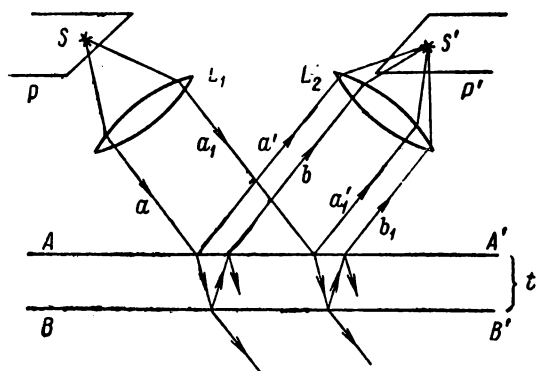


Рис. 48. Интерференция пучков при отражении от плоско-параллельной пластины.

собираются в точке S' главной фокальной плоскости линзы L_2 . Рассмотрим результат их интерференции в этой точке. В зависимости от значения разности хода, колебания обоих пучков более или менее усилят или ослабят друг друга.

Для подсчета разности хода выделим из пучка отдельный луч a (рис. 49), падающий на первую поверхность в точке A под углом падения i_1 . Этот луч частично отразится, образовав луч a' , частично преломится и упадет на вторую поверхность пластины в точке B . Здесь он снова частично преломится и частично отразится. То же произойдет и в точке C , где возникнет преломленный луч b , параллельный лучу a' . Опустим из точки C перпендикуляр CE на направление луча a' . Тогда, считая коэффициент преломления пластины равным n , а коэффициент преломления среды вне пластины (воздуха) равным единице, получим для разности хода Δ между лучами a' и b :

$$\Delta = (AB + BC)n - (AE + \frac{1}{2}\lambda), \quad (1)$$

где λ — длина волны рассматриваемого света. Величина $\lambda/2$ представляет собою добавочную разность хода, возникающую при отражении луча a на границе между воздухом и пластиной (ср. со сказанным в § 261): если бы среда вне пластины имела коэффициент преломления больше, чем коэффициент преломления пластины, то потеря полуволны имела бы место при отражении в точке B .

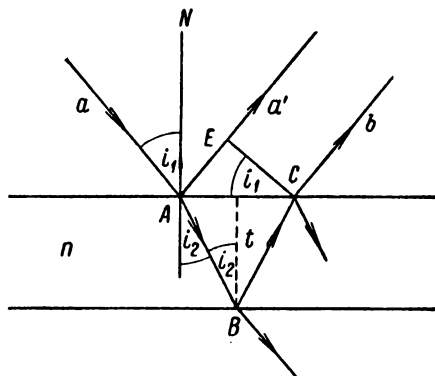


Рис. 49. К подсчету разности хода между лучами, отраженными от плоско-параллельной пластины.

Из рис. 49 имеем

$$AB = BC = \frac{t}{\cos i_2}, \quad (2)$$

где t — толщина пластины и i_2 — угол преломления. Также из рисунка следует, что

$$AE = AC \sin i_1 = 2t \cdot \operatorname{tg} i_2 \sin i_1.$$

Воспользовавшись законом преломления: $\sin i_1 = n \sin i_2$, перепишем выражение для AE в виде:

$$AE = 2tn \frac{\sin^2 i_2}{\cos i_2}. \quad (3)$$

Подставив в выражение для разности хода (1) вместо AB , BC и AE их значения по (2) и (3), найдем

$$\Delta = 2tn \frac{1 - \sin^2 i_2}{\cos i_2} - 1/2\lambda$$

или

$$\Delta = 2tn \cos i_2 - 1/2\lambda. \quad (4)$$

Это выражение можно несколько преобразовать, введя в него вместо угла преломления i_2 угол падения i_1 . Воспользовавшись законом преломления, найдем

$$\cos i_2 = \sqrt{1 - \sin^2 i_2} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 i_1},$$

после чего выражение (4) примет вид:

$$\Delta = 2t \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - 1/2\lambda. \quad (4a)$$

Так как линза не вносит никакой добавочной разности хода (см. § 253), то Δ представляет ту разность хода, с которой лучи сходятся в точке S' . Если $\Delta = k\lambda$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, то в точке S' получится максимум, если $\Delta = (2k + 1)\lambda/2$, то в точке S' получится минимум. Таким образом, в результате интерференции лучей, отраженных от поверхностей AA' и BB' , изображение точки получится более или менее яркое в зависимости от разности хода.¹

Предположим теперь, что в качестве источника света (рис. 48) берется не отдельная точка S , а участок светящейся поверхности P . При отсутствии интерференции (например, если бы пластина $AA'BB'$ была заменена плоским металлическим зеркалом) в главной фокальной поверхности линзы L_2 получилось бы изображение поверхности P в виде поверхности P' . Благодаря интерференции пучков, отраженных

¹ При $\Delta = (2k + 1)\lambda/2$ интенсивность изображения S' не будет равна нулю, так как амплитуды интерферирующих волн, возникших в результате отражений от поверхностей AA' и BB' , не вполне равны друг другу.

от пластины, ярко отобразятся только те совокупности точек светящейся поверхности P , для которых $\Delta = k\lambda$, где Δ дается формулой (4а). Целое число k называется порядком интерференции. При данном $k = k_0$ такая совокупность точек по (4а) должна удовлетворять условию $l_1 = \text{const}$; эта совокупность точек лежит на кривой aa' , образуемой пересечением поверхности P (рис. 50) с конусом, осью которого является нормаль AN , а угол раствора которого равен $2l_1$. Этой кривой соответствует светлая полоса bb' в плоскости P' . При других значениях k , не равных k_0 , возникнут другие светлые полосы. Между ними расположатся более темные полосы. Таким образом, в главной фокальной плоскости линзы L_2 возникнет система интерференционных полос.

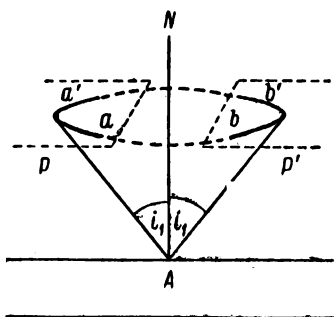


Рис. 50. Возникновение кривых равного наклона.

Каждая полоса соответствует постоянному значению угла l_1 , т. е. равному наклону лучей по отношению к нормали AN . Отсюда и вытекает название рассматриваемых интерференционных полос — *полосы равного наклона*. Как следует из сказанного, полосы равного наклона возникают в главной фокальной плоскости линзы L_2 и для их наблюдения требуется широкий источник света (в виде участка светящейся поверхности P).

Интерференция возникает и в лучах, проходящих сквозь пластину, однако там картина менее резка, так как интенсивность пучка, прошедшего прямо сквозь пластину, много больше интенсивности луча, претерпевшего двукратное отражение у поверхностей BB' и AA' (на возможность получить резкие интерференционные полосы в проходящем свете будет указано в § 272).

Рассмотренная интерференционная картина возникает в монохроматическом свете определенной длины волны λ . Если свет не монохроматичен, а относится к некоторому интервалу длин волн, то при данном угле падения l_1 возникнут максимумы для всех длин волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$, удовлетворяющих условию:

$$\Delta = k\lambda_1 = (k+1)\lambda_2 = (k+2)\lambda_3 = \dots \quad (5)$$

В результате произойдет наложение полос разных длин волн. Чем больше толщина пластины t , тем больше значение целого числа k и тем, следовательно, меньше, по (5), разность между длинами волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$, для которых полосы перекрываются. Кроме того, для одной и той же длины волны λ полосы разных порядков располагаются тем теснее друг к другу, чем толще пластина. Поэтому, резюмируя, мы можем сказать: чем толще пластина, тем теснее расположены полосы и тем сильнее выражено наложение полос разной

длины волны. В результате такого наложения полос при освещении толстой пластины белым светом в фокальной плоскости линзы L_2 возникает более или менее равномерное освещение, и полосы не будут видны. Таким образом, от толстой пластины интерференционные полосы равного наклона можно наблюдать лишь в достаточной степени монохроматическом свете. Кроме того, общие размеры толстой пластины велики, что ведет к трудностям достижения плоскопараллельности поверхностей пластины и ее однородности (постоянства коэффициента преломления). Значительно проще наблюдать возникновение интерференционных полос при отражениях от поверхностей тонкой пластины. Для очень тонкой пластины порядок интерференции невелик и полосы видны даже при освещении белым светом; в этом случае они окрашены.

В интерференционных явлениях, вызванных наличием двух источников света малых размеров (зеркала Френеля и т. д.), во всей области, где волны, исходящие от обоих источников, перекрываются, наблюдаются места максимумов и минимумов колебаний. Это позволяет наблюдать интерференционные полосы непосредственно на экране, без помощи каких-либо линз. Для наблюдения полос равного наклона, как мы видели, необходимо пользоваться широким источником света. В результате, в области, где перекрываются световые пучки, отразившиеся от обеих поверхностей плоскопараллельной пластины, в каждой точке сходятся волны от различных точек источника света и непосредственно интерференционные полосы не наблюдаются. Интерференционные полосы, как мы видели, наблюдаются лишь в *главной фокальной плоскости линзы L_2* . Иными словами, линза L_2 должна быть „сфокусирована на бесконечность“. Поэтому говорят, что *полосы равного наклона расположены в бесконечности*.

Для демонстрации интерференционных полос равного наклона можно воспользоваться тонким листком хорошей однородной слюды. Поверхности такого слюдяного листка являются в достаточной степени плоскими и взаимно параллельными. Общая схема установки дана на рис. 51. В качестве источника света берется ртутная лампа S . Свет такой лампы дает спектр, который состоит из небольшого числа спектральных линий определенных длин волн, способных давать резкие интерференционные полосы. Матовое стекло P , освещенное ртутной лампой, является широким источником света. Линза L_1 создает параллельные пучки света, падающие на слюдяной листок C . Поместив в главную фокальную плоскость линзы L_2 экран P' , можно видеть на нем полосы равного наклона. Для того чтобы

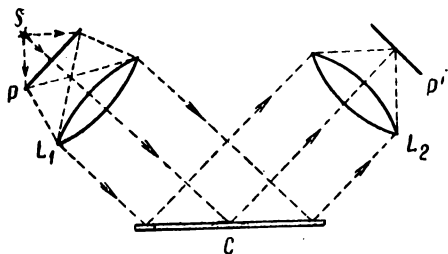


Рис. 51. Схема наблюдения полос равного наклона при отражении лучей от поверхностей слюдяного листка.

интерференционные полосы были резко видны на экране, он, как сказано, должен располагаться в главной фокальной плоскости линзы L_2 .

Линзу L_2 и экран можно заменить непосредственно глазом. В этом случае роль линзы L_2 играет преломляющая система глаза (хрусталик, роговица). Если глаз не аккомодирован, т. е. находится в таком состоянии, что в фокусе получаются бесконечно удаленные предметы, то полосы равного наклона возникают на сетчатке и видны без помощи какой-либо линзы.

2. Интерференционные полосы равной толщины. Рассмотрим теперь прозрачную пластину, поверхности которой не параллельны друг другу. В этом случае также возникнут лучи, отраженные от обеих поверхностей AA' и BB' . Пусть луч a от точечного источника S

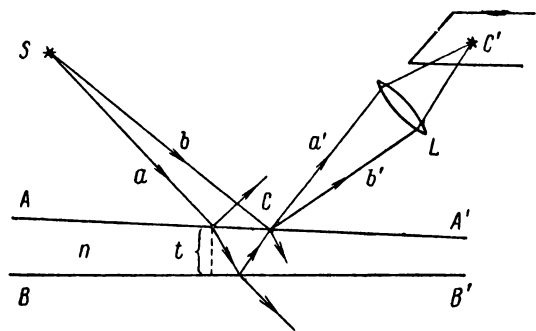


Рис. 52. Интерференция пучков при отражении от пластины с непараллельными поверхностями.

преломится, что нас сейчас не интересует) и поведет к образованию луча b' , составляющего с лучом a' некоторый угол. Лучи a' и b' , пройдя через линзу L , вновь пересекутся в точке C' , которая является изображением точки C . Так как оба луча a' и b' возникают из одного и того же точечного источника S , то они когерентны и будут интерферировать. В зависимости от того, будет ли разность хода Δ между лучами a' и b' равна четному или нечетному числу полуволн, в точке C' возникнет максимум или минимум.

Если угол, составляемый поверхностями AA' и BB' , мал и источник света S расположен далеко от пластины, то разность хода Δ приближенно выражается формулой (4а). При источнике света, находящемся далеко от пластины, лучи падают на пластину приблизительно под одинаковым углом и тогда разность хода Δ меняется лишь с толщиной пластины t . Если точке C соответствует максимум в точке C' , лежащей в фокальной плоскости линзы L , сопряженной с поверхностью пластины AA' , то максимум будет соответствовать и всей совокупности точек C_i , лежащих на поверхности

(рис. 52) в результате отражения от поверхности BB' и двукратного преломления у поверхности AA' ведет к образованию луча a' , проходящего через точку C и попадающего на линзу L . Так как от источника S лучи идут в различных направлениях, то среди них найдется такой луч b , который упадет на точку C поверхности AA' . Здесь он частично отразится (и частично

пластины AA' в местах одинаковой толщины пластины. Таким образом, интерференционные полосы, возникающие в фокальной плоскости линзы L , соответствуют местам одинаковой толщины пластины, откуда и происходит их название *полосы равной толщины*. Очевидно, что если пластина представляет собою клин, то интерференционные полосы равной толщины имеют вид прямых, параллельных ребру клина.

Как сказано, полосы равной толщины наблюдаются в фокальной плоскости линзы L , сопряженной с поверхностью пластины AA' . Другими словами, чтобы наблюдать на экране появление резких интерференционных полос, линза L должна быть сфокусирована на поверхность пластины AA' .

Интерференционные полосы равной толщины локализованы на поверхности отражающей пластины.

Полосы равной толщины можно наблюдать и непосредственно глазом без помощи линзы L . В этом случае роль линзы играет преломляющая система глаза. Глаз при этом должен быть сфокусирован на поверхность пластины.

В случае монохроматического света полосы, соответствующие разным длинам волн, перекрываются так же, как это имеет место для полос равного наклона. Поэтому в случае толстых пластин не одинаковой толщины, интерференционные полосы могут наблюдаться

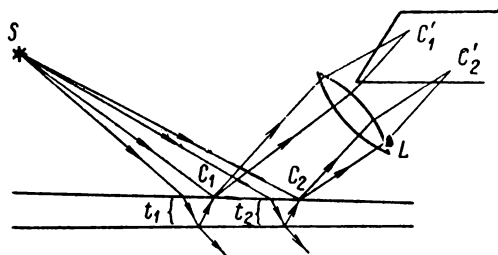


Рис. 53. Возникновение максимумов, соответствующих разным толщинам пластины t_1 и t_2 .

лишь в монохроматическом свете. Отступления от параллельности поверхностей пластины должны быть невелики, так как иначе полосы равной толщины расположатся слишком близко друг к другу. В очень тонких пластинах полосы могут наблюдаться и в белом свете. При этом возникают цветные полосы. Пусть в некотором месте толщина пластины такова, что разность хода Δ для точки C_1 (рис. 53) равна λ для красных лучей с длиной волны, например, $0,70 \text{ мк}$, и, следовательно, этим лучам соответствует интерференционный максимум. Тогда разность хода для той же точки C_1 равна 2λ для ультрафиолетовых лучей с длиной волны $0,35 \text{ мк}$, и эти лучи также дадут максимум. Все же видимые лучи с длинами волн, отличными от $0,70 \text{ мк}$, более или менее ослабят друг друга. Таким образом, от данного места пластины возникнет максимум, окрашенный в красный цвет. Аналогично от других точек пластины, которые дадут разность хода, возникнут максимумы другого цвета (например, от точки C_2).

Предположим, что некоторая тонкая пленка имеет на одном участке постоянную толщину t_1 , а на другом участке — также постоянную толщину t_2 (рис. 54). Тогда на всем первом участке (при постоянном угле падения i_1) пленка будет давать разность хода Δ_1 , а на всем втором — разность хода Δ_2 . В соответствии со сказанным выше, при освещении пленки белым светом обе ее части дадут максимум для лучей разных длин волн и будут казаться по-разному

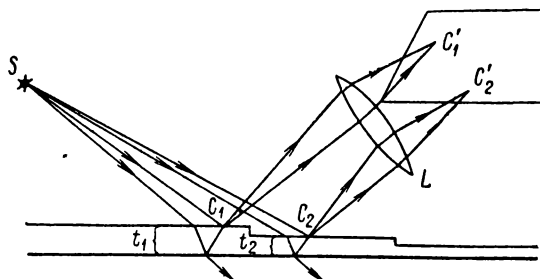


Рис. 54. Возникновение цветов тонких пластин.

окрашенными. Такая окрашенность, вызванная интерференцией отраженных лучей, носит название *цветов тонких пластин*. Очевидно, с изменением угла падения света i_1 меняется разность хода, а следовательно, меняется и цвет пластины.

Цвета тонких пластин легко наблюдаются при рассматривании мыльных пленок, тонких пленок масла на поверхности воды, тонких воздушных прослоек между двумя прозрачными пластинами и т. д.

Рассмотрим несколько частных случаев полос равной толщины.

Пример 1. Поверхности стеклянного клина ($n = 1,5$) образуют между собою угол $\alpha = 0,1'$. На клин падает нормально к его поверхности пучок

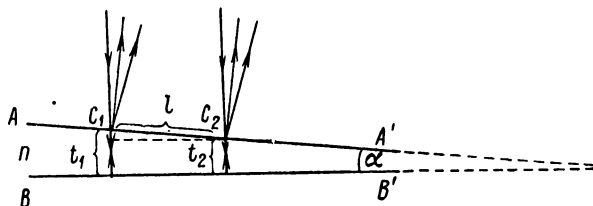


Рис. 55. Интерференция от клина.

монохроматических лучей (рис. 55) длиной волны $\lambda = 0,5$ мк. Найти линейное расстояние между полосами.

Решение. В данном случае угол $i_1 = 0$ и по формуле (4а) разность хода Δ приблизительно равна

$$\Delta = 2tn - \frac{1}{2}\lambda.$$

Пусть точкам C_1 и C_2 соответствуют две соседние светлые полосы, тогда для разностей хода Δ_1 и Δ_2 в этих точках имеем

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= 2t_1n - \frac{1}{2}\lambda = k\lambda, \\ \Delta_2 &= 2t_2n - \frac{1}{2}\lambda = (k-1)\lambda.\end{aligned}$$

где t_1 и t_2 — толщины клина в местах C_1 и C_2 (считаем $t_2 < t_1$). Вычитая почленно эти два равенства друг из друга, найдем

$$2n(t_1 - t_2) = \lambda,$$

откуда получаем

$$t_1 - t_2 = \frac{\lambda}{2n}. \quad (6)$$

Если мы обозначим через l искомое расстояние между полосами, то, как видно из рис. 55,

$$l \approx \frac{t_1 - t_2}{\alpha},$$

где угол α должен быть выражен в радианах. Подставляя сюда вместо разности $t_1 - t_2$ ее значение по (6), получим

$$l \approx \frac{\lambda}{2n\alpha} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 1,5 \cdot 2,9 \cdot 10^{-5}} \text{ см} = 0,56 \text{ см}.$$

Таким образом, полосы будут расположены на поверхности клина на расстоянии 5,6 мм друг от друга. Задача может быть решена и в обратном

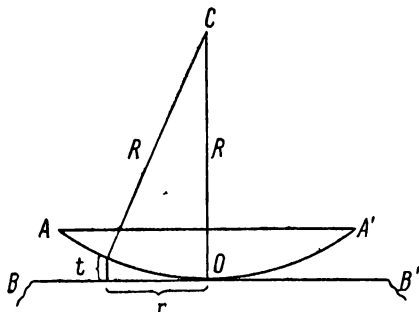


Рис. 56. Возникновение колец Ньютона.

порядке: по расстоянию между интерференционными полосами равной толщины можно найти угол клина α . Такой способ практически используется для нахождения углов клиньев в тех случаях, когда эти углы очень малы.

Пример 2. На плоской стеклянной поверхности BB' (рис. 56) лежит плосковыпуклая линза AA' , радиус кривизны выпуклой поверхности которой R . Между линзой и плоскостью образуется воздушная прослойка. Найти вид кривых равной толщины, возникающих при отражениях от поверхностей, ограничивающих воздушную прослойку. Свет считать падающим на линзу нормально.

Решение. Места равной толщины воздушной прослойки представляют собою окружности радиуса r с центром в точке O , где линза касается плоскости BB' . При $r \ll R$ и нормальном падении света разность хода Δ приближенно выражается формулой (4а). Считая коэффициент преломления воздуха $n = 1$, получим

$$\Delta = 2t + \lambda/2.$$

Перед $\lambda/2$ берется теперь знак плюс, так как потеря полуволны происходит при отражении на границе воздушной прослойки со стеклянной поверхностью BB' . Условие образования светлых интерференционных полос будет соотношение

$$\Delta = 2t + \lambda/2 = k\lambda, \quad (7)$$

где k — целое число. Из чертежа имеем, что при $r \ll R$ приближенно

$$t = \frac{r^2}{2R}.$$

Подставляя это значение t в (7), найдем

$$\frac{r^2}{R} = (k - 1/2) \lambda,$$

откуда для r получаем

$$r = \sqrt{(k - 1/2) \lambda R}. \quad (8)$$

Таким образом, интерференционные полосы равной толщины в данном случае имеют вид концентрических колец, радиусы которых даются формулой (8). В месте соприкосновения линзы с плоскостью остается очень тонкая воздушная прослойка толщиной много меньше длины волны. Поэтому разность хода между лучами, возникающими в этой точке, определяется лишь потерей полуволны при отражении от поверхности BB' . В результате Δ оказывается равным $\lambda/2$, и в центре интерференционной картины в точке O наблюдается темное пятно.

При освещении белым светом интерференционные кольца окрашены и число наблюдаемых колец невелико, так как при больших k происходит наложение колец разных длин волн, и они расплываются.

Указанные полосы равной толщины были впервые наблюдаемы и описаны Ньютоном и носят название *колец Ньютона*. Поскольку Ньютон еще не знал интерференции волн, он не мог дать точного объяснения наблюдаемого им явления и допустил существование «приступов легкого отражения и легкого прохождения света» (см. § 250).

§ 263. Применение явлений интерференции. В предыдущем параграфе было указано на возможность измерения с помощью интерференции света малых углов, образованных двумя плоскостями. Наряду с этим, явления интерференции могут быть применены и для ряда других точных измерений; область их использования в физическом эксперименте и на производстве быстро расширяется. В настоящем параграфе мы рассмотрим некоторые простейшие применения интерференции.

1. Исследование качества поверхностей. Для оптических приборов требуется большая точность при изготовлении поверхностей. Как мы уже указывали, плоские поверхности зеркал или сферические поверхности линз не должны отступать от соответствующих идеальных геометрических поверхностей более чем на небольшие доли ($1/4$ и меньше) длины световой волны. Контроль такого высокого качества поверхностей достигается интерферометрическим путем.

Рассмотрим простейшую задачу испытания степени приближения поверхности стеклянной пластинки к идеальной плоскости. Такое испытание производится с помощью „пробного стекла“ высокого качества, одна из поверхностей которого отступает от идеальной геометрической плоскости обычно не более чем на $1/20$ длины световой волны. Испытуемая поверхность прижимается к „пробному

стеклу“ так, что между ними образуется тонкая воздушная прослойка. При пропускании света через эту воздушную прослойку образуются интерференционные полосы равной толщины. Для их наблюдения пользуются простым приспособлением, изображенным на рис. 57, где S — источник света, CC' — полупосеребренное зеркало, L — линза, дающая параллельный пучок лучей, которым освещается испытуемая пластинка, наложенная на „пробное стекло“. Лучи, отраженные от поверхности AB „пробного стекла“ и от испытуемой поверхности $A'B'$, проходят сквозь полупосеребренное зеркало CC' и образуют в фокальной плоскости F линзы L полосы равной толщины. Наиболее простой вид этих полос возникает, если воздушная прослойка между поверхностями AB и $A'B'$

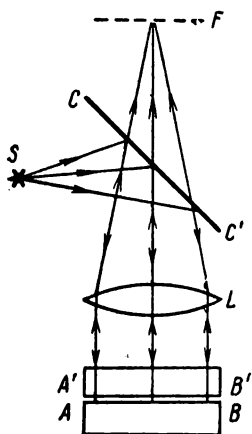


Рис. 57. Прибор для проверки качества поверхностей.

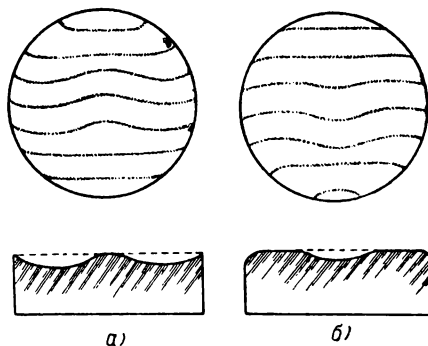


Рис. 58. Вид интерференционных полос равной толщины при наличии бугра (а) и впадины (б).

имеет вид клина малого угла. Этого можно достигнуть, если, тщательно обеспылив пластинки, их несколько сжать с одной стороны при накладывании друг на друга. Если обе поверхности являются идеально плоскими, то между ними образуется тонкий воздушный слой в виде клина, и полосы равной толщины имеют вид прямых, параллельных ребру клина. Всякое отступление от плоскости ведет к искривлению интерференционных полос. На рис. 58а и б представлен вид полос при наличии на испытуемой поверхности бугра и впадины. Нажимая то на один, то на другой край пластинок, можно менять положение ребер клина и таким образом исследовать качество поверхности по всем направлениям.

Для получения резких интерференционных полос необходимо пользоваться монохроматическим светом. Для этого обычно в качестве источника света S (рис. 57) берется ртутная дуга, дающая спектр, состоящий в видимой области из небольшого числа широко

расставленных спектральных линий. Свет одной из этих линий (обычно зеленый) выделяется с помощью фильтра.

2. Измерение малых изменений длин. Рассмотренные полосы равной толщины используются также для измерения весьма малого изменения толщины какого-либо слоя. Если две какие-либо поверхности образуют между собою клин, то, как мы видели, в отраженном свете возникают полосы равной толщины в виде параллельных друг другу прямых. Разность хода в месте образования светлой полосы равна

$$\Delta_1 = 2d_1 n - \frac{1}{2} \lambda = k\lambda.$$

Если поверхности отодвигаются друг от друга с сохранением угла α , который они образуют между собой, то толщина d_1 в данном месте клина начинает увеличиваться и разность хода Δ_1 перестает быть равной $k\lambda$. Очевидно, разность хода Δ_1 будет теперь равна $k\lambda$ в точке, лежащей ближе к ребру клина, в результате чего полоса сместится в сторону ребра клина. Когда толщина d достигнет такого значения d_2 , что разность хода Δ будет равна $(k+1)\lambda$, то в рассматриваемом месте снова расположится светлая полоса. При этом окажется выполненным равенство

$$\Delta_2 = 2d_2 n - \frac{1}{2} \lambda = (k+1)\lambda.$$

Рис. 59. Интерференционный дилатометр.

Из двух последних равенств следует, что при смещении интерференционной картины на одну полосу толщина клина в данном месте изменилась на величину:

$$d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2n}.$$

При смещении интерференционной картины на x полос, изменение толщины окажется равным

$$d_{x+1} - d_1 = x \frac{\lambda}{2n}.$$

Так как длина волны λ есть величина порядка $5 \cdot 10^{-5}$ см, то по смещению интерференционных полос можно измерять изменения толщины порядка 10^{-5} см.

Указанный метод используется, например, для точного измерения коэффициента теплового расширения твердых тел, имеющих в виде небольших по размерам образцов. Для этого употребляется прибор, носящий название интерференционного дилатометра, изображенный на рис. 59. Прибор состоит из кольца CC' , изготовляемого обычно из плавленого кварца, имеющего весьма малый и хорошо измеренный коэффициент теплового расширения. На кольцо лежит стеклян-

ная пластинка с плоскими поверхностями. Внутри кольца помещается исследуемое тело D , нижняя и верхняя поверхности которого хорошо отполированы. Тело D располагается так, чтобы между его верхней поверхностью и поверхностью AB стеклянной пластинки образовался тонкий клинообразный слой воздуха. При освещении прибора сверху наблюдаются полосы равной толщины. При нагревании прибора, вследствие различия в коэффициентах теплового расширения тела D и кольца CC' , толщина воздушного слоя меняется, и интерференционные полосы смещаются. По смещению полос можно измерить изменение размеров тела и, следовательно, вычислить коэффициент его теплового расширения.

Интерференционный метод используется также для измерения малых изменений длин, вызванных различными другими причинами: механическими растяжениями, изгибами и т. д. В. П. Линник сконструировал специальный прибор, носящий название микроинтерферометра, который измеряет глубину царапин, выбоин и других дефектов на полированных поверхностях.

§ 264. Интерферометры и их применение. Рассмотрим ряд приборов, носящих название *интерферометров* и служащих преимущественно для измерения коэффициентов преломления. Простейшим

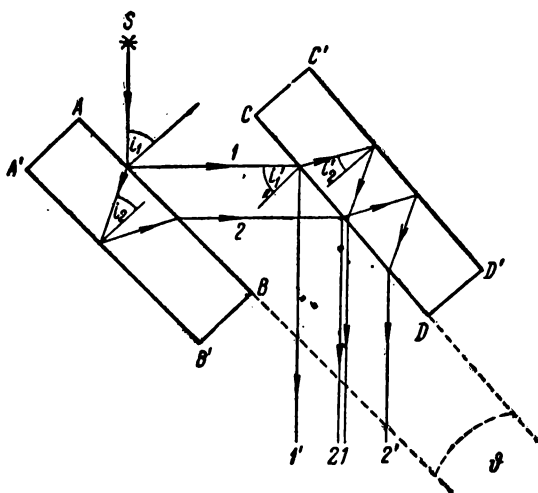


Рис. 60. Схема интерферометра Жамана.

видом прибора такого типа является *интерферометр Жамана*, схема которого представлена на рис. 60. Интерферометр состоит из двух толстых плоско-параллельных стеклянных пластинок $ABB'A'$ и $CDD'C'$ одинаковой толщины t . Луч от источника света S падает

на грань пластинки AB , частично отражается от нее и, частично преломившись, отражается от задней грани $A'B'$. В результате возникают два луча 1 и 2 , которые падают на вторую пластинку и вновь отражаются частично от ее передней грани CD и частично — от ее задней грани $C'D'$. Благодаря этим отражениям возникают четыре луча $1'$, 1 , 2 и $2'$, из которых лучи 1 и 2 налагаются друг на друга и интерферируют.

При отражении от пластинки $ABB'A'$ между лучами 2 и 1 возникает разность хода Δ_1 [см. формулу (4) § 262], равная

$$\Delta_1 = 2tn \cos i_2 - \frac{1}{2} \lambda,$$

где i_2 — угол падения луча на грань пластинки $A'B'$ и n — коэффициент преломления материала, из которого сделана пластина. При отражении лучей от второй пластинки между лучами 1 и 2 возникает разность хода

$$\Delta_2 = 2tn \cos i'_2 - \frac{1}{2} \lambda,$$

где i'_2 — угол падения луча на грань второй пластинки $C'D'$.

Полная разность хода Δ между лучами, возникающая после отражения от обеих пластинок, равна

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = 2tn (\cos i'_2 - \cos i_2). \quad (1)$$

Если обе пластинки строго параллельны друг другу, то $i'_2 = i_2$ и $\Delta = 0$, т. е. между лучами 1 и 2 не возникает никакой разности хода, и они усиливают друг друга.

Если пластинки образуют между собою угол ϑ , не равный нулю, то лучи 1 и 2 приобретают разность хода Δ , зависящую от ϑ и от угла падения i_1 света на поверхность AB .

Из формулы (1) имеем

$$\Delta = 4tn \sin \frac{i_2 + i'_2}{2} \sin \frac{i_2 - i'_2}{2}.$$

При малом угле между пластинками ϑ углы i'_2 и i_2 мало отличаются друг от друга и из последней формулы приближенно получаем

$$\Delta = 2tn \sin i_2 \cdot \delta i_2, \quad (2')$$

где через δi_2 обозначена разность углов $i_2 - i'_2$.

Величину δi_2 можно связать с углом ϑ между пластинками следующим образом. Пусть i_1 и i'_1 — углы падения света на пластинки $ABB'A'$ и $CDD'C'$, тогда $i'_1 = i_1 - \vartheta$. Из закона преломления имеем

$$\sin i_1 = n \sin i_2,$$

$$\sin i'_1 = \sin (i_1 - \vartheta) = n \sin i'_2.$$

Вычитая эти два равенства почленно друг из друга, найдем

$$\sin i_1 - \sin(i_1 - \vartheta) = n(\sin i_2 - \sin i'_2),$$

или приближенно, при малом ϑ ,

$$\cos i_1 \cdot \vartheta = n \cos i_2 \cdot \delta i_2,$$

откуда получаем

$$\delta i_2 = \frac{1}{n} \frac{\cos i_1}{\cos i_2} \cdot \vartheta. \quad (3)$$

Последнее выражение можно преобразовать, заметив, что

$$\frac{\cos i_1}{\cos i_2} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}}{\sqrt{1 - \sin^2 i_2}} = n \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}.$$

Подставив полученное значение для $\cos i_1 / \cos i_2$ в формулу (3), найдем

$$\delta i_2 = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} \vartheta. \quad (4)$$

Обычно угол падения лучей в интерферометре $i_1 = 45^\circ$ и коэффициент преломления стекла близок к 1,55. При этих численных значениях i_1 и n из формулы (4) приближенно следует

$$\delta i_2 = \frac{1}{2} \vartheta. \quad (4a)$$

Подставив найденное значение δi_2 в формулу (2), получим следующее приближенное выражение для разности хода Δ между лучами 1 и 2:

$$\Delta = tn \sin i_2 \cdot \vartheta. \quad (5)$$

При освещении первой пластинки интерферометра параллельным пучком монохроматического света для любой пары лучей возникнет одна и та же разность хода. После отражения лучей от обеих пластинок получится равномерно освещенное поле, яркость которого зависит от значения Δ . Яркость максимальна при разности хода Δ , равной целому числу длин волн, и минимальна — при разности хода Δ , равной нечетному кратному от $\lambda/2$. Если же на первую пластинку падает расходящийся пучок лучей, то разным парам этих лучей соответствуют различные значения углов i_2 и по формуле (5) — разные значения Δ . В результате возникнет система интерференционных полос, из которых каждая соответствует определенному значению i_2 , т. е. является полосой равного наклона.

Пластинки интерферометра Жамена делаются толстыми, чтобы пучки лучей 1 и 2 между ними были широко разделены. Это позволяет ввести в один из пучков слой какого-либо преломляющего вещества и тем самым вызвать добавочную разность хода Δ' между пучками. Пусть, например, в один из пучков вносится слой вещества

толщиной l с коэффициентом преломления n_2 . Тогда между лучами возникает добавочная разность хода

$$\Delta' = l(n_2 - n_1), \quad (6)$$

где n_1 — коэффициент преломления воздуха. Если эта разность хода $\Delta' = k\lambda$, то вся интерференционная картина сместится на k полос. Величина k , очевидно, может быть и дробным числом. Определив k и зная толщину пластинки l , можно по (6) найти разность коэффициентов преломления $n_2 - n_1$. Этот способ позволяет обнаруживать весьма малые разности коэффициентов преломления. Например, при смещении интерференционной картины на $1/5$ полосы, при $l = 10$ см и $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, имеем:

$$n_2 - n_1 = \frac{k\lambda}{l} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10} = 10^{-6}.$$

Ввиду большой чувствительности интерферометра, его используют для измерения коэффициентов преломления газов, мало отличающихся от единицы. Для этого в оба пучка интерферометра вводятся одинаковые кюветы, закрытые с обоих концов одинаковыми плоскопараллельными окошками. Одна из кювет наполняется исследуемым газом, а из другой воздух откачивается. Тогда n_1 в формуле (6) надо положить равным единице, а для искомого коэффициента преломления газа n_2 получаем

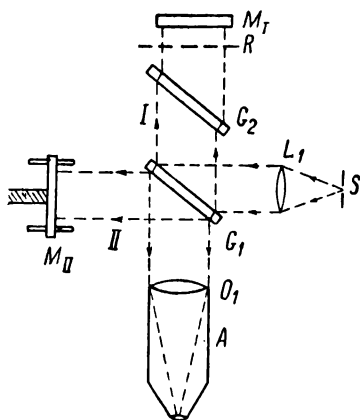
$$n_2 = \frac{\Delta'}{l},$$

где l — длина кюветы.

В качестве второго интерферометра рассмотрим *интерферометр Майкельсона*.

Рис. 61. Схема интерферометра Майкельсона.

В этом приборе интерферируют два пучка I и II (рис. 61), возникающих при отображении от полупрозрачного зеркала G_1 света, идущего от источника S . Пучок I падает нормально на плоское неподвижное зеркало M_I , отражается обратно и, пройдя сквозь полупрозрачное зеркало G_1 , попадает в зрительную трубу A . Пучок II падает нормально на плоское зеркало M_{II} . С помощью салазок и винта это зеркало может передвигаться вдоль направления пучка, оставаясь строго параллельным самому себе. Отражаясь от зеркала M_{II} , а затем от полупрозрачного зеркала G_1 , пучок II попадает также



в зрительную трубу A . Пучок II проходит сквозь толщу пластинки G_1 три раза, а пучок I — лишь один раз (считаем, что у полупрозрачного зеркала G_1 посеребрена грань, обращенная к источнику света S). Чтобы скомпенсировать возникающую благодаря этому разность хода между пучками, на пути пучка I вводится вторая прозрачная плоскопараллельная пластинка G_2 такой же толщины, как и пластинка G_1 .

Если через R обозначить изображение зеркала M_1 в полупрозрачном зеркале G_1 , то можно считать, что в зрительную трубу A наблюдается интерференционная картина, возникающая в результате отражения света от двух плоскостей R и M_1 . Поэтому наблюдаемая картина совпадает с возникающей при отражении света от прозрачной пластины (§ 262). Если плоскости R и M_1 строго параллельны друг другу, то в интерферометр наблюдаются кривые равного наклона, имеющие вид колец. Разность хода между пучками I и II равна $\Delta = 2t \cos \varphi$, где t — расстояние между плоскостями R и M_1 , а φ — угол падения лучей на зеркало M_1 . Светлые кольца возникают при значениях угла φ , удовлетворяющих условию: $2t \cos \varphi = k\lambda$, где k — целое число. Если плоскости R и M_1 расположены под острым углом друг к другу, то их действие равносильно действию клина, и в интерферометр могут наблюдаться полосы равной толщины в виде прямых полос, параллельных ребру клина.

Исследование поверхностей линз (объективов) может производиться с помощью интерферометра типа интерферометра Майкельсона. Для этого испытуемый объектив вводится в одну из ветвей интерферометра и плоское зеркало заменяется выпуклым, центр которого совпадает с фокусом объектива F . При этом параллельный пучок лучей, пройдя через объектив и отразившись от выпуклого зеркала, проходит через объектив вторично и снова делается параллельным. Если у объектива полностью отсутствуют аберрации, то пучки света от обеих ветвей интерферометра, соединяясь, дают равномерно освещенное поле. При наличии аберрации видны темные кольца в тех местах, где объектив вносит добавочную разность хода. Этот метод дает возможность обнаруживать не только отступления поверхностей линз объектива от требуемой формы, но и недостатки, вызванные неоднородностями в стекле.

Аналогичное испытание объективов можно произвести, осуществляя интерференцию двух волновых фронтов по методу В. П. Линника (§ 261). Для этого между источником света S и пластинкой с отверстием S' (рис. 46) располагается испытуемая линза L . Волновой фронт, возникающий около точечного отверстия S' , представляет собою правильную сферу, в то время как волновой фронт, образуемый линзой L , при наличии аберраций будет искажен. Эти искажения волнового фронта могут быть определены по виду возникающих интерференционных полос.

§ 265. Интерференционная метрология. Развитие науки и техники выдвинуло перед метрологией требование исключительно большой точности измерений. Во многих серийных производствах, где важна взаимозаменяемость деталей, размеры изделий должны быть одинаковы до микронов. Это, в свою очередь, выдвигает вопрос

о создании точных эталонов физических величин, в частности эталона длины.

При установлении так называемой „абсолютной“ CGS-системы единиц (т. I, § 3) была сделана попытка выбрать „естественную“ единицу длины, которая не менялась бы со временем и не могла быть утеряна. В качестве таковой было предложено избрать определенную долю длины земного меридиана. Однако сравнение практически пригодных эталонных длин с длиной земного меридиана представляет собою весьма трудную задачу, которая не может быть выполнена с необходимой точностью. Поэтому в дальнейшем за первичный эталон была принята длина между двумя штрихами на линейке, изготовленной из сплава иридия с платиной, хранящейся в Международном бюро мер и весов. Эта линейка являлась первичным эталоном метра. Наряду с первичным эталоном метра были изготовлены 32 эталона, распределенные между различными странами. У нас в СССР хранятся два таких эталона — эталоны № 11 и № 28. Со временем были обнаружены некоторые расхождения в длинах эталонов, достигающие $0,7 \text{ мк}$. Эти расхождения вызваны, по всей вероятности, медленным изменением структуры сплава платины с иридием. Так как, очевидно, ни один твердый эталон-линейка не гарантирован от таких изменений, то имеет смысл выбрать новый эталон длины. В качестве нового эталона может быть взята длина волны какой-либо спектральной линии, возбуждаемой при определенных условиях. Длина световой волны определяется лишь основными физическими законами и, следовательно, не зависит от случайных свойств тех или других материалов. Наконец, несмотря на малую длину световой волны, она практически удобна. Интерференционный способ позволяет с весьма большой точностью сравнивать большие длины (порядка метра) с длиной световой волны и между собою.

Таким образом, возникает новый отдел метрологии — интерференционная метрология, использующая для точного измерения и сгазнения длин интерференцию света.

Первое сравнение длины световой волны с длиной нормального метра было выполнено Майкельсоном в 1890—1895 гг. Длина нормального метра сравнивалась с длиной волны красной линии кадмия, которая была выбрана вследствие ее большой резкости. Сравнение производилось с помощью интерферометра Майкельсона. Идея метода заключалась в том, чтобы сосчитать число сместившихся интерференционных колец равного наклона при передвижении зеркала интерферометра на отрезок, равный длине эталона. Эталон длины брались равным всего $0,39 \text{ м.м.}$, так как при большой длине легко сбиться в счете колец.

Внешний вид эталона длины представлен на рис. 62.

Массивная металлическая призма B несет два зеркала A и A' , которые могут быть установлены параллельно друг другу. Ручка H

служит для перемещения эталона. Расстояние между отражающими поверхностями зеркал A и A' определяет длину эталона.

Эталон AA' ставится в интерферометр вместо неподвижного зеркала; рядом с ним помещается плоское зеркало C (рис. 63). Интерферометр можно по желанию освещать либо белым светом, либо светом красной кадмиевой линии. Поверхность зеркала C устанавливается строго параллельно плоскости R , которая представляет собою изображение подвижного зеркала M_{II} , получаемого с помощью полупосеребренной пластинки G_1 . Зеркала эталона A и A' (параллельные друг другу) располагаются под небольшим углом к плоскости R и вначале так, чтобы зеркало A пересекало плоскость R по вертикальной линии.

Так как плоскость R представляет собою изображение зеркала M_{II} , то вместо того, чтобы рассматривать разность хода между пучками I и II , можно, для определения вида возникающей интерференционной картины, рассматривать разность хода между данным зеркалом (A , A' или C) и „зеркалом“ R .

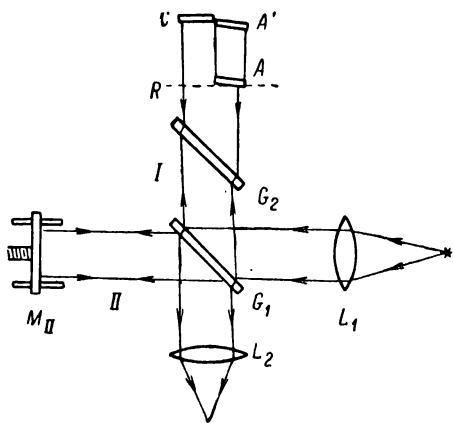


Рис. 63. Схема опыта по сравнению длины световой волны с длиной эталона.

полосы равной толщины. Наличие среди них нулевой полосы указывает на то, что плоскость R действительно пересекает зеркало A . Небольшим перемещением зеркала M_{II} можно добиться, чтобы это пересечение происходило посередине зеркала A . После этого прибор освещается светом красной линии кадмия и наблюдаются кольца равного наклона. Наблюдая эти кольца, начинают отодвигать подвижное зеркало интерферометра M_{II} так, чтобы

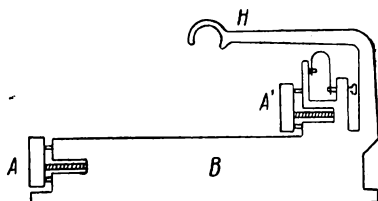


Рис. 62. Эталон длины.

При указанном расположении плоскости R можно наблюдать либо в белом свете интерференционные полосы равной толщины, возникающие благодаря разности хода между зеркалом эталона A и плоскостью R , либо в свете кадмиевой линии интерференционные кольца равного наклона от зеркала C , расположенного параллельно плоскости R . Сперва прибор освещается белым светом и наблюдаются

плоскость R передвигалась по направлению от зеркала эталона A к его второму зеркалу A' . При этом кольца стягиваются к центру и в нем исчезают. Каждому исчезнувшему кольцу соответствует перемещение плоскости R на $\lambda/2$. Число исчезнувших колец считается и передвигание производится до тех пор, пока плоскость R не пересечет второго зеркала эталона A' . Последнее может быть установлено по интерференционным полосам равной толщины, наблюдаемым в белом свете, аналогично тому, как устанавливалось пересечение плоскостью R зеркала A . Таким образом, устанавливается, что плоскость R переместилась на отрезок, равный расстоянию между зеркалами эталона A и A' . Число стянувшихся колец дает число длин волн красной кадмиевой линии, уложившихся на этом отрезке.

Измерения показали, что при передвижении плоскости R от зеркала A до зеркала A' эталона длиной 0,39 мм стянулось 1212,35 кольца, откуда следует, что длина этого эталона l_1 равна:

$$l_1 = \frac{1212,35}{2} \lambda_{\text{Cd}},$$

где λ_{Cd} — длина волны красной линии кадмия.

Вторая часть работы заключалась в сравнении длины эталона в 0,39 мм с длиной последующих эталонов, которые изготовлялись так, что длина каждого последующего из них была приблизительно вдвое больше предыдущего. Длины эталонов сравнивались между собой также интерферометрически. Длина наибольшего эталона равнялась 10 см. Последний сравнивался с длиной нормального метра путем десятикратного перемещения на величину, равную его собственной длине. Таким способом Майкельсон нашел, что на длине нормального метра укладывается 1 553 163,5 длины волны красной кадмиевой линии, откуда для длины волны этой линии получается $\lambda_{\text{Cd}} = 6438,4722 \cdot 10^{-10}$ м.

Несколько позже работа по сравнению длины световой волны с длиной нормального метра была повторена путем использования резких интерференционных колец, возникающих в эталоне Фабри и Перо (§ 272). Для длины волны красной кадмиевой линии было получено $\lambda_{\text{Cd}} = 6438,6496 \cdot 10^{-10}$ м. Значительное расхождение между этим значением и результатом измерений Майкельсона обусловлено не ошибками того или другого из авторов, но тем, что последнее число отнесено к 15°С и давлению 760 мм Hg сухого воздуха, в то время как Майкельсон не делал поправки на влажность воздуха. Если длину световой волны отнести к пустоте, то получится, что на длине нормального метра укладывается 1 552 734,8 длины волны красной кадмиевой линии.

В 1960 г. Международной конференцией по делам мер и весов было принято решение выбрать за первичную единицу длины длину волны оранжевой линии изотопа криптона с атомным весом $A = 86$

(Kr⁸⁶). Замена красной линии кадмия линией криптона обусловлена тем, что линия криптона еще более однородна (монокроматична), чем линия кадмия, и позволяет при больших разностях хода наблюдать резкие интерференционные полосы. Путем интерференционных измерений была весьма тщательно сравнена длина волны оранжевой линии изотопа Kr⁸⁶ со старым эталоном метра. Новое определение метра в международной системе (т. I, § 3) производится путем установления соотношения между длиной метра и длиной волны λ оранжевой линии Kr⁸⁶, отнесенной к пустоте:

$$1 \text{ м} = 1\,650\,763,73\lambda \text{ (Kr}^{86}\text{)}.$$

Длина этого нового метра весьма близка к длине старого метра, определяемого с помощью линейки из сплава иридия с платиной. Длина волны оранжевой линии Kr⁸⁶, выраженная в метрах и отнесенная к вакууму, равна:

$$\lambda_{\text{вак}} = 6057,8021 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Если же ее, как обычно, отнести к воздуху и выразить в ангстремах ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$), то получится:

$$\lambda_{\text{возд}} = 6056,1122 \text{ \AA}.$$

Возможность сравнивать большие длины с длиной световой волны позволила по-новому поставить вопрос об эталонах метра. В указанном в начале этого параграфа эталоне длина метра определялась *расстоянием между штрихами*, нанесенными на линейку из иридийской платины. Такой эталон называется *штриховым*. Недостатки штрихового эталона с современной точки зрения очевидны. Интерферометрически можно сравнить длину световой волны лишь с расстоянием между отражающими зеркальными поверхностями. При этом расстояние между зеркальными поверхностями может быть определено с точностью до малых долей длины волны. Штрихи же на линейке гораздо грубее: их ширина равна нескольким микронам. Поэтому при всех произведенных измерениях наибольшая ошибка заключалась в последнем этапе работы — в сравнении длины одного из промежуточных эталонов с длиной нормального метра.

Гораздо более совершенной является *концевая мера* в виде металлического бруска, торцевые поверхности которого полируются так, что они представляют собою зеркала, плоские до долей длины волны и параллельные друг другу с такой же точностью. За длину концевой меры принимается расстояние между ее торцевыми поверхностями.

В настоящее время измерения облегчаются тем, что длины волн многих спектральных линий уже известны с большой степенью точности. Это позволяет избежать непосредственного счета числа волн, укладывающихся на данной длине. Например, длина эталона Фабри и Перо (расстояние между его зеркалами см. § 272) может быть весьма просто сравнена с длиной световой волны по совпадению колец для двух разных спектральных линий. Для простоты представим себе, что при наблюдении в эталоне колец равного наклона от двух линий с длинами волн λ и λ' обе линии дают в центре эталона светлое пятно. Тогда имеем соотношения

$$2t = k\lambda, \quad 2t = k'\lambda', \quad (1)$$

где k и k' — целые числа. Если величины t , λ и λ' заранее известны с достаточной точностью, то подбор двух целых чисел k и k' , удовлетворяющих равенствам (1), делается однозначным. Определив же значение целого числа k , мы тем самым выражаем длину эталона t в длинах волн λ . Если подбор целых чисел по каким-либо причинам оказывается ненадежным, то следует воспользоваться третьей линией. Метод может быть приспособлен и для сравнения длин двух концевых мер.

Метод совпадений позволяет значительно упростить работу по сравнению длины эталона метра с длиной световой волны. У нас в СССР группой сотрудников, возглавляемых М. Ф. Романовой, было выполнено сравнение концевой метровой меры с длиной красной кадмиевой линии с помощью лишь одного промежуточного эталона. Этот промежуточный эталон представлял собою трубчатый эталон Фабри и Перо: он состоял из металлической трубы, к которой с обоих концов на оптическом контакте были прикреплены полупосеребренные зеркала. Из эталона воздух мог откачиваться. Его длина равнялась 111,6 мм. Длина этого эталона сравнивалась с длиной волны красной кадмиевой линии методом совпадений, причем в качестве второй линии использовалась зеленая линия кадмия $\lambda = 5085,8210 \cdot 10^{-10}$ м и для контроля — три линии криптона. Второй, также трубчатый, эталон был в 9 раз длиннее первого. Точность изготовления была настолько велика, что длина второго эталона отличалась от девятикратной длины первого эталона всего на 0,5 мк. Это позволяло наблюдать интерференционные полосы в белом свете при прохождении пучка света через оба эталона последовательно. Полосы возникали за счет небольшой разности хода между лучами, испытавшими девятикратное отражение в малом эталоне и однократное — в большом. Наблюдение этих полос позволяло сравнить длины эталонов.

Длина большого эталона была немного больше метра. Концевая метровая мера помещалась внутри этого эталона. Между концами меры и зеркалами эталона оставались узкие промежутки, которые измерялись снова методом совпадений. Отсюда находили длину концевой меры, выраженную через длину волны красной кадмиевой линии.

§ 266. Принцип Гюйгенса — Френеля. Характерным для распространения любых волн является их способность загигаться за преграды (давать дифракцию). Однако масштаб загигания зависит от отношения размеров преграды к длине волны. Например, крупные волны, распространяющиеся по поверхности воды, полностью огибают сваю, мелкая же рябь образует за свайе хорошо выраженную область „тени“.

Принцип Гюйгенса позволяет построить новое положение фронта, проводя огибающую к элементарным волнам, возникшим около каждой точки положения фронта в предыдущий момент. Такое построение указывает на загигание волн за преграды (ср. сказанное в т. I, § 107). На рис. 64 представлена плоская волна BB' , падающая на преграду AA' с отверстием a . Часть фронта этой волны достигает отверстия a , в результате чего каждая точка отверстия становится источником элементарных полусферических волн. Огибающая этих элементарных волн лишь в средней части является плоской и загигается по краям. В соответствии с этим и лучи (нормали к волновым поверхностям) загигаются — дифрагируют — у краев отверстия. Однако описание, даваемое принципом Гюйгенса, далеко не полно: оно не поз-

воляет найти амплитуды колебаний, распространяющихся в различных направлениях. Так как энергия колебаний дается квадратом амплитуды, то интенсивность загибающихся волн остается неопределенной. Этот недостаток принципа Гюйгенса устраняется методом расчета, предложенным Френелем и базирующимся на более углубленном представлении о волновом процессе с учетом амплитуд и фаз колебаний.

Пусть поверхность S (рис. 65) представляет собой положение волнового фронта в некоторый момент времени. Для того чтобы определить колебания в точке P , лежащей перед фронтом на расстоянии r_0 , надо, по Френелю, определить колебания, приходящие в точку P от всех элементов поверхности S , и затем сложить их, учитывая их амплитуды и фазы. Амплитуда колебаний, приходящих в точку P от элемента поверхности ΔS , зависит от размеров этого элемента, от расстояния r и от угла, который направление r составляет с нормалью к поверхности N . Фаза колебаний определяется длиной пути r , пройденного волнами. Суммирование таких элементарных колебаний является задачей интегрального исчисления и, вообще говоря, может быть весьма сложным. Но в простейших случаях, обладающих симметрией, как показал Френель, интегрирование

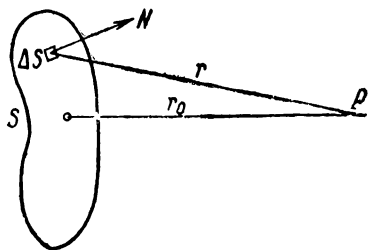


Рис. 65. Колебания в точке P определяются путем суммирования колебаний, приходящих от элементов поверхности S .

мысленно разделим волновую поверхность S на *кольцевые зоны* (зоны Френеля), построенные таким образом, чтобы расстояния от краев соседних зон до точки P разнились на половину длины волны:

$$B_1P - B_0P = B_2P - B_1P = B_3P - B_2P = \dots = \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

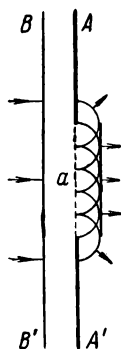


Рис. 64. Дифракция плоской волны при прохождении через отверстие a в преграде AA' .

Рассмотрим случай прохождения света через круглое отверстие. Пусть A (рис. 66) — точечный источник света, $C'C''$ — круглое отверстие в непрозрачном экране, лежащее от A на расстоянии R . Это отверстие пропустит лишь часть сферической волны, исходящей из A . Определим действие этой волны в точке P , лежащей на прямой AA' , проходящей через центр отверстия $C'C''$, на расстоянии r_0 от отверстия. Для этого

Тогда колебания, приходящие в точку P от соответствующих частей соседних зон, будут иметь разность хода $\lambda/2$, т. е. придут в точку P в противоположных фазах.

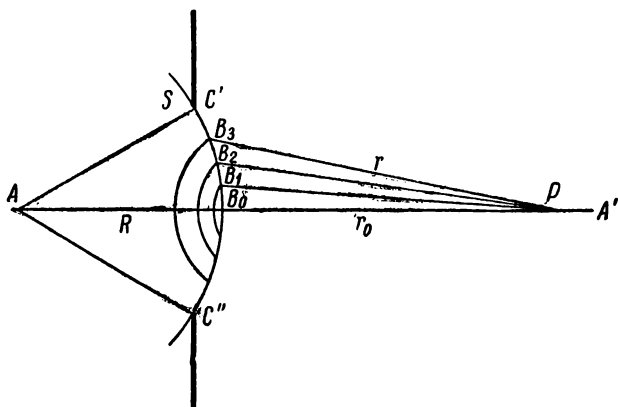


Рис. 66. Построение кольцевых зон.

Амплитуда колебаний, приходящих от отдельной зоны, зависит от площади зоны, от расстояния r от зоны до точки P и от угла наклона между r и нормалью к поверхности зоны. Покажем прежде всего, что площади зон примерно одинаковы.

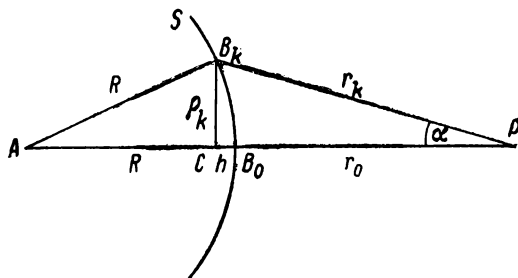


Рис. 67. К подсчету размеров кольцевых зон.

Обозначим через ρ_k радиус k -й зоны. Из рис. 67 имеем

$$\rho_k^2 = R^2 - (R - h)^2 = r_k^2 - (r_0 + h)^2, \quad (1a)$$

откуда

$$h = \frac{r_k^2 - r_0^2}{2(R + r_0)}. \quad (2)$$

Но по (1) расстояние до k -й зоны r_k на $k \frac{\lambda}{2}$ больше расстояния r_0 :

$$r_k = r_0 + k \frac{\lambda}{2}; \text{ отсюда } r_k^2 - r_0^2 = kr_0\lambda + k^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2.$$

Считая, что длина волны λ много меньше расстояния r_0 , приближенно получим

$$r_k^2 - r_0^2 = kr_0\lambda, \quad (3)$$

после чего равенство (2) примет вид

$$h = k \frac{r_0}{R + r_0} \frac{\lambda}{2}. \quad (2a)$$

Площадь поверхности сферического сегмента радиуса ρ_k равна

$$\Delta S_k = 2\pi R h.$$

Подставляя сюда вместо h его значение по (2a), получим

$$\Delta S_k = k \frac{2\pi R r_0}{R + r_0} \frac{\lambda}{2}.$$

В пределах этого сегмента уместается k кольцевых зон, откуда площадь одной зоны ΔS может быть представлена как разность площади этого сегмента и сегмента, охватывающего $(k-1)$ -зону:

$$\Delta S = \Delta S_k - \Delta S_{k-1} = k \frac{2\pi R r_0}{R + r_0} \frac{\lambda}{2} - (k-1) \frac{2\pi R r_0}{R + r_0} \frac{\lambda}{2},$$

откуда]

$$\Delta S = \frac{\pi R r_0}{R + r_0} \lambda.$$

Таким образом, площадь зоны в указанном приближении не зависит от ее номера k , т. е. площади всех зон приблизительно одинаковы. Следовательно, амплитуды колебаний, доходящих от отдельных зон до точки P , зависят лишь от расстояния r_k и от угла, который направление r_k составляет с нормалью к поверхности зоны. С увеличением номера зоны k расстояние r_k возрастает и возрастает угол наклона, поэтому амплитуды a_k колебаний, доходящих до точки P от отдельных зон, должны монотонно убывать с увеличением номера зоны k :

$$a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > \dots > a_k > a_{k+1} > \dots$$

Так как фазы колебаний, приходящих в точку P от двух соседних зон, противоположны, то амплитуда A_k суммарного колебания, вызванного действием k зон, равна

$$A_k = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - \dots \pm a_k, \quad (4)$$

где знак последнего члена положителен при нечетном k и отрицателен при четном k . Очевидно, при четном числе зон их действия

попарно ослабляют друг друга и амплитуда суммарного колебания A_k в точке P незначительна; при нечетном числе зон действие одной из зон остается не ослабленным и амплитуда A_k больше, чем при четном числе зон.

Более точно значение амплитуды A_k суммарного колебания мы получим, разбив в сумме (4) все нечетные члены на два слагаемых: $a_1 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2}$, $a_3 = \frac{a_3}{2} + \frac{a_3}{2}$ и т. д. Тогда при нечетном k получим

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots \\ \dots + \left(\frac{a_{k-2}}{2} - a_{k-1} + \frac{a_k}{2} \right) + \frac{a_k}{2}. \quad (4a)$$

При четном k получим

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots \\ \dots + \left(\frac{a_{k-3}}{2} - a_{k-2} + \frac{a_{k-1}}{2} \right) + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k. \quad (4б)$$

Так как, по сказанному, амплитуды a_k монотонно убывают с возрастанием номера k , то приближенно можно положить амплитуду колебаний, вызванных какой-либо k -й зоной, равной полусумме амплитуд колебаний, вызванных $(k-1)$ -й и $(k+1)$ -й зонами:

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2},$$

откуда все слагаемые в рядах (4a) и (4б), выделенные скобками, равны нулю и, следовательно, при нечетном k :

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2}, \quad (5)$$

а при четном k :

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k. \quad (5a)$$

Если число зон k достаточно велико, то амплитуды колебаний, вызванных $(k-1)$ -й и k -й зонами, мало отличаются друг от друга, откуда приближенно $\frac{a_{k-1}}{2} - a_k = -\frac{a_k}{2}$. Таким образом, равенства (5) и (5a) принимают вид:

$$A_k = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2}, \quad (6)$$

где знак плюс соответствует нечетному числу зон, а знак минус — четному числу зон.

Число зон, которое уложится на части волнового фронта, не закрытой экраном, зависит от отношения размеров отверстия к длине

волны λ и от места его положения. По формуле (1а) радиус k -й зоны ρ_k определяется равенством

$$\rho_k^2 = r_k^2 - (r_0 + h)^2 = r_k^2 - r_0^2 - 2r_0h - h^2.$$

Полагая h много меньшим r_0 , пренебрежем членом h^2 , тогда

$$\rho_k^2 = r_k^2 - r_0^2 - 2r_0h.$$

Подставляя сюда вместо h его значение по (2а), получим

$$\rho_k^2 = r_k^2 - r_0^2 - k \frac{r_0^2}{R + r_0} \lambda,$$

наконец, заменяя по (3) $r_k^2 - r_0^2$ через $kr_0\lambda$, найдем

$$\rho_k^2 = k \frac{r_0 R}{R + r_0} \lambda,$$

откуда

$$\rho_k = \sqrt{k \frac{r_0 R}{R + r_0} \lambda}. \quad (7)$$

Очевидно, ρ_k одновременно есть радиус рассматриваемого отверстия в экране. Отсюда получаем, что отверстие радиуса ρ открывает часть волнового фронта, на котором уместится число зон

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \frac{\rho(R + r_0)}{r_0 R}. \quad (8)$$

Для плоского фронта волны, падающего на экран ($R = \infty$), формула (8) принимает вид:

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \frac{\rho}{r_0}$$

или

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \alpha, \quad (8a)$$

где $\alpha = \frac{\rho}{r_0}$ — угол, под которым видно отверстие в экране из точки P .

Амплитуда суммарного колебания в точке P зависит от числа открытых зон k . Для данных длины волны, места положения экрана и размеров отверстия в нем (даны λ , R и ρ) число открытых зон k определится положением точки P ; для разных точек P это число k будет различным. В тех точках P , для которых k нечетно, амплитуда суммарного колебания A_k больше, а в тех точках P , для которых k четно, она меньше. Квадрат амплитуды определит энергию колебаний. В свою очередь энергия световых колебаний определяет освещенность. Таким образом, при продвижении вдоль прямой B_0A' (рис. 66) мы будем встречать то большие, то меньшие освещенности.

При данных же R и r_0 , т. е. при данном расположении источника света, экрана с отверстием и точки наблюдения P , освещенность в точке P будет зависеть от размеров отверстия ρ и его отношения к длине волны λ .

Таким образом, мы приходим к выводу: *свет не распространяется прямолинейно, освещенность в точке P определится размером и положением отверстия $C'C''$, она определяется действием всех точек, лежащих на открытой части волнового фронта.*

Если размеры отверстия $C'C''$ увеличивать до бесконечности, т. е. оставить незакрытой всю поверхность волнового фронта S , то действие последней зоны a_k станет бесконечно малым и по (6) амплитуда суммарного колебания A_∞ в точке P окажется равной

$$A_\infty = \frac{a_1}{2}.$$

Если размеры отверстия $C'C''$ такие, что по отношению к данной точке P на площади отверстия укладывается нечетное число зон, то амплитуда колебаний в точке P равна

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2},$$

т. е. она больше, чем при полностью открытом фронте. Максимальное значение A_k имеет в такой точке P , для которой на площади отверстия укладывается одна первая зона, тогда $A_1 = a_1$, т. е. вдвое больше, чем A_∞ .

При большом числе открытых зон $\frac{a_k}{2}$ мало, и амплитуда суммарного колебания A_k мало отличается от амплитуды A_∞ , соответствующей полностью открытому фронту. Отсюда, размеры отверстия $C'C''$ перестают сказываться на освещенности в точке P , если число открытых зон велико. Если бы свет распространялся прямолинейно, то размеры отверстия вообще не должны были бы сказываться на освещенности в точке P . Отсюда мы приходим к следствию, что *выводы из волновых представлений и представлений о прямолинейном распространении света начинают совпадать, когда число открытых зон велико.* Пользуясь выведенными выражениями для числа k , легко подсчитать, при каких условиях число зон, укладывающихся на площади отверстия, велико. Например, для случая плоского фронта ($R = \infty$) для точки P , расположенной на расстоянии $r_0 = 50$ см от отверстия радиусом $\rho = 5$ мм и при длине волны света $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, по (8а)

$$k = \frac{0,5}{5 \cdot 10^{-5}} \frac{0,5}{50} = 100.$$

Таким образом, при этих условиях на площади отверстия укладывается значительное число зон, дальнейшее увеличение размеров отверстия практически не будет влиять на освещенность в точке P — результат такой, как если бы свет распространялся прямолинейно. Для точки же P , отстоящей от того же отверстия радиусом $\rho = 5$ мм на расстояние 50 м, на площади отверстия уложится лишь одна зона, и волновой характер распространения света будет явно сказываться.

Выводы, полученные Френелем, легко проверить на опыте, схема которого представлена на рис. 68. Яркий источник света S (например, кратер электрической дуги) проектируется с помощью линзы L на непрозрачный экран с маленьким отверстием a . Это отверстие служит точечным источником света и дает сферический фронт волны bb' . Действие этого фронта наблюдается глазом, расположенным в точке P . Для того чтобы фиксировать глаз в определенном направлении, перед ним следует расположить непрозрачный

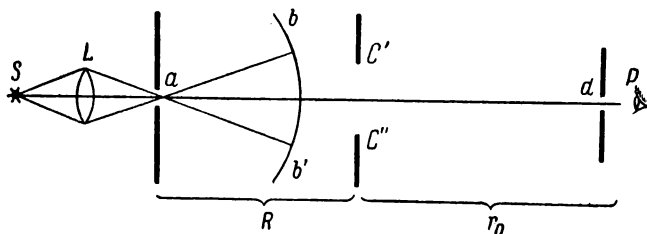


Рис. 68. Схема демонстрации зависимости освещенности от числа открытых зон Френеля.

экран с малым отверстием d , через которое и надо смотреть. На пути волнового фронта располагается ирисовая диафрагма, просвет которой и представляет собою отверстие $C'C''$. При изменении размеров ирисовой диафрагмы до глаза будут доходить колебания от четного или нечетного числа зон, и глаз будет воспринимать то больше, то меньше света.

Необходимые размеры ирисовой диафрагмы могут быть подсчитаны по формуле (7). Если взять расстояние от точечного источника a до ирисовой диафрагмы $R = 10$ м и расстояние от ирисовой диафрагмы до глаза r_0 тоже равным 10 м, то при $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, по (7):

$$\rho_k = \sqrt{\frac{10^3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} \cdot 5 \cdot 10^{-5}} \cdot \sqrt{k} \text{ см} \cong 0,17 \cdot \sqrt{k} \text{ см}.$$

Таким образом, при этих условиях радиус центральной зоны равен 1,7 мм, а радиус девятой зоны равен 5,1 мм. Такие размеры отверстия легко осуществимы с помощью хорошей ирисовой диафрагмы, и по мере увеличения размеров диафрагмы легко наблюдать глазом периодическое усиление и ослабление света.

§ 267. Графическое сложение амплитуд. К выводам, полученным в § 266, можно также прийти, пользуясь графическим методом сложения колебаний. При этом нет надобности строить кольцевые

зоны так, чтобы колебания от них приходили в точку P (рис. 67) в противоположных фазах. Мы можем рассматривать сколь угодно узкие зоны.

Воспользуемся для графического сложения колебаний понятием о векторе амплитуды a (см. т. I, § 100). Под вектором амплитуды подразумевается вектор a , длина которого равна амплитуде, а угол α , который этот вектор составляет с заданной осью OX , соответствует начальной фазе рассматриваемого колебания. При сложении нескольких колебательных движений, изображаемых с помощью векторов a_1 , суммарное колебание представится вектором a , равным векторной сумме векторов a_i ; длина вектора a даст амплитуду, а угол, который вектор a составит с осью OX , даст начальную фазу суммарного колебания.

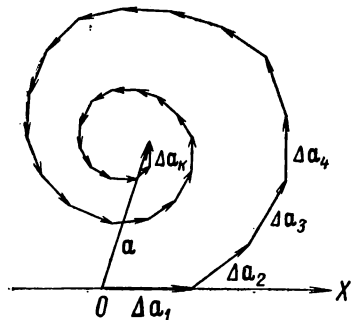


Рис. 69. Графическое сложение векторов амплитуд колебаний от отдельных зон.

Разобьем свободную поверхность волнового фронта на весьма узкие кольцевые зоны. Колебания, приходящие в точку P от первой зоны, изобразятся вектором Δa_1 . Положим начальную фазу этого колебания равной нулю. Тогда на рис. 69 вектор Δa_1 расположится вдоль оси OX . Амплитуда колебания, приходящего от второй зоны в точку P , несколько меньше амплитуды колебания, приходящего от первой зоны; кроме того, это коле-

бание несколько отстает по фазе от колебания, вызванного первой зоной. Поэтому колебание, вызванное в точке P второй зоной, изобразится вектором Δa_2 , несколько меньшим по длине, чем вектор Δa_1 , и составляющим несколько больший угол с осью OX . Отложим этот вектор от конца вектора Δa_1 , как показано на рис. 69. Колебания от третьей зоны изобразятся вектором Δa_3 , еще несколько меньшим по длине и составляющим еще несколько больший угол с осью OX , и т. д. Совокупность векторов Δa_i образует ломаную спиралевидную линию. Суммарное колебание в точке P изобразится вектором a , соединяющим точку O с концом вектора Δa_k , соответствующего колебанию, приходящему от последней из открытых зон.

Предположим, что зоны проведены так, что разности фаз колебаний от соседних зон постоянны и равны, например, $\pi/6$. На рис. 70а представлена сумма шести первых векторов Δa_i . В рассматриваемом случае последний из этих шести векторов имеет фазу, противоположную фазе вектора Δa_1 , отсюда первые шесть рассматриваемых зон соответствуют в этом частном случае одной первой зоне Френеля. Таким образом, и вектор a_1 соответствует колебанию, вызванному первой зоной Френеля. Точно так же вектор a_2 (рис. 70б)

изобразит колебание, вызванное двумя первыми зонами Френеля, и т. д. Как видно, длина вектора a_2 меньше длины вектора a_1 , что соответствует выводу, полученному в предыдущем параграфе, по которому амплитуда колебаний в точке P при одной открытой зоне больше, чем при двух открытых зонах. Вообще, в зависимости от

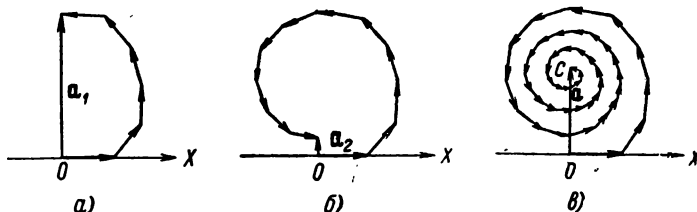


Рис. 70. Сложение векторов амплитуд колебаний: от первой зоны (а), от двух первых зон (б), от полностью открытого волнового фронта (в).

числа открытых зон, мы получим то большие, то меньшие значения амплитуд колебаний в точке P . Полностью открытому волновому фронту будет соответствовать бесконечно большое число зон и асимптотическое приближение ломаной к центру C (рис. 70 в). Отсюда длина вектора a_∞ , соединяющего точки O и C , дает амплитуду колебаний, вызванных в точке P полностью открытым волновым фронтом. Из сравнения рис. 70а и 70в видно, что $a_\infty = \frac{a_1}{2}$, что совпадает с результатом алгебраического суммирования, произведенного в § 266.

В пределе, беря бесконечно узкие зоны, мы получим бесконечно большое число бесконечно малых по длине векторов Δa_i , каждый из которых составит бесконечно малый угол с предыдущим вектором. В результате ломаная линия рис. 70в превратится в спираль, изображенную на рис. 71.

Рассмотрим случай плоского волнового фронта, падающего на непрозрачный экран с круглым отверстием. Тогда по формуле (8а) § 266 каждой точке спирали, например точке B рис. 71, соответствует определенное значение

отношения $\frac{r}{\lambda} \alpha$, где r — радиус отверстия, а α — угол, под которым это отверстие видно из точки P (рис. 67). Длина вектора a , соединяющего точку O с точкой B , даст амплитуду колебаний, вызванных в точке P всей частью волнового фронта, открытого рассматриваемым круглым отверстием. Предположим, например, что при заданном ради-

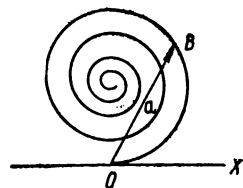


Рис. 71. При бесконечном сужении зон ломаная линия, образованная векторами амплитуд, превращается в спираль.

усе отверстия p точка P перемещается вдоль оси AA' (рис. 66), следовательно, меняется угол α . Этому будет соответствовать непрерывное перемещение точки B по спирали. При этом длина вектора $OB = a$ будет периодически то удлиняться, то укорачиваться, что указывает на периодическое изменение освещенностей при перемещении вдоль оси AA' (рис. 66). К тому же результату мы пришли в § 266 путем алгебраического суммирования, только там построение зон Френеля позволяло найти амплитуды колебаний лишь для тех точек P , для которых число открытых зон равнялось целому числу. Теперь, благодаря построению бесконечно узких зон, мы можем найти амплитуду колебаний в любой точке P .

В дальнейшем, при рассмотрении различных случаев дифракции, мы будем пользоваться графическим методом сложения колебаний.

В методе расчета Френеля имеются принципиальные неясности. Представим себе точечный источник A (рис. 72), около которого к некоторому моменту времени образовался сферический фронт волны $BCED$.

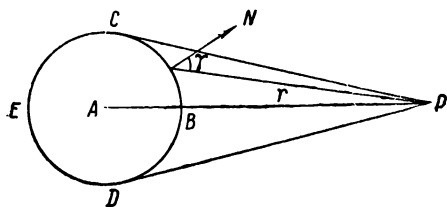


Рис. 72. Метод Френеля учитывает колебания лишь от „передней“ половины CBD сферического волнового фронта.

Для определения амплитуды колебаний в точке P мы должны сложить в точке P колебания, приходящие от всех частей волнового фронта CBD . Часть фронта DEC („задняя“ часть фронта) при расчете во внимание не принимается. Если мы проведем внешнюю нормаль N к поверхности, то, по сказанному выше, амплитуда колебаний,

приходящих в точку P , зависит от значения угла γ , который составляет направление r с нормалью N . Наибольшую амплитуду имеют колебания, приходящие в точку P от элемента поверхности, расположенного около точки B , где угол $\gamma = 0$. Амплитуды колебаний от элементов поверхности вблизи точек C и D , где $\gamma = \pi/2$, равны нулю. Равными нулю приходится считать и амплитуды колебаний от всех элементов поверхности, где $\gamma > \pi/2$. Таким образом, не учитываются колебания от „задней“ половины волновой поверхности. Это обстоятельство остается в теории Френеля не обоснованным.

Второй недостаток метода Френеля заключается в том, что он дает неправильное значение начальной фазы колебания в точке P . Значение фазы результирующего колебания в точке P , найденное путем графического сложения колебаний, приходящих от отдельных

зон полностью открытого фронта, отличается на $\pi/2$ от действительного.

В самом деле, пусть на экран с отверстием падает плоская волна. Если отверстие столь мало, что по отношению к некоторой точке P открыта малая часть центральной зоны Френеля, то колебания в точке P изобразятся на рис. 70в первой стрелкой, параллельной оси OX . Если фронт открыт полностью, то колебания в точке P изобразятся вектором a_∞ , перпендикулярным к оси OX . Отсюда следует, что фаза колебаний, приходящих от бесконечного плоского фронта, должна была бы отставать на $\pi/2$ от фазы колебаний, приходящих от малого отверстия, т. е. от колебаний, распространяющихся в виде элементарной полусферической волны.

Тем не менее метод Френеля полезен, так как он приводит к правильным значениям амплитуды колебаний, а следовательно, и освещенности. В большинстве же задач важно знать именно освещенность.

Вполне точный расчет дифракции может быть получен лишь на основании электромагнитной теории света. Результат несколько зависит от характера материала, из которого сделан экран, огибаемый волнами. Для проводящих тел простейшей геометрической формы точные расчеты выполнены В. А. Фоком.

§ 268. Дифракция от непрозрачных преград. Как мы указывали, дифракционные явления наблюдаются при частичном ограничении световых пучков непрозрачными преградами. Дифракция, наблюдаемая при этом непосредственно, без применения каких-либо оптических систем, называется *френелевой дифракцией*. Эти случаи дифракции могут быть разобраны с помощью изложенного в предыдущем параграфе метода зон. Рассмотрим некоторые частные случаи дифракции Френеля.

1. Дифракция от круглого отверстия. Пусть A — точечный источник света (рис. 73), B — непрозрачный экран с круглым отверстием D с центром в C и, наконец, E — экран, на котором наблюдается освещенность. В случае прямолинейного распространения света мы получили бы на экране E освещенный круг с резкими краями. В действительности получится более сложная картина. Результат действия волнового фронта, проходящего через отверстие D , в точке P , лежащей на оси AC , мы уже определили. Освещенность в точке P больше или меньше освещенности от незакрытого фронта в зависимости от того, уложится ли при данных условиях опыта на площади отверстия D нечетное или четное число зон Френеля. Для определения освещенности в какой-либо точке P' , не лежащей на оси AC , мы можем рассуждать следующим образом. Если бы экрана B не существовало вовсе, то мы определили бы действие волнового фронта в точке P' , построив кольцевые зоны Френеля, центром для которых служила бы точка C' . При наличии

экрана B отверстие D расположится не концентрически по отношению к этим зонам. Открытая часть волн будет выглядеть, как это изображено на рис. 74, где для ясности нечетные зоны заштрихованы. Действие этих зон в точке P' определится не только их числом, но и тем, какая часть каждой из зон открыта. Точный подсчет

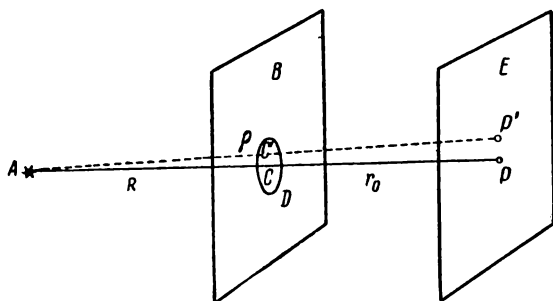


Рис. 73. Схема наблюдения дифракции от круглого отверстия.

амплитуды суммарного колебания в точке P' сложен, но ясно, что при удалении от точки P мы периодически встретим места с большей или меньшей освещенностью. Так как вся картина должна обладать круговой симметрией, то около точки P возникнут чередующиеся более светлые и менее светлые кольца. На снимке 2 (см. приложение) в нижней части приведены фотографии дифракции от круглых отверстий разных размеров (числа n указывают число зон, укладываемых в пределах отверстия). В верхней части даны кривые распределения интенсивности в этих снимках. Число наблюдаемых светлых и темных колец и их положение зависят от числа зон, уменьшающихся на площади отверстия D при данных условиях наблюдения. По формуле (8) § 266 на отверстии радиуса ρ уложится число зон k , определяемое равенством:

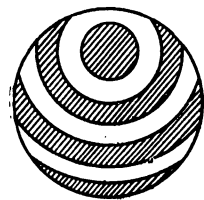


Рис. 74. Расположение зон для «косо-го» направления.

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \frac{\rho(R + r_0)}{r_0 R}. \quad (1)$$

Как видно, это число k зависит от отношения радиуса отверстия ρ к длине волны λ и от расстояний R от источника до экрана и r_0 — от экрана до места наблюдения. При бесконечном увеличении расстояния R формула (1) переходит в формулу (8а) § 266. Число зон k может быть мало и при значительных размерах отверстия D , если только расстояния R и r_0 достаточно велики. Если на площади

отверстия укладывается лишь одна центральная зона Френеля или часть ее, то на экране E получается размытое пятно, не окруженное светлыми и темными кольцами. Если на площади отверстия укладывается большое число зон Френеля, то освещенность вблизи точки P получается практически равномерной и лишь у краев геометрической тени наблюдается чередование весьма узких светлых и темных полос.

Все рассуждения проведены в предположении, что источник света A — точечный. Всякий же реальный источник протяженен. В этом случае мы должны его мысленно разбить на точечные источники, каждый из которых даст свою дифракционную картину. Эти дифракционные картины будут несколько смещены друг относительно друга. Размеры источника должны быть настолько малы, чтобы темные и светлые полосы, даваемые отдельными точками источника, не перекрылись, что повело бы к полному размыванию картины.

2. Дифракция от круглого непрозрачного экрана. Пусть A — снова точечный источник света, D — непрозрачный круглый диск с центром в точке C (рис. 75). Определим прежде всего действие волнового фронта в точке P , лежащей на оси AC . Пусть экран D закроет k первых зон. Тогда в точку P придут колебания от всех остальных зон, начиная от $(k+1)$ -й. Суммируя действие всех этих зон, точно так же, как это было сделано в § 266, придем к выводу, что амплитуда колебаний A_P в точке P будет равна половине амплитуды колебаний, приходящих от $(k+1)$ -й зоны:

$$A_P = \frac{a_{k+1}}{2}.$$

Таким образом, независимо от размеров и положения непрозрачного диска, в центре его геометрической тени всегда окажется свет. От числа закрытых зон будет зависеть только интенсивность этого света. Если диск закрывает много зон, то $\frac{a_{k+1}}{2}$ мало и, следовательно, мала освещенность в точке P .

Для точек, лежащих не на оси AC , диск окажется расположенным не концентрически по отношению к зонам. Суммарная амплитуда будет больше или меньше в зависимости от того, какая часть зон закрыта. Таким образом, мы приходим к выводу, что центральную

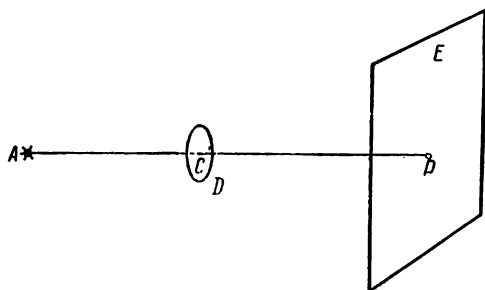


Рис. 75. Схема наблюдения дифракции от непрозрачного диска.

светлую точку окружает система чередующихся светлых и темных колец. Если диск закрывает лишь малую часть центральной зоны, то волны полностью обогнут его, и диск вовсе не даст тени.

Вывод о существовании светлого пятна в центре тени от круглого диска был получен вскоре после появления первой работы Френеля о методе суммирования колебаний от отдельных зон волнового фронта. Этот вывод показался настолько неожиданным, что он был использован как аргумент против теории Френеля. Однако через короткое время существование светлого пятна в центре тени было экспериментально доказано.

Дифракционную картину от непрозрачного круглого диска можно пытаться определить, сравнивая ее с дифракционной картиной от круглого отверстия того же размера и так же расположенного по отношению к источнику света и месту наблюдения. Два экрана, таких, что светлые части одного соответствуют непрозрачным частям другого и наоборот, называются *дополнительными*. Может показаться, что два дополнительных экрана должны давать и дополнительные друг к другу дифракционные картины: где один дает светлую полосу, другой дает темную. Однако это, вообще говоря, неверно.

Действительно, пусть a — амплитуда колебаний, которые дает в точке P полностью открытый волновой фронт, a_1 — амплитуда колебаний, которые дает в той же точке фронт при наличии некоторого экрана, а a_2 — амплитуда колебаний при наличии экрана, дополнительного к первому.

Тогда, представляя каждое из этих колебаний вектором амплитуд a , a_1 и a_2 , получим:

$$a_1 + a_2 = a. \quad (2)$$

Это равенство, связывающее три вектора a , a_1 и a_2 , позволяет найти действие какого-либо экрана по действию экрана, к нему дополнительного. Однако из равенства (2) видно, что для определения одной из амплитуд, например a_2 , надо знать не только амплитуды a_1 и a , но и *фазы* всех трех колебаний. Таким образом, практическое использование равенства (2) затруднительно. Только в одном частном случае нет надобности в знании фаз: если один из векторов амплитуды, например $a_1 = 0$, то по равенству (2) $a_2 = a$. Это означает, что если в какой-либо точке при данном экране колебания вовсе отсутствуют, то при дополнительном экране в той же точке получается освещенность, равная освещенности от незакрытого волнового фронта. Обратный вывод несправедлив: если при некотором экране в данной точке $a_1 = a$, то при дополнительном экране в той же точке амплитуда a_2 может иметь любые значения, заключенные между 0 и $2a_1$. Последнее имеет место при противоположных фазах колебаний a_1 и a_2 .

3. Дифракция от прямолинейного края полуплоскости. Пусть имеется непрозрачная полуплоскость с прямолинейным краем (рис. 76). Предположим, что на эту полуплоскость падает параллельный ей плоский фронт световой волны. Если бы свет распространялся прямолинейно, то на экране D мы получили бы резкую тень от этой полуплоскости. В действительности из-за волнового характера света на экране D наблюдается сложная дифракционная картина. Для определения этой картины воспользуемся методом

Френеля суммирования колебаний, приходящих от отдельных зон волнового фронта. Так как в данном случае фронт не обладает сферической симметрией, то вместо кольцевых зон введем зоны в виде полосок.

Рассмотрим колебания, приходящие от волнового фронта в некоторую точку P , лежащую на экране D . Пусть прямая PB_0 перпендикулярна к волновому фронту. Проведем зоны в виде полосок одинаковой ширины, расположенных симметрично справа и слева от точки B_0 и настолько узких, что колебания, приходящие в точку P от двух соседних зон, лишь немного отличаются по фазе. Для определения амплитуды суммарного колебания в точке P воспользуемся

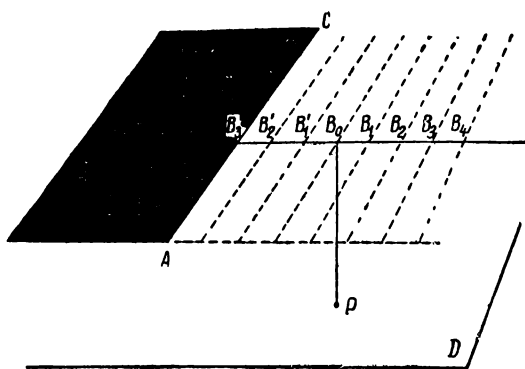


Рис. 76. Схема наблюдения дифракции от полуплоскости AC .

графическим методом сложения векторов амплитуд (§ 267). Вектор амплитуды Δa_1 колебаний, приходящих в точку P от первой зоны B_0B_1 , отложим на графике (рис. 77) вдоль оси OX направо. Вектор амплитуды колебаний, приходящих в точку P от второй зоны B_1B_2 , будет несколько меньшим по длине и будет несколько отставать по фазе. Поэтому он изобразится стрелкой Δa_2 . Точно так же вектор колебаний от третьей зоны изобразится стрелкой Δa_3 и т. д. В нашем случае направо волновой фронт простирается до бесконечности, поэтому число зон, лежащих вправо от точки B_0 , бесконечно велико и векторы амплитуд колебаний, приходящих от всех этих зон, образуют спиралевидную ломаную линию OM_1 . Колебания, приходящие в точку P от зоны B_0B_1 , лежащей слева от точки B_0 , совпадают по фазе с колебаниями Δa_1 . Поэтому вектор их амплитуды изобразится стрелкой $\Delta a'_1$, отложенной в ту же сторону, что и вектор Δa_1 (рис. 77). Также векторы амплитуд колебаний, приходящих от второй и третьей левых зон, изобразятся стрелками $\Delta a'_2$ и $\Delta a'_3$. Слева

фронт открыт только частично, поэтому число открытых левых зон ограничено. Вектор амплитуды A_P суммарного колебания в точке P изобразится суммой:

$$A_P = \sum_{k=1}^{\infty} \Delta a_k + \sum_{k=1}^n \Delta a'_k.$$

В случае, изображенном на рис. 76, число левых открытых зон равно только трем, поэтому вектор амплитуды суммарного колебания в точке P изобразится замыкающей $M'M_1$ на рис. 77. Освещенность в точке P определится квадратом длины этой замыкающей. В зависимости от положения точки P число открытых зон различно. Полностью открытому волновому фронту соответствует бесконечное число открытых правых и левых зон. Вся совокупность соответствующих им векторов амплитуд образует двойную спираль, изображенную на рис. 78. Квадрат длины замыкающей M_2M_1 определит

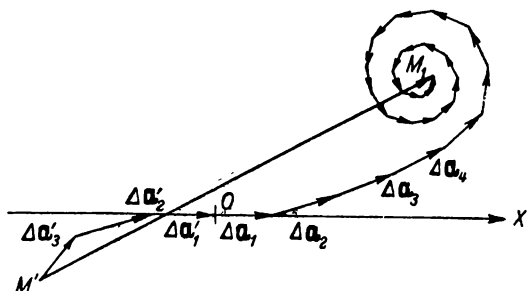


Рис. 77. Графическое сложение векторов амплитуд колебаний от зон в виде полосок.

освещенность, создаваемую полностью открытым фронтом. Та же спираль позволяет найти освещенность в любой точке P . В самом деле, пусть точка P лежит на краю геометрической тени. Этому соответствуют полностью закрытые левые зоны и все открытые правые зоны. Суммарное колебание в точке P определяется замыкающей MM_1 . При перемещении точки P вправо от края геометрической тени, т. е. в область, где при прямолинейном распространении света имела бы равномерная освещенность, число открытых левых зон начинает возрастать. Этому соответствует на рис. 78 перемещение точки M влево вдоль витков спирали. Освещенность достигает максимума в такой точке P , которой соответствует замыкающая $M'M_1$. При дальнейшем перемещении точки P длина замыкающей то возрастает, то убывает, так как точка M' продолжает перемещаться по виткам левой части спирали. Таким образом, мы видим, что в области, лежащей вне геометрической тени, вместо равномерной освещенности получаются полосы, попеременно более светлые и более темные.

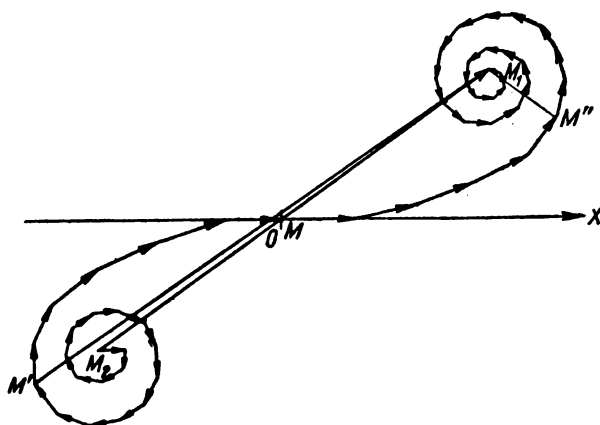


Рис. 78. Графическое сложение векторов амплитуд: замыкающая соответствует амплитуде колебаний от полностью открытого волнового фронта.

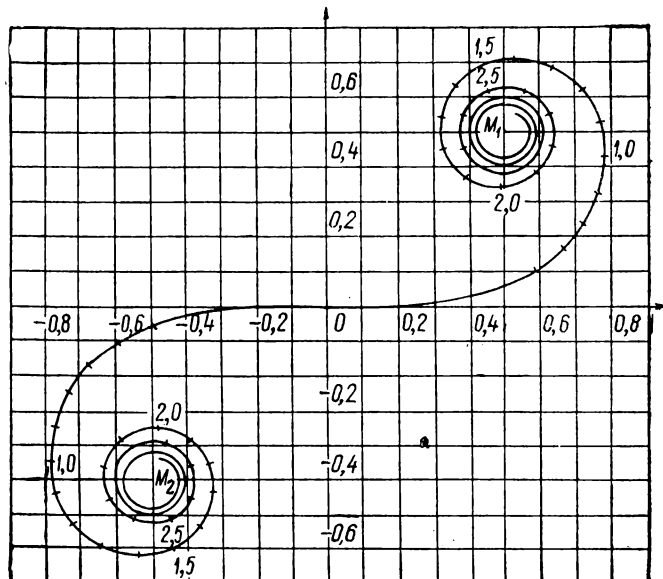


Рис. 79. Спираль Корню.

По отношению к точкам P , лежащим в области геометрической тени, закрыты все левые и часть правых зон: чем глубже в области тени лежит точка P , тем больше закрыто зон. Продвижению в область тени на рис. 78 соответствует перемещение точки M вправо по виткам спирали; при таком перемещении длина замыкающей $M''M_1$ непрерывно убывает. Следовательно, в области геометрической тени имеет место непрерывное убывание освещенности.

Для точности расчета освещенностей зоны следует брать бесконечно узкими. Тогда ломаная рис. 78 превращается в двойную криволинейную спираль, носящую название спирали Корню. Ее вид представлен на рис. 79. Масштаб выбран так, что освещенность от полностью открытого фронта принимается за единицу. Числа, отложенные вдоль кривой, определяют значения параметра

$v = x \sqrt{\frac{2}{b\lambda}}$, где x — расстояние, отсчитанное от края геометри-

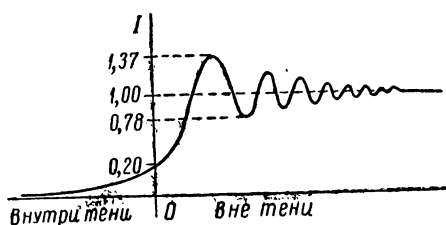


Рис. 80. Распределение освещенности вблизи края геометрической тени от полуплоскости.

ческой тени, b — расстояние от экрана до поверхности, на которой наблюдается дифракционная картина, и λ — длина волны.

На рис. 80 дано распределение освещенности вблизи края геометрической тени от полуплоскости, вычисленное с помощью спирали Корню. Точка O соответствует краю геометрической тени. Освещенность от полностью открытого

волнового фронта принята за единицу. Как видно, у самого края геометрической тени освещенность равна 0,2, далее она плавно спадает до нуля при перемещении в глубь тени. В противоположную сторону расположен ряд максимумов, в первом из них освещенность достигает 1,37. При удалении от края тени максимумы располагаются все ближе и ближе друг к другу и становятся менее резко выраженными.

Пример. Дифракция от края экрана наблюдается в красном свете с длиной волны $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ см. Наблюдение производится на расстоянии 1 м 20 см от экрана. Пользуясь спиралью Корню (рис. 79), определить положение первых четырех светлых полос.

Решение. Пользуясь приведенной в тексте связью между координатой x , определяющей положение точки наблюдения от края геометрической тени, и параметром v , имеем для данного случая:

$$x = v \sqrt{\frac{b\lambda}{2}} = v \sqrt{\frac{120 \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{2}} \text{ см} = 0,06v \text{ см.} \quad (3)$$

Из рис. 79 видно, что первым четырем максимумам соответствуют приближительные значения параметра $v = 1,2; 2,35; 3,1; 3,7$. Отсюда по (3) получаем, что первые четыре максимума будут лежать соответственно на расстояниях 0,08; 0,14; 0,19 и 0,22 см от края геометрической тени.

§ 269. Дифракция в параллельных лучах. Разобранные нами случаи дифракции наблюдаются без помощи каких-либо оптических приборов: на пути фронта световой волны располагается лишь непрозрачный экран, частично загораживающий фронт. Иной способ наблюдения дифракционных явлений дал Фраунгофер. Он наблюдал картину, возникшую в главной фокальной плоскости линзы, собирающей плоские световые волны, частично загороженные тем или иным непрозрачным экраном. Схема наблюдения *дифракции Фраунгофера* изображена на рис. 81.

Точечный источник света S расположен в главной фокальной плоскости линзы L_1 . Из линзы L_1 выходит параллельный пучок лучей, на пути которого расположен непрозрачный экран с отверстием ab . Экран частично загораживает пучок лучей, который затем падает на вторую линзу L_2 . В случае прямолинейного распространения света лучи распространялись бы и за экраном параллельным пучком и были бы собраны второй линзой L_2 в точку в ее главной фокальной плоскости (обе линзы считаем идеальными). На самом деле в фокальной плоскости F_2 линзы L_2 наблюдается дифракционная картина, вид которой зависит от формы и размеров отверстия в экране и длины падающей волны.

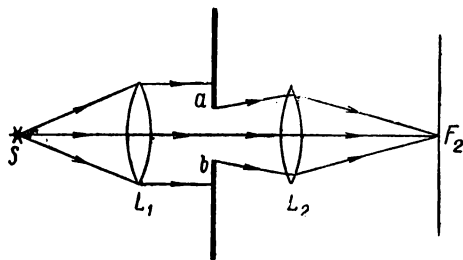


Рис. 81. Схема наблюдения дифракции в параллельных лучах.

Явления фраунгоферовой дифракции могут быть также разобраны методом графического суммирования колебаний, приходящих от отдельных зон волнового фронта. Рассмотрим частные случаи дифракции Фраунгофера.

1. Дифракция от одной щели. Пусть на щель b_1b_2 шириной a (рис. 82) падает пучок параллельных лучей. Щель считаем бесконечно протяженной в направлении, перпендикулярном к плоскости рисунка. За щелью расположена линза L_2 , собирающая лучи в главной фокальной плоскости. Если источником света S служит светящаяся линия, параллельная краям щели b_1b_2 , то при прямолинейном распространении свет в фокальной плоскости линзы L_2 получилась бы бесконечно узкая светлая полоска. В действительности же каждая точка волнового фронта, достигающего щели, является источником колебаний, распространяющихся во все стороны. Лучи, идущие под

некоторым углом φ к первоначальному направлению, соберутся в фокальной плоскости линзы L_2 в точке C . Для подсчета амплитуды колебаний в точке C разобьем волновой фронт на зоны в виде узких полосок одинаковой ширины, параллельных краям щели. Пусть колебание, приходящее от одной зоны, изображается вектором амплитуды Δa_i . Тогда вектор амплитуды суммарного колебания в точке C равен:

$$A_\varphi = \sum \Delta a_i.$$

Графически вектор амплитуды суммарного колебания A_φ изображится замыкающей ломаной линией, образованной векторами Δa_i (рис. 83).

Положим начальную фазу колебаний, приходящих в точку C от крайней левой зоны (луч b_1C рис. 82), равной нулю. Подсчитаем начальную фазу колебаний, приходящих в точку C от крайней правой зоны (луч b_2C). Для этого определим разность хода Δ лучей b_2C и b_1C . Из рис. 82 имеем:

$$\Delta = a \sin \varphi,$$

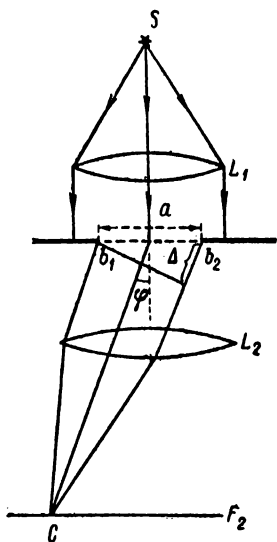


Рис. 82. Дифракция от одной щели.

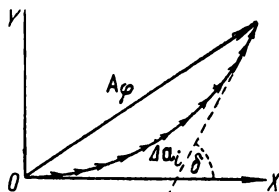


Рис. 83. Графическое сложение векторов амплитуд колебаний от щели.

где a — ширина щели. Так как начальная фаза δ связана с разностью хода (см. § 109 т. I) соотношением

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda},$$

где λ — длина волны, то

$$\delta = 2 \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}. \quad (1)$$

На рис. 83 эта начальная фаза колебаний, исходящих от крайней правой зоны, изобразится углом δ , который составляет направление

последнего из векторов Δa_i с осью OX . Поскольку начальную фазу колебаний, исходящих от крайней левой зоны, мы положили равной нулю, δ даст *разность* фаз колебаний, приходящих в точку C от крайних зон.

Амплитуда результирующего колебания в точке C изобразится длиной замыкающей A_φ ломаной линии, образованной векторами Δa_i .

При суммировании действий отдельных зон в § 266 и других мы считали, что амплитуды колебаний, исходящих от различных зон, зависят от угла, который составляет направление распространения колебаний с нормалью к зоне. Следовательно, в данном случае амплитуда колебаний Δa_i должна зависеть от угла φ . Однако,

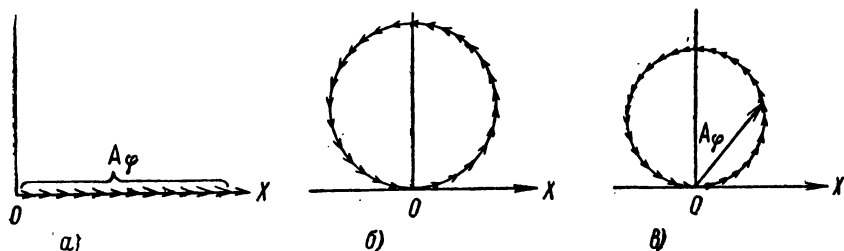


Рис. 84. Графическое сложение векторов амплитуд, соответствующих разным значениям угла φ : а) $\sigma = 0$, б) $\sigma = 2\pi$, в) $\sigma = \frac{9}{4}\pi$.

ограничиваясь малыми углами φ мы можем пренебречь этой зависимостью и считать амплитуды всех колебаний Δa_i одинаковыми. Тогда не будет зависеть от угла φ и общая длина ломаной линии, образованной всеми векторами Δa_i . Разным значениям угла φ (а следовательно, и разным значениям разности фаз δ) отвечает лишь разная степень закрученности ломаной линии. Вид этой ломаной для различных значений разности фаз δ приведен на рис. 84.

Значению угла $\varphi = 0$ соответствует и $\delta = 0$, что означает, что все векторы Δa_i направлены в одну сторону (рис. 84а). В этом случае амплитуда результирующего колебания $A_0 = \Delta a_1 + \Delta a_2 + \dots$, т. е. принимает максимальное возможное значение. Таким образом, *в центре картины получается максимальная освещенность*.

При $\delta = 2\pi$ ломаная линия, образованная векторами Δa_i , замыкается (рис. 84б). Этому соответствует $A_\varphi = 0$, т. е. *минимальное значение освещенности, равное нулю*. Положение этого минимума определяется по (1) значением угла φ , удовлетворяющим условию $\sin \varphi = \frac{\lambda}{a}$. Очевидно, что такой же минимум расположится по другую сторону от центрального максимума при $\sin \varphi = -\frac{\lambda}{a}$.

При дальнейшем возрастании разности фаз δ ломаная линия частично будет перекрываться (рис. 84в). Результирующая амплитуда A_φ окажется равной нулю каждый раз, когда $\delta = \pm 2k\pi$, где k — целое число. Эти значения $A_\varphi = 0$ являются минимумами. Между двумя соседними минимумами расположатся относительные максимумы.

Для получения количественного выражения для освещенности в пределах дифракционной картины от одной щели следует перейти к бесконечно узким зонам. Тогда ломаная линия рис. 83 перейдет в часть дуги окружности OB (рис. 85). Значение результирующей амплитуды A_φ изобразится хордой, соединяющей концы дуги OB . Как было сказано, при небольших углах φ длина дуги OB может считаться независимой от φ . Обозначим радиус той окружности, частью которой является дуга OB , через R , тогда

$$A_\varphi = 2R \sin \frac{\angle OCB}{2},$$

но $\angle OCB = \delta$, откуда

$$A_\varphi = 2R \sin \frac{\delta}{2}. \quad (2)$$

Значение радиуса R выразим через длину дуги \widehat{OB} :

$$R = \frac{\widehat{OB}}{\angle OCB} = \frac{\widehat{OB}}{\delta}.$$

Подставляя это значение R в (2), получим

$$A_\varphi = \widehat{OB} \frac{\sin \delta/2}{\delta/2}. \quad (3)$$

При $\varphi = 0$ и $\delta = 0$, откуда $A_0 = \widehat{OB}$, т. е. длина дуги дает амплитуду колебаний в центральном максимуме. Вводя это значение \widehat{OB} в (3) и обозначая $\delta/2$ через u , найдем

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin u}{u}.$$

Освещенность в фокальной плоскости линзы L_2 (см. рис. 82) определяется квадратом амплитуды, поэтому

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}, \quad (4)$$

где по (1)

$$u = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}. \quad (5)$$

Таким образом, распределение освещенности в фокальной плоскости линзы L_2 дается ходом функции $\frac{\sin^2 u}{u^2}$. Это распределение

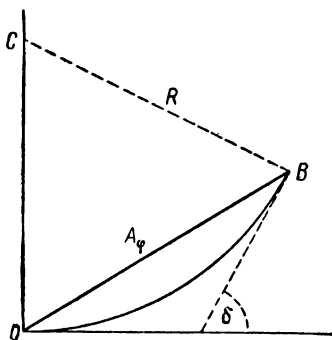


Рис. 85. Графическое определение амплитуды A_φ .

представлено на рис. 86. Положение минимумов, равных нулю, определяется значениями $u = \pm k\pi$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ или в силу соотношения (5), значениями угла φ , удовлетворяющими условию

$$\sin \varphi = \pm k \frac{\lambda}{a}. \quad (6)$$

Центральная светлая полоса занимает область между ближайшими правым и левым минимумами, т. е. область, лежащую, по (6), между $\varphi = -\frac{\lambda}{a}$ и $\varphi = +\frac{\lambda}{a}$. Таким образом, *центральная светлая полоса тем шире, чем больше длина волны λ и чем меньше ширина щели a* . Также вторичные максимумы расположены тем дальше друг от друга, чем больше отношение λ/a .

Существенно отметить, что в пределах самой центральной полосы освещенность довольно быстро падает от ее середины к краям. При $\varphi = \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{a}$ освещенность равна 0,4 от максимальной.

Резюмируя, мы можем сказать, что *фраунгоферова дифракционная картина от одной щели имеет следующий вид: в центре — светлая полоса с максимумом освещенности, по бокам — вторичные относительно слабые максимумы, разделенные минимумами, в которых освещенность равна нулю. Вся картина тем шире, чем больше длина волны и чем уже щель.*

2. Дифракция от круглого отверстия. В случае прямолинейного распространения света параллельный пучок лучей, прошедший через круглое отверстие ab в непрозрачном экране A (рис. 87), а затем через линзу L_2 , должен был бы собраться в одну точку в главной фокальной плоскости F_2 линзы. Благодаря же волновой природе света в главной фокальной плоскости F_2 получается сложная дифракционная картина. Вид этой картины может быть снова определен путем суммирования действия отдельных зон. Беря кольцевые зоны, легко видеть, что для центральной точки действия всех зон складываются, и здесь получается главный максимум. Для косых лучей путем рассуждений, аналогичных приведенным при рассмотрении френелевой дифракции от круглого отверстия, можно прийти к выводу, что возникнут попеременно темные и светлые кольца. Соответственные вычисления показывают, что первое темное

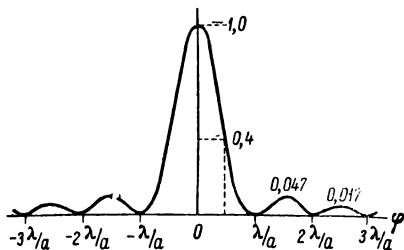


Рис. 86. Кривая распределения интенсивности в дифракционной картине от одной щели.

кольцо получается при условии, что угол φ удовлетворяет соотношению

$$\sin \varphi = 0,61 \frac{\lambda}{r}, \quad (7)$$

где r — радиус отверстия. Второе темное кольцо лежит при угле φ , удовлетворяющем условию $\sin \varphi = 1,116 \frac{\lambda}{r}$, и т. д. Освещенность в минимумах равна нулю. Между соседними темными кольцами лежат более светлые кольца, однако значительно более слабые, чем

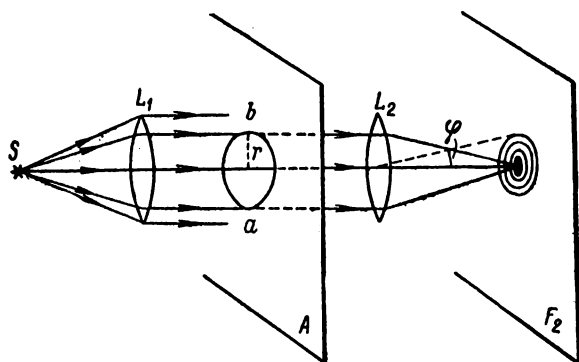


Рис. 87. Схема наблюдения дифракции от круглого отверстия в параллельных лучах.

центральное светлое пятно. Если освещенность в центральном максимуме принять равной единице, то максимальная освещенность в первом светлом кольце равна 0,0174, а во втором 0,0041. Около 84% общего количества света, прошедшего через круглое отверстие в экране A , попадает в область центрального светлого пятна. Общий вид дифракционной картины Фраунгофера от круглого отверстия изображен на рис. 88а, а на рис. 88б дана кривая распределения освещенности в этой картине вдоль пунктирной линии OO' , проходящей через ее центр.

При малом угле φ , по формуле (7), угловой радиус $\Delta\varphi$ первого темного кольца приближенно равен

$$\Delta\varphi = 0,61 \frac{\lambda}{r} = 1,22 \frac{\lambda}{d}, \quad (7a)$$

где d — диаметр отверстия. Внутри этого кольца лежит центральное светлое пятно. Размеры центрального светлого пятна тем больше, чем больше отношение λ/d , т. е. чем больше длина волны λ

и чем меньше диаметр отверстия d . Линейные размеры радиуса первого темного кольца приблизительно равны

$$\Delta l = \Delta \varphi \cdot F = 1,22 \frac{\lambda}{d} F,$$

где F — главное фокусное расстояние линзы L_2 . Освещенность от центра дифракционной картины к месту расположения первого темного кольца падает монотонно (рис. 88б). Однако при визуальном наблюдении по контрасту центральное светлое пятно кажется меньше и его „диаметр“ приближенно можно положить равным радиусу первого темного кольца, т. е. равным $1,22 \cdot \lambda F/d$. Например, при отверстии диаметром $d = 0,5 \text{ мм}$ и главном фокусном расстоянии линзы $F = 100 \text{ см}$ в видимом свете с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ получим для размеров центрального светлого пятна

$$\begin{aligned} \Delta l &= 1,22 \frac{5 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^2 \text{ см} = \\ &= 0,122 \text{ см}. \end{aligned}$$

§ 270. Дифракция от многих щелей. Дифракционная решетка. В § 269 нами была рассмотрена дифракция от одной щели в параллельных лучах. Рассмотрим теперь случай нескольких параллельных друг другу щелей одинаковой ширины a_0 и расположенных на одинаковом расстоянии a_1 друг от друга. Дифракционная картина, как и в предыдущем случае, наблюдается в главной фокальной плоскости линзы L . Для простоты будем считать, что пучок когерентных лучей падает перпендикулярно к плоскости, в которой лежат щели (рис. 89).

Явление теперь усложняется тем, что, кроме дифракции от каждой щели, происходит еще сложение колебаний в световых пучках, приходящих в фокальную плоскость линзы L от каждой из щелей,

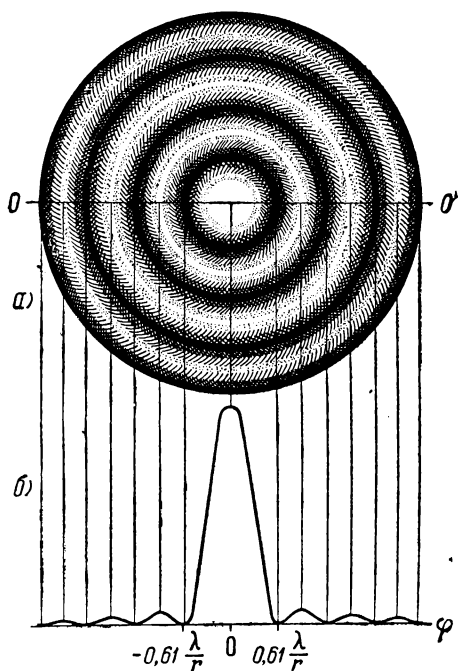


Рис. 88. Дифракция от круглого отверстия: а — общий вид дифракционной картины; б — кривая распределения освещенности.

т. е. происходит *интерференция многих пучков*. Если общее число щелей равно N , то и интерферируют между собой N пучков.

Рассмотрим первоначально задачу об интерференции N пучков, причем выберем пучки, распространяющиеся под одинаковым углом φ к нормали к плоскости, в которой лежат щели. Тогда амплитуда колебаний во всех пучках одинакова (при данном φ); обозначим ее значение через a . Разность хода Δ между лучами от двух соседних щелей, как видно из рис. 89, равна

$$\Delta = (a_0 + a_1) \sin \varphi. \quad (1)$$

Обозначим $a_0 + a_1$ через b , тогда формула (1) примет вид

$$\Delta = b \sin \varphi. \quad (1a)$$

Этой разности хода соответствует одинаковая разность фаз δ между соседними пучками, равная

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}. \quad (2)$$

В результате интерференции колебаний в фокальной плоскости линзы получится результирующее колебание с некоторой амплитудой A , значение которой будет зависеть от разности фаз δ , а следовательно, и от угла дифракции φ .

Воспользуемся для нахождения этой результирующей амплитуды A графическим методом сложения амплитуд. Графически A представится вектором, который является замыкающей ломаной линии, образованной векторами амплитуд a .

Очевидно, что вектор A достигает максимальной длины во всех тех случаях, когда векторы a расположены вдоль одной прямой (рис. 90а). Это имеет место при

$$\delta = \pm 2k\pi, \quad (3)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$. При этом длина вектора A равна $A = Na$. Отсюда получаем, что освещенность в фокальной плоскости линзы L достигает при $\delta = 2k\pi$ максимальных значений:

$$I_{\max} = cN^2a^2, \quad (4)$$

где c — коэффициент пропорциональности.

Вектор A становится равным нулю каждый раз, когда ломаная, образованная векторами a , превращается в замкнутую линию (рис. 90б), т. е. когда последний из векторов a располагается в том же направлении, что и первый. Так как последний из векторов a составляет с осью OX угол $N\delta$, то, следовательно, он будет параллелен оси OX

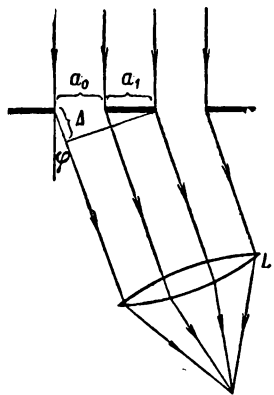


Рис. 89. Дифракционная решетка.

при $N\delta = \pm 2k\pi$, где $k = 1, 2, \dots$. Таким образом, мы получаем условие образования минимумов:

$$\delta = \pm 2k \frac{\pi}{N}. \quad (5)$$

В минимумах освещенность равна нулю:

$$I_{\min} = 0. \quad (6)$$

Минимумы образуются, когда δ удовлетворяет условию (5) кроме случаев, когда $k = 0, N, 2N, 3N, \dots$, так как тогда условие (5) переходит в условие максимумов (3). Из сказанного вытекает: минимумы $I_{\min} = 0$ располагаются в $(N-1)$ раз чаще, чем максимумы $I_{\max} = cN^2a^2$, определяемые условием (3). Очевидно, между каждыми двумя соседними минимумами должно образоваться еще по одному максимуму. Эти максимумы возникают, когда ломаная линия, образованная векторами \mathbf{a} , частично налагаясь сама на себя, не замыкается, т. е. когда последний из векторов \mathbf{a} не примыкает к первому (рис. 90в). Можно показать, что эти максимумы значительно слабее рассмотренных раньше. Поэтому они называются *вторичными максимумами*, в то время как максимумы, возникающие при выполнении условия (3), называются *главными максимумами*. Наиболее интенсивный из вторичных максимумов не превышает (при больших N) $\frac{1}{23}$ от значения главных максимумов.

Окончательно получаем: при интерференции N пучков одинаковой амплитуды возникает ряд одинаковых по интенсивности главных максимумов $I_{\max} = cN^2a^2$; между соседними главными максимумами располагаются $N-1$ минимумов $I_{\min} = 0$; кроме того, между соседними главными максимумами располагаются $N-2$ вторичных максимумов. Распределение освещенности в фокальной плоскости линзы L , как функции разности фаз δ , представлено на рис. 91 для случаев двух, трех, четырех и пяти интерферирующих

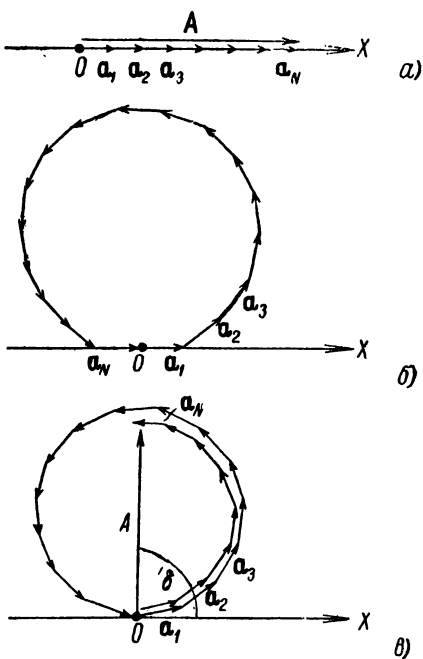


Рис. 90. Сложение векторов амплитуд.

пучков. Как видно, при возрастании числа интерферирующих пучков главные максимумы становятся резче; между ними располагается все большее и большее число слабых вторичных максимумов.

Приняв во внимание связь между разностью фаз δ и разностью хода Δ [формула (2)] и выражение (1а), получим, что главные максимумы возникают при значениях угла φ , удовлетворяющих условию

$$\sin \varphi = \pm k \frac{\lambda}{b}, \quad (7)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$, а минимумы — при значениях φ , удовлетворяющих условию

$$\sin \varphi = \pm k \frac{\lambda}{bN}, \quad (8)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$, кроме $k = N, 2N, 3N$ и т. д.

При учете лишь интерференции пучков, исходящих от отдельных щелей, главные максимумы должны были бы обладать, как сказано, одинаковой интенсивностью. В действительности из-за того, что лучи, дифрагирующие от каждой из щелей под разными углами φ , дают в фокальной плоскости линзы L коле-

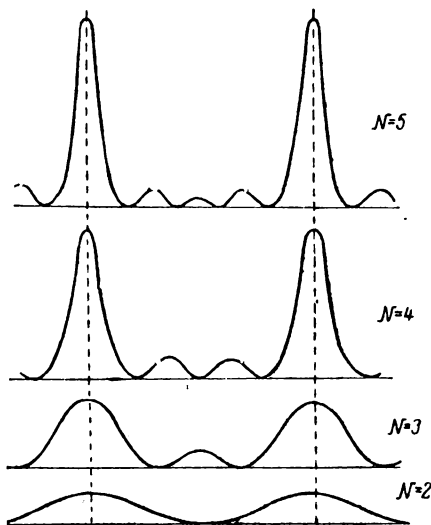


Рис. 91. Распределение интенсивности при интерференции многих пучков.

бания различных амплитуд, величина главных максимумов различна. Для учета этого различия надо воспользоваться видом дифракционной картины от одной щели, которая была нами разобрана в § 269. В главной фокальной плоскости линзы L одна щель дает распределение освещенности I_2 , изображенное на рис. 92б. Главный максимум получается при $\varphi = 0$. Минимумы $I_{2\min} = 0$ лежат при значениях угла φ , удовлетворяющих условию

$$\sin \varphi = \pm k \frac{\lambda}{a_0}, \quad (9)$$

где a_0 — ширина щели и $k = 1, 2, 3, \dots$. Между минимумами располагаются вторичные максимумы, самый интенсивный из которых равен приблизительно $\frac{1}{23}$ от главного максимума (на рис. 92б величина вторичных максимумов для ясности несколько преувеличена).

Истинное распределение освещенности I в фокальной плоскости линзы L представится произведением

$$I = I_1 \cdot I_2; \quad (10)$$

оно изображено на рис. 92в. Как видно, интенсивными будут лишь те главные максимумы $I_{1\max}$, которые попадают в область главного максимума дифракционной картины $I_{2\max}$. Их число зависит от отношения между величиной b и шириной щелей a_0 . В самом деле,

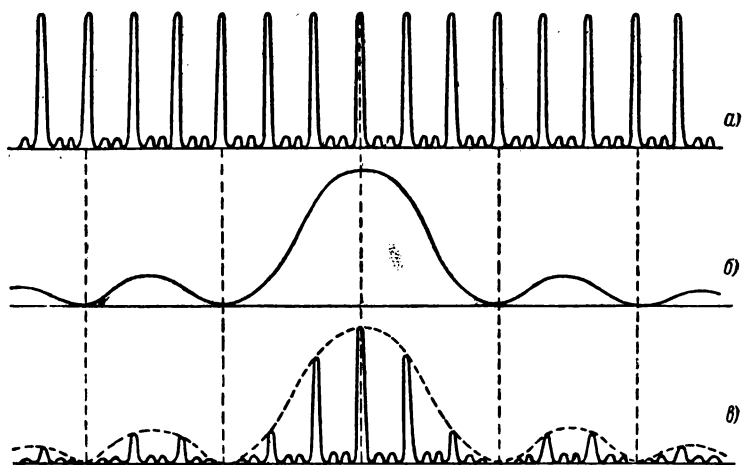


Рис. 92. Положение максимумов при дифракции от четырех щелей: а — максимумы, вызванные интерференцией четырех пучков; б — распределение освещенности в дифракционной картине от одной щели; в — распределение освещенности по максимумам.

первый минимум кривой I_2 (в сторону положительных углов φ) лежит при значении $\varphi = \varphi_1$, определяемом по (9) равенством

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{a_0}.$$

На это же значение угла φ_1 придется главный максимум кривой I_1 , если выполнено условие

$$\sin \varphi_1 = k \frac{\lambda}{b},$$

где k должно быть целым числом. Из сравнения этих двух равенств имеем, что k определяется отношением

$$k = \frac{b}{a_0}.$$

Таким образом, если отношение b/a_0 есть целое число, то главный максимум порядка $k = b/a_0$ попадает на равный нулю минимум

кривой I_2 и пропадает. Как легко видеть, то же имеет место для всех главных максимумов порядков:

$$k = \pm k' \frac{b}{a_0}, \quad (11)$$

где $k' = 1, 2, 3, \dots$. В пределы главного максимума кривой I_2 попадает $2 \frac{b}{a_0} - 1$ главных максимумов кривой I_1 . Все остальные максимумы кривой I_1 попадут на вторичные максимумы кривой I_2 . Рис. 92 относится к случаю четырех равноотстоящих щелей и $\frac{b}{a_0} = 3$. Так как $b = a_0 + a_1$, то из равенства $\frac{b}{a_0} = 3$ следует, что непрозрачные промежутки между щелями в два раза шире самих щелей.

Ряд прозрачных щелей, разделенных одинаковыми непрозрачными полосами, носит название *дифракционной решетки*. Величина $b = a_0 + a_1$ называется *постоянной решетки*.

При большом числе щелей N главные максимумы очень резки, а вторичные максимумы слабы. В свете одной определенной длины волны λ (*мономатический свет*) вся картина, даваемая дифракционной решеткой в главной фокальной плоскости линзы L , имеет вид весьма узких светлых полос, разделенных практически совершенно черными промежутками. При освещении решетки белым светом в центре ($\varphi = 0$) возникает белая полоса, так как при $\varphi = 0$ условие (7) удовлетворяется при любом λ . Справа и слева от центральной белой полосы возникнут максимумы для различных длин волн под углами, значения которых определяются равенством (7) при $k = 1$; эти максимумы, сливаясь друг с другом, образуют окрашенные полосы — так называемые *спектры*. В каждом из спектров максимумы для фиолетовых лучей расположатся ближе всего в центральной полосе, максимумы для красных лучей — дальше всего от нее. В результате при $k = 1$ возникают два спектра (правый и левый) первого порядка, расположенных своими фиолетовыми концами к центральной полосе. Аналогично при $k = 2, 3, \dots$ возникнут спектры второго, третьего и т. д. порядков, расположенные симметрично относительно центральной белой полосы.

При освещении решетки светом, содержащим волны лишь определенных длин волн λ_i , мы получим линейчатые спектры разных порядков. Центральная полоса в этом случае возникает в результате наложения максимумов всех длин волн λ_i .

На рис. 93 схематически изображено положение центральной светлой полосы C и видимых спектров различных порядков, отмеченных римскими цифрами I, II, III, \dots . Видимые спектры второго и третьего порядков частично перекрывают друг друга. Из равенства (7) мы имеем, что на место максимума порядка k и длины волны λ

налагается максимум порядка k' и длины волны λ' , удовлетворяющий равенству:

$$k\lambda = k'\lambda'. \quad (12)$$

Из равенства (12) следует, например, что на каждый участок спектра первого порядка ($k=1$) с длиной волны λ налагается участок спектра второго порядка ($k'=2$) с длиной волны $\lambda' = \frac{1}{2}\lambda$. Также на каждый участок спектра второго порядка налагается участок спектра третьего порядка с длиной волны $\lambda'' = \frac{2}{3}\lambda'$. Распределение освещенности по спектрам разных порядков зависит от отношения b/a_0 и определяется ходом кривой I_2 . Если, например, ширина непрозрачных промежутков между щелями a_1 равна ширине щелей a_0 , то $b=2a_0$, и по формуле (11) пропадают все спектры четных порядков.

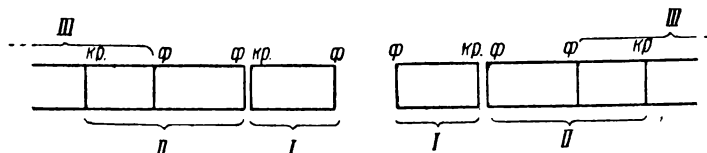


Рис. 93. Расположение спектров различных порядков.

Впервые дифракционные решетки были применены для изучения спектров в 1821 г. Фраунгофером. Первые изготовленные им решетки состояли из большого числа тонких проволочек, натянутых параллельно друг другу. Просветы между проволочками играли роль щелей, число которых доходило до 136 на сантиметр. Впоследствии Фраунгофер стал изготавливать решетки путем нанесения штрихов алмазом на стеклянную пластинку. Наряду с такими решетками (прозрачными) и в настоящее время широко используются *отражающие решетки*, получаемые путем нанесения алмазом штрихов на металлическое или стеклянное зеркало. Свойства таких решеток в большой степени зависят от формы и глубины штриха, наносимого алмазом. Распределение освещенности по различным порядкам в реальных решетках сильно отличается от распределения, полученного нами при рассмотрении идеализированной решетки, состоящей из щелей одинаковой ширины, разделенных одинаковыми непрозрачными полосами. В последнее время удается изготавливать решетки, дающие лишь какой-либо один яркий спектр, например один из спектров первого порядка.

§ 271. Дисперсия и разрешающая сила дифракционной решетки. Спектр, даваемый решеткой, как и всяким другим спектральным прибором, характеризуется следующими величинами: угловой дисперсией и разрешающей силой.

Угловой дисперсией называется величина D , равная производной от угла отклонения лучей φ по длине волны:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (1)$$

Очевидно, угловые размеры $\Delta\varphi$ малого участка спектра, на который приходится интервал длин волн $\Delta\lambda$, может быть приближенно представлен в виде

$$\Delta\varphi = D \cdot \Delta\lambda,$$

откуда ясно, что угловая дисперсия характеризует степень растянутости спектра в области вблизи данной длины волны. Дифференцируя выражение (7) § 270, получим для угловой дисперсии решетки

$$D = \frac{k}{b \cos \varphi}. \quad (2)$$

Как видно, дисперсия не зависит от числа штрихов решетки, а определяется лишь ее постоянной b и порядком спектра k : чем меньше постоянная решетки, тем больше ее угловая дисперсия.

При малых φ , по (2), приближенно:

$$D = \left(\frac{d\varphi}{d\lambda} \right)_{\varphi \approx 0} = \frac{k}{b}, \quad (2a)$$

т. е. вблизи $\varphi = 0$ дисперсия сохраняет постоянное значение; отсюда следует, что при этих условиях угловые расстояния между спектральными линиями $\Delta\varphi$ пропорциональны разности длин волн $\Delta\lambda$. Спектр с постоянной дисперсией равномерно растянут в области всех длин волн и этим выгодно отличается от спектра, получаемого с помощью призмы, где фиолетовая часть растянута значительно сильнее красной.

Разрешающая сила указывает какие спектральные линии, с малой разностью длин волн между ними, решетка еще может разрешить. Если разность длин волн двух соседних линий, которые еще разрешаются данным прибором, равна $\delta\lambda$, то разрешающей силой называется величина

$$r = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (3)$$

где λ — средняя длина волны разрешаемых линий.

Каждая из спектральных линий дает в спектре решетки дифракционный максимум. Спрашивается, в каком случае два таких дифракционных максимума, соответствующих линиям с длинами волн λ и $\lambda + \delta\lambda$, можно еще разрешить. На рис. 94 представлены два соседних максимума, находящихся на разных угловых расстояниях друг от друга. Пунктирная кривая дает суммарную интенсивность обоих максимумов. По мере уменьшения углового расстояния $\Delta\varphi$, провал на

пунктирной кривой становится все меньше и меньше и, наконец (рис. 94в), совсем исчезает.

Релей предложил следующий, имеющий практический смысл критерий разрешения двух дифракционных картин: *считать их разрешенными, если ордината минимума составляет 0,8 от максимальных ординат суммарной кривой*. При этом относительный провал в минимуме достигает 20%, что воспринимается глазом по контрасту, как наличие темного промежутка между обоими максимумами.

Для изображенных на рис. 94 кривых провал достигает 20% в том случае, когда максимум одной из кривых приходится на первый минимум второй кривой. Таким образом, две спектральных линии будут разрешены, если угловое расстояние $\delta\varphi$ между ними будет равно угловому расстоянию между главным максимумом и ближайшим к нему минимумом.

При объективных методах наблюдения (фотографирование, фотоэлектрическая регистрация) может быть замечен провал меньше 20% и, следовательно, разрешены спектральные линии с меньшей разностью длин волн $\delta\lambda$, чем та, которая соответствует критерию Релея.

Положение главного максимума порядка k определится по формуле (7) § 270 соотношением

$$\sin \varphi = k \frac{\lambda}{b}. \quad (4)$$

Ближайший к нему минимум расположится по формуле (8) § 270 при угле $\varphi + \delta\varphi$, удовлетворяющем условию

$$\sin(\varphi + \delta\varphi) = k' \frac{\lambda}{bN};$$

здесь k' надо положить равным $kN + 1$, где N — полное число штрихов в решетке. Таким образом, имеем

$$\sin(\varphi + \delta\varphi) = (kN + 1) \frac{\lambda}{bN}. \quad (5)$$

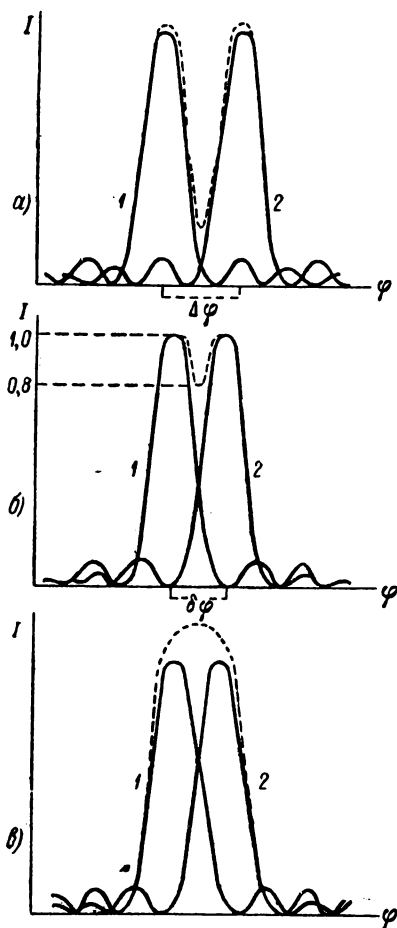


Рис. 94. Условие разрешения двух дифракционных максимумов.

По сказанному, угловое расстояние между двумя едва разрешимыми линиями должно равняться $\delta\varphi$. Чтобы найти это $\delta\varphi$, вычтем почленно из равенства (5) равенство (4). Тогда найдем

$$\sin(\varphi + \delta\varphi) - \sin\varphi = \frac{\lambda}{bN} \quad \text{или} \quad 2 \sin \frac{\delta\varphi}{2} \cos \frac{2\varphi + \delta\varphi}{2} = \frac{\lambda}{bN}.$$

Отсюда, принимая во внимание, что $\delta\varphi$ мало, приближенно имеем

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{Nb \cos \varphi}.$$

Этому угловому расстоянию $\delta\varphi$ соответствует разность длин волн $\delta\lambda$, которую мы получим, воспользовавшись выражением (2) для угловой дисперсии:

$$\delta\lambda = \left(\frac{d\lambda}{d\varphi} \right) \delta\varphi = \frac{b \cos \varphi}{k} \frac{\lambda}{Nb \cos \varphi} = \frac{\lambda}{kN}. \quad (6)$$

Из формулы (6) видно, что дифракционная решетка способна разрешать тем более близкие спектральные линии, чем большее число щелей N она имеет и чем более высокого порядка k наблюдается спектр. Для разрешающей силы r из (6) имеем

$$r = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN.$$

Разрешающая сила решетки не зависит от постоянной b , а определяется лишь общим числом щелей N и порядком спектра k .

Для достижения большой угловой дисперсии надо, чтобы постоянная b была мала, т. е. чтобы на единицу длины решетки приходилось как можно большее число штрихов. Для того чтобы была велика разрешающая сила, должно быть велико общее число штрихов N . Современные решетки имеют до 1200 штрихов на миллиметр и общее число штрихов в них достигает 200 000. Такая решетка имеет в первом порядке разрешающую силу $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = 200\,000$. Если от решетки с числом штрихов 1200 на миллиметр получить спектр с помощью линзы с главным фокусным расстоянием $F = 2$ м, то длина видимого спектра первого порядка будет равна приблизительно 85 см.

Простейшая схема установки прозрачной дифракционной решетки представлена на рис. 95, где S — щель, параллельная штрихам решетки, A — коллиматор, дающий параллельный пучок лучей. Этот пучок падает нормально на решетку G . Щель S освещается с помощью линзы L от источника света I . Спектр наблюдается посредством трубы B , могущей поворачиваться вокруг оси O , перпендикулярной к плоскости рисунка и проходящей в том месте, где расположена решетка.

Дифракционная решетка позволяет измерять длину световых волн. Из равенства (7) § 270, имеем

$$\lambda = \frac{b}{k} \sin \varphi. \quad (7)$$

Измерив угол φ , соответствующий линии в спектре данного порядка k , и зная постоянную решетки b , можно по (7) найти длину волны λ этой линии.

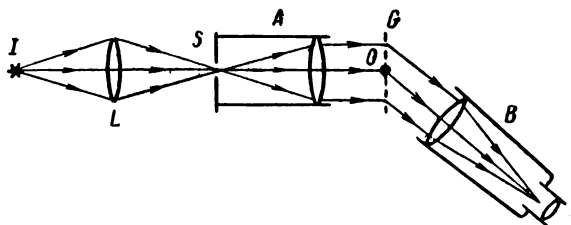


Рис. 95. Схема установки прозрачной решетки.

Наряду с отражательными решетками, изготавливаемыми путем нанесения штрихов на плоское зеркало, делаются также *вогнутые решетки*. В вогнутой решетке штрихи наносятся на поверхность сферического вогнутого зеркала на равных расстояниях друг от друга, считая по хорде. Вогнутая решетка обладает фокусирующим действием и может употребляться без всяких линз, что является ее большим преимуществом по сравнению с плоской решеткой. Можно показать, что если щель S и вогнутая решетка G (рис. 96) помещены на окружность круга радиусом, вдвое меньшим, чем радиус кривизны решетки R , то спектр фокусируется на той же окружности.

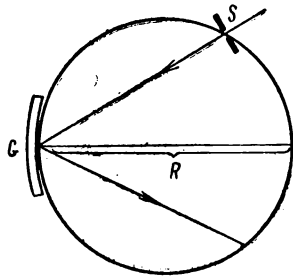


Рис. 96. Вогнутая дифракционная решетка.

Из формулы (4) следует, что должно быть выполнено неравенство $k \frac{\lambda}{b} \leq 1$, так как $\sin \varphi$ не может быть больше единицы. Из этого неравенства получаем, что максимальная длина волны, которая может наблюдаться в спектре k -го порядка, удовлетворяет неравенству $\lambda_{\max} < b/k$. Для спектра первого порядка $k = 1$ и наибольшая длина волны, которая еще дает максимум в этом порядке, должна быть меньше постоянной решетки b (в случае косо падения света на решетку $\lambda_{\max} < 2b$). Поэтому для наблюдения спектров инфракрасных лучей непригодны решетки с большим числом штрихов на единицу длины. Для исследования далеких инфракрасных спектров

употребляются решетки с несколькими (2—10) штрихами на *мм*. Такие решетки носят название эшелеттов. Они получаются путем нанесения штрихов на мягкую медную поверхность сильным нажимом режущего приспособления делительной машины. Возникающие канавки имеют правильную форму, и поверхность приобретает ступенчатый вид. Соответственным подбором наклона краев канавок удается достичь большой яркости спектров в инфракрасной области. Решетки с малым числом штрихов на единицу длины могут использоваться и для работы в видимой части спектра; для этого переходят к наблюдению спектров высокого порядка (например, при $k = 15$ или $k = 20$).

§ 272. Спектроскопия высокой разрешающей силы. Для решения многих задач, связанных с изучением спектров, требуется применение спектральных приборов высокой разрешающей силы. Опыт показывает, что многие спектральные линии обладают структурой, т. е. состоят из нескольких очень тесно расположенных составляющих, каждая из которых характеризуется своей собственной длиной волны λ_i . Разность длин волн между отдельными составляющими настолько мала, что они не могут быть разрешены обычными призменными спектрографами. Высокая разрешающая сила нужна также для изучения влияния магнитного поля на спектральные линии (явление Зеемана, § 346), для изучения контура линий и решения ряда других задач.

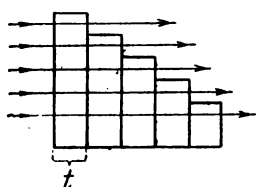


Рис. 97. Ступенчатая решетка.

К числу спектральных приборов высокой разрешающей силы принадлежат большие дифракционные решетки. Как сказано в предыдущем параграфе, их действие основано на явлении интерференции многих пучков. Существует и ряд других спектральных приборов, в которых также используется интерференция многих пучков.

На том же принципе, что и обычная дифракционная решетка, действует *ступенчатая решетка* или так называемый *эшелон Майкельсона*, которая состоит из некоторого числа сложенных вместе стеклянных пластинок одинаковой толщины (рис. 97). Каждая последующая пластинка короче предыдущей, так что пучки света проходят через разное число пластинок („ступенек“). Толщина пластинок t должна быть одинакова, с точностью до малых долей длины волны. Пластины присоединяются друг к другу на оптическом контакте, т. е. без заметного слоя воздуха или склеивающего вещества между ними. В простейшем случае нормального падения света на такую ступенчатую решетку разность хода между соседними пучками $\Delta = (n - 1)t$, где n — коэффициент преломления стекла, из которого сделаны пластинки. Обычно толщина пластинок t представляет собою величину порядка 1 *см*, что ведет к очень большим порядкам интерференции k . В самом деле, при $t = 1$ *см*, $n = 1,5$ и $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ *см*

из соотношения, определяющего положение главных максимумов:

$$\Delta = (n - 1)t = k\lambda$$

получим для k значение, равное 10 000. Таким образом, ступенчатая решетка дает спектры весьма высокого порядка. Благодаря этому оказывается возможным получить большую разрешающую силу при сравнительно небольшом числе интерферирующих пучков. Обычно ступенчатые решетки делаются из нескольких десятков пластинок (30—40).

Другим следствием высоких порядков интерференции является малое значение участка $\Delta\lambda$, свободного от переложения спектров. Действительно, по формуле (12) § 270 на главный максимум длины волны λ_1 порядка k налагается $k - 1$ максимум длины волны:

$$\lambda_2 = \frac{k}{k-1} \lambda_1.$$

Отсюда получим, что $\lambda_1 - \lambda_2 \cong -\lambda_1/k$. Следовательно, при $k = 10\,000$ величина $|\Delta\lambda| = |\lambda_1 - \lambda_2|$ составляет всего 1/10 000 от длины волны λ_1 .

В спектроскопии принято измерять длины волн в единицах, носящих название *ангстрем* (сокращенно \AA) и равных 10^{-8} см. При $k = 10\,000$ и $\lambda_1 = 5000 \text{ \AA}$ (зеленая область спектра) получим, что $|\Delta\lambda| = 0,5 \text{ \AA}$. Такое малое значение $|\Delta\lambda|$ ведет к тому, что с помощью ступенчатой решетки нельзя непосредственно исследовать свет сложного состава: предварительно требуется выделить из всего спектра каким-либо способом (например, призмой) узкий участок, который затем исследуется с помощью ступенчатой решетки.

Разрешающая сила ступенчатой решетки может быть оценена следующим способом: так как между соседними главными максимумами расположено $N - 1$ минимумов, то угловое расстояние $\delta\varphi$ между главным максимумом и ближайшим к нему минимумом в N раз меньше углового расстояния $\Delta\varphi$ между соседними главными максимумами. Из этого следует, что приблизительно и разность длин волн $\delta\lambda$ между двумя едва разрешаемыми линиями в N раз меньше разности длин волн $|\Delta\lambda|$:

$$\delta\lambda = \frac{|\Delta\lambda|}{N}.$$

Для ступенчатой решетки в 30 ступеней $N = 30$. Для разобранный случая $|\Delta\lambda| = 0,5 \text{ \AA}$ получим

$$\delta\lambda = \frac{0,5}{30} \text{ \AA} \cong 0,017 \text{ \AA},$$

откуда для разрешающей силы находим

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{5000}{0,017} \cong 150\,000.$$

Другой метод получения интерференции многих пучков — это использование так называемой *пластинки Люмера — Герке*, которая представляет собой весьма высококачественную прозрачную плоско-параллельную пластинку. К одному концу пластинки приклеена небольшая призма полного внутреннего отражения A (рис. 98). Пучок света OO' , падая на призму A ,

испытывает затем в пластинке ряд отражений, что ведет к образованию двух систем преломленных пучков $1, 2, 3, \dots$ и $1', 2', 3', \dots$. Пучки в каждой из этих систем когерентны и отличаются друг от друга на постоянную разность фаз δ . Если одну из этих систем пучков собрать линзой, то в ее фокальной плоскости возникает интерференционная картина, описанная в § 270. В действительности амплитуды колебаний в последующих пучках $1, 2, 3, \dots$ (или $1', 2', 3', \dots$) не вполне одинаковы: они убывают по мере увеличения числа отражений. Однако для не очень длинной пластинки этим убыванием амплитуды можно пренебречь. Число интерферирующих пучков N зависит от размеров пластинки, ее коэффициента преломления и от угла, под которым отражаются лучи в пластинке; это число может достигать 15—20. Разность

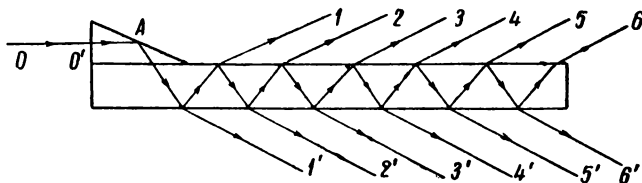


Рис. 98. Пластика Люмера — Герке.

хода Δ между соседними пучками зависит от толщины пластинки и ее коэффициента преломления и обычно равна весьма большой величине, порядка $20\,000\lambda$ и больше. Благодаря этому с помощью пластинки Люмера — Герке наблюдаются интерференционные полосы очень высокого порядка ($k \approx 20\,000$). Такие высокие порядки интерференции ведут к сильному перекрытию полос разных длин волн.

Поэтому, как и в случае ступенчатой решетки, с помощью пластинки Люмера — Герке можно исследовать лишь очень узкий участок спектра, предварительно выделенный из всего спектра каким-либо другим прибором.

Разрешающая сила пластинки Люмера — Герке может достигать нескольких сотен тысяч.

В настоящее время пластинка Люмера — Герке, а также эшелон Майкельсона применяются редко, так как для изготовления пластинок достаточных размеров требуется дорогостоящий большой кусок однородного стекла.

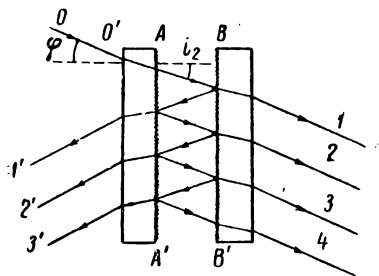


Рис. 99. Схема эталона Фабри и Перо.

Наиболее распространенным способом получения интерференции многих пучков является способ, основанный на многократном отражении света от двух плоскопараллельных пластин. Прибор, основанный на этом принципе, носит название *интерферометра* или *эталона Фабри и Перо*.

Эталон Фабри и Перо состоит из двух пластин, поверхности AA' и BB' которых (рис. 99) ограничивают плоско-параллельный слой воздуха. Эти поверхности AA' и BB' покрыты отчасти прозрачными зеркальными пленками металла. Пучок света OO' , попадающий в эта-

лон, испытывает многократные отражения от зеркальных поверхностей AA' и BB' и образует систему прошедших пучков $1, 2, 3, \dots$ и такую же систему пучков $1', 2', 3', \dots$, отраженных назад. Пучки лучей в каждой из систем когерентны и отличаются друг от друга постоянной разностью хода Δ . В дальнейшем мы будем рассматривать лишь прошедшие вперед пучки $1, 2, 3, \dots$.

Для того чтобы разность хода Δ сохранялась строго постоянной, обращенные друг к другу поверхности AA' и BB' должны быть плоскими с точностью до малой доли длины волны и с такой же точностью параллельны друг другу. Две другие поверхности пластин эталона также делаются плоскими, но они должны составлять между собой небольшой угол, чтобы не повести к образованию второй системы интерференционных полос, которая могла бы наложиться на первую. Для того чтобы пластины эталона расположить на определенном расстоянии t друг от друга, их обычно прижимают с двух сторон к кольцу из плавленного кварца или инвара. Эти материалы выбираются вследствие их малого коэффициента теплового расширения. Изготавливаются также приборы (называемые в этом случае интерферометрами Фабри и Перо), в которых можно непрерывно менять расстояние t между пластинами. Для этого одна из пластин укрепляется неподвижно, а другая передвигается винтом на салазках вдоль направляющих.

Эталон Фабри и Перо дает кривые равного наклона (§ 262). Благодаря тому, что интерферирует много пучков, в монохроматическом свете возникают узкие светлые кольца, разделенные темными промежутками (рис. 100). Эти кольца тем резче, чем большее число пучков интерферирует.

Разность хода между двумя соседними пучками, возникающими в эталоне, равна $\Delta = 2t \cos i_2$ (см. расчет в § 262, коэффициент преломления воздуха между пластинами эталона считаем равным единице), где i_2 — угол падения лучей на зеркальные пленки эталона. Так как пластинки эталона близки к плоско-параллельным, то угол i_2 близок к углу падения лучей на эталон (рис. 99), который мы обозначим через φ .

Тогда условие образования главных максимумов принимает вид:

$$2t \cos \varphi = k\lambda, \quad (1)$$

где k — целое число.

Порядок максимумов k определим из равенства (1), положив в нем приближенно $\cos \varphi \cong 1$. Тогда получаем

$$k = \frac{2t}{\lambda}. \quad (2)$$

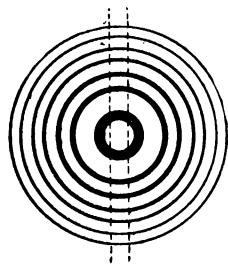


Рис. 100. Вид интерференционных колец, даваемых эталоном Фабри и Перо.

Отсюда видно, что в случае эталона, как и ступенчатой решетки и пластинки Люмера — Герке, мы имеем дело с максимумами весьма высокого порядка. При толщине эталона (расстоянии между пластинками) $t = 0,5$ см и $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см имеем

$$k = \frac{2 \cdot 0,5}{5 \cdot 10^{-5}} = 20\,000.$$

На кольцо длины волны λ_1 и порядка k наложится кольцо длины волны λ_2 , порядка $k - 1$. Воспользовавшись формулой (12) § 270, получим, что такое наложение колец произойдет при выполнении условия

$$k\lambda_1 = (k - 1)\lambda_2,$$

откуда для разности длин волн $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ находим

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda_2}{k}.$$

Подставляя сюда вместо k его значение по формуле (2) и опуская у λ индекс, получим

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda^2}{2t}. \quad (3)$$

Величина $\Delta\lambda$ представляет собою ту разность длин волн, при которой система колец одной длины волны перекрывается системой колец другой длины волны. Эта величина $\Delta\lambda$ называется „постоянной“ эталона. Постоянная $\Delta\lambda$ определяет тот интервал длин волн, в пределах которого кольца еще не перекрываются. Как видно из формулы (3), постоянная зависит от толщины эталона t : чем толще эталон, тем меньше для него постоянная. При толщине эталона $t = 0,5$ см для $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см получим

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda^2}{2t} = -\frac{(5 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 0,5} = -2,5 \cdot 10^{-9} \text{ см}.$$

Следовательно, в разобранным нами случае постоянная эталона $\Delta\lambda = 0,25 \text{ \AA}$. Лишь такой узкий участок спектра может исследоваться с помощью эталона без того, чтобы имели место переложения колец различных порядков.

Эталон используется для исследования структуры отдельных спектральных линий. Линия выделяется из всего спектра с помощью какого-либо другого спектрального прибора, например с помощью призменного спектрографа. Светом этой линии освещается эталон. Пусть, например, на эталон Фабри и Перо падает свет двух очень близких длин волн λ_1 и λ_2 . Свет каждой из этих двух длин волн даст свою систему светлых колец, угловые радиусы которых будут несколько отличаться друг от друга. В результате все кольца ока-

жутся двойными. Об использовании эталонов Фабри и Перо для метрологических целей указывалось в § 265.

§ 273. Дифракция от многомерной решетки. В § 270 мы рассмотрели дифракционную решетку в виде ряда параллельных щелей. Каждая из щелей являлась источником колебаний, распространяющихся под различными углами φ . Можно, однако, рассмотреть, вместо щелей, отверстия какой-либо другой формы, например в виде малых круглых дырок на одинаковых расстояниях друг от друга. Исходящие от них пучки света, интерферируя между собою, образуют систему максимумов, которые расположатся вдоль определенных кривых. Наконец, отверстия можно заменить рядом рассеивающих центров, например рядом маленьких шариков. С помощью таких рассеивающих центров можно осуществить не только плоскую двумерную, но и пространственную решетку, расположив шарики на параллельных поверхностях.

Рассмотрим сперва простейшую линейную решетку, образованную рядом одинаковых рассеивающих центров, расположенных вдоль прямой AB на одинаковых расстояниях b друг от друга (рис. 101).

Пусть на решетку падает ряд параллельных когерентных лучей O_1, O_2, O_3, \dots , лежащих в плоскости рисунка и составляющих угол i с нормалью к решетке NN' . Под влиянием падающей волны рассеивающие центры станут источниками сферических волн. Из всех лучей, рассеиваемых центрами в различных направлениях, выделим лучи O'_1, O'_2, O'_3, \dots , лежащие в плоскости чертежа и составляющие с нормалью NN' угол φ .

Разность хода Δ между двумя соседними из этих лучей, как видно из рис. 101, равна

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = b \sin \varphi - b \sin i.$$

Введем в рассмотрение вместо углов i и φ углы α_0 и α между лучами и прямой AB , на которой лежат рассеивающие центры. Тогда последнее равенство примет вид:

$$\Delta = b (\cos \alpha - \cos \alpha_0). \quad (1)$$

Если лучи O'_1, O'_2, O'_3, \dots собрать линзой, то в ее фокальной плоскости они будут интерферировать и дадут главные максимумы при условии, что разность хода Δ равна целому числу длин волн λ :

$$\Delta = b (\cos \alpha - \cos \alpha_0) = k\lambda. \quad (2)$$

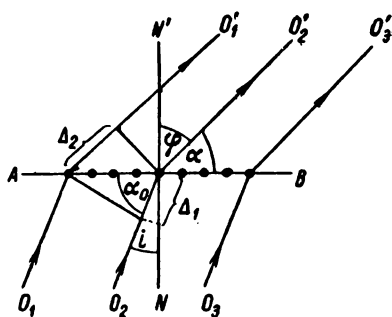


Рис. 101. Дифракция от линейной решетки.

Постоянному значению угла α соответствуют лучи, расположенные вдоль образующих конуса, осью которого является продолжение прямой AB и угол при вершине которого равен α (рис. 102). Выделим пучок лучей, рассеянных от всех центров нашей линейной решетки и параллельных одной из образующих конуса, например

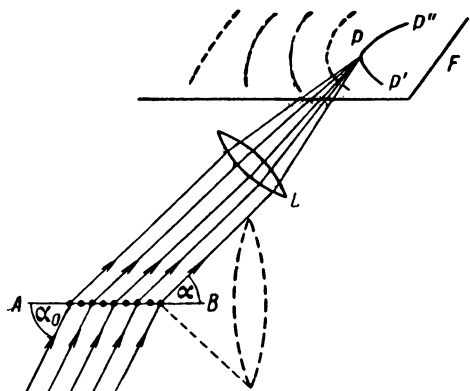


Рис. 102. Возникновение светлых линий $P'PP''$ при дифракции от линейной решетки.

образующей, лежащей в плоскости чертежа. Эти лучи, при выполнении равенства (2), усилят друг друга в главной фокальной плоскости F линзы L и дадут светлое пятно P . Лучи, параллельные другим образующим конуса, дадут в главной фокальной плоскости свои светлые пятна, которые в совокупности поведут к возникновению светлой полосы $P'PP''$. Различным значениям целого числа k в формуле (2) при одной и той же длине волны соответствуют различные значения угла α и, следовательно, конусы различных углов рас-

творения. В результате в фокальной плоскости линзы возникает система полос, изображенных на рис. 102 пунктиром. Если линза лежит в плоскости, параллельной прямой AB , то светлая полоса $P'PP''$

является гиперболой. При угле $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ значению $\alpha = \frac{\pi}{2}$ соответствует светлая полоса нулевого порядка ($k=0$), которая в фокальной плоскости линзы имеет вид прямой. Справа и слева от нее расположатся гиперболы (рис. 103), отвечающие значениям $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ При большом числе рассеивающих центров число интерферирующих пучков велико, и полосы получаются резкими.

Рассмотрим теперь ряд рассеивающих центров, расположенных по узлам двумерной квадратной решетки. Проведем координатные оси OX и OY , параллельные образующим решетки (рис. 104). Такую *двумерную решетку* можно рассматривать как наложение двух систем линейных решеток, параллельных осям OX и OY . Пусть на двумерную решетку падает параллельный пучок лучей, составляющих с осями OX и OY углы α_0 и β_0 . Тогда волны, рассеиваемые от центров, дадут в фокальной плоскости линзы максимумы в тех напра-

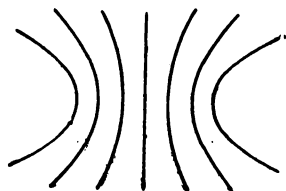


Рис. 103. Гиперболы, возникающие при дифракции от линейной решетки.

влениях, для которых оба угла α и β удовлетворяют условиям (2):

$$\left. \begin{aligned} b(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= k_1 \lambda, \\ b(\cos \beta - \cos \beta_0) &= k_2 \lambda, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где k_1 и k_2 — целые числа. В фокальной плоскости линзы, параллельной плоскости $ХОУ$, каждому из условий (3) отвечает своя система гипербол (см. рис. 105, где изображены гиперболы для случая

$\alpha_0 = \beta_0 = \frac{\pi}{2}$). Оба условия (3) одновременно вы-

полняются для мест пересечения гипербол обеих систем. Таким образом, в случае двумерной решетки и монохроматического света максимумы имеют вид *отдельных светлых пятен*. При освещении двумерной решетки белым светом различными длинами волн λ (при данных k_1 и k_2) соответствуют, по (3), различные значения углов α и β , в результате чего каждое пятно растянется в спектр. Различным значениям целых чисел k_1 и k_2 соответствуют спектры различных порядков.

Наконец, рассмотрим *пространственную решетку*, образованную системой рассеивающих центров, расположенных в простейшем случае по узлам кубической решетки. Такую решетку можно разбить на три системы линейных решеток, параллельных осям $ОХ$, $ОУ$ и $ОZ$.

Максимумы колебаний получатся в направлениях, определяемых углами α , β и γ , которые должны одновременно удовлетворять трем условиям:

$$\left. \begin{aligned} b(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= k_1 \lambda, \\ b(\cos \beta - \cos \beta_0) &= k_2 \lambda, \\ b(\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= k_3 \lambda, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где k_1 , k_2 и k_3 — целые числа, и углы α_0 , β_0 и γ_0 характеризуют направление падающей волны.

Как известно, углы, составляемые каким-либо направлением с тремя осями прямоугольной координатной системы, связаны между собою определенным соотношением, а именно, сумма квадратов их косинусов равна единице.

Следовательно, кроме условий (4), должны еще удовлетворяться геометрические условия:

$$\left. \begin{aligned} \cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0 + \cos^2 \gamma_0 &= 1, \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

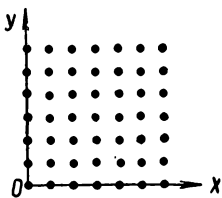


Рис. 104. Двумерная решетка.

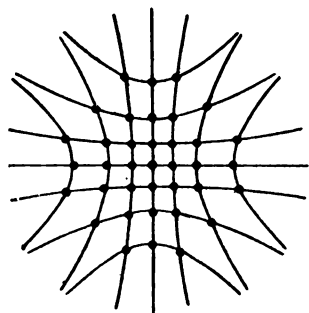


Рис. 105. Система гипербол, возникающих при дифракции от двумерной решетки.

Одновременно удовлетворить условиям (4) и (5) для любого значения длины волны λ нельзя. Только для определенных значений λ условия (4) и (5) удовлетворяются одновременно. Отсюда следует, что при падении на пространственную решетку *параллельного* пучка когерентных монохроматических лучей возникновение максимумов возможно не для любых длин волн, а только для некоторых, вполне определенных. Значение этих длин волн легко найти. Перепишем равенство (4) в виде:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \alpha_0 + k_1 \frac{\lambda}{b}, \\ \cos \beta &= \cos \beta_0 + k_2 \frac{\lambda}{b}, \\ \cos \gamma &= \cos \gamma_0 + k_3 \frac{\lambda}{b}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Возводя равенства (6) в квадрат, складывая их почленно и принимая во внимание соотношения (5), найдем:

$$1 = 1 + 2 \frac{\lambda}{b} (k_1 \cos \alpha_0 + k_2 \cos \beta_0 + k_3 \cos \gamma_0) + \frac{\lambda^2}{b^2} (k_1^2 + k_2^2 + k_3^2),$$

откуда для искомой длины волны λ получаем

$$\lambda = -2b \frac{k_1 \cos \alpha_0 + k_2 \cos \beta_0 + k_3 \cos \gamma_0}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}. \quad (7)$$

При заданном направлении падающей волны (заданы $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$) для каждого данного порядка интерференции k_1, k_2, k_3 , по (7), получается только одно значение длины волны λ , для которой пространственная решетка дает максимум. Направление, в котором образуется этот максимум, определяется значениями углов α, β, γ , находимых из условий (6).

При заданных углах $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ различным целым числам k_1, k_2, k_3 , по (7), соответствуют, вообще говоря, различные значения λ , т. е., если данная длина волны λ дает максимум, то она дает только один максимум, в одном определенном направлении. Однако в частных случаях возможно, что одной длине волны λ соответствует несколько максимумов разных порядков k_1, k_2, k_3 . В самом деле, пусть пучок параллельных лучей падает нормально на грань кубической пространственной решетки, тогда из трех углов $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ — один равен нулю и два равны $\pi/2$. Положим $\alpha_0 = 0$ и $\beta_0 = \gamma_0 = \pi/2$; в этом случае равенство (7) примет вид:

$$\lambda = -2b \frac{k_1}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}.$$

Если это равенство удовлетворяется при определенных значениях k_1, k_2 и k_3 , то оно удовлетворится и при значениях $k_1, k_2, -k_3$;

$k_1, -k_2, k_3; k_1, -k_2, -k_3$, т. е. всего для четырех различных комбинаций k_i . В этом случае длины волны λ дадут максимумы в четырех разных направлениях.

Подобрать длину волны λ так, чтобы она в точности удовлетворяла равенству (7), очевидно, трудно. Поэтому для наблюдения дифракции от трехмерной решетки обычно пользуются белым светом. В белом свете присутствуют волны всевозможных длин и, следовательно, среди них всегда найдутся такие длины волн λ_i , которые будут удовлетворять равенству (7) при разных значениях целых чисел k_1, k_2, k_3 . Каждой такой длине волны λ_i , по (6), соответствуют свои значения углов $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$, т. е. свое направление, в котором образуется максимум. В фокальной плоскости линзы мы увидим в этом случае, вообще говоря, ряд симметрично расположенных светлых точек, каждая из которых соответствует своей длине волны λ_i .

Для того чтобы линейная решетка могла давать максимумы, необходимо, чтобы $\lambda < 2b$, так как в противном случае ни при каких значениях углов α_0 и α не может быть удовлетворено равенство (2). Аналогичные условия должны быть выполнены и для двумерной и пространственной решеток. С другой стороны, если постоянная решетки b много больше длины волны, то возникнут лишь максимумы весьма высоких порядков k_i , что затруднит их наблюдение. Отсюда следует, что наблюдение дифракции от пространственной решетки практически возможно, если ее постоянная b порядка нескольких длин волн. Искусственное воспроизведение такой решетки для видимого света путем размещения каких-либо обособленных рассеивающих частиц чрезвычайно трудно. До некоторой степени условия, сходные с теми, которые имеют место в правильной пространственной решетке, осуществляются в тумане. Туман состоит из отдельных мелких капелек. Хотя капельки расположены беспорядочно, все же расстояния между ними в большинстве не сильно различаются между собой. Благодаря этому при прохождении света от Солнца или Луны через не очень густой туман около светила появляются дифракционные круги. Внешний край круга окрашен в красноватый цвет, а внутренний — в фиолетовый, что соответствует меньшим углам дифракции для более коротких длин волн.

Искусственно условия, соответствующие правильной пространственной решетке, могут быть осуществлены с помощью стоячих ультразвуковых волн в каком-либо прозрачном жидком или твердом теле. В узлах стоячей продольной волны образуются максимумы плотности вещества (см. т. I, § 110), и они рассеивают свет. Расстояние между узлами ультразвуковой стоячей волны представляет собою величину порядка 10^{-4} см, т. е. порядка длины волны видимого света. Если, например, в сосуде с жидкостью возбудить три ультразвуковые волны, распространяющиеся во взаимно перпендикулярных направлениях; то, отражаясь от стенок сосуда, они дадут

систему стоячих волн, узлы которых расположатся в виде правильной пространственной решетки. При рассеивании света от такой решетки возникнет описанная выше дифракционная картина. Схема наблюдения дифракции от стоячих ультразвуковых волн представлена на рис. 106, где S — источник света, L_1 — линза, дающая параллельный пучок света, A — сосуд, в котором с помощью пластинок пьезокварца (т. I, § 118) возбуждаются ультразвуковые коле-

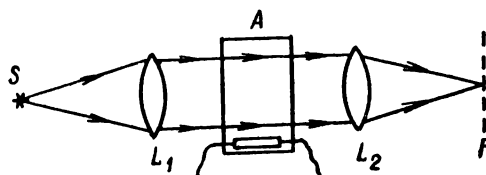


Рис. 106. Схема опыта по наблюдению дифракции от ультразвуковых стоячих волн.

бания. Дифрагирующие лучи собираются линзой L_2 и в ее главной фокальной плоскости дают максимумы. Дифракция от стоячих волн используется для определения скорости ультразвуковых волн в разных веществах. Зная длину световой волны, можно по положению дифракционных максимумов найти постоянную решетки b , а следовательно, и длину волны ультразвуковых колебаний в данном веществе. Отсюда по известной частоте колебаний находят скорость их распространения.

Другим весьма важным случаем дифракции от пространственной решетки является дифракция рентгеновых лучей от кристаллов, рассматриваемая в § 274.

§ 274. Спектроскопия рентгеновых лучей и рентгеноструктурный анализ. Рентгеновы лучи, как и видимые, обладают волновой природой и дают сплошные и линейчатые спектры (§ 352). Волновая природа рентгеновых лучей впервые была непосредственно доказана в 1912 г., когда Лауэ высказал идею, что можно наблюдать дифракцию рентгеновых лучей, воспользовавшись в качестве дифракционной решетки естественной пространственной решеткой кристаллов (т. I, § 87). Непосредственное же наблюдение интерференционных явлений для рентгеновых лучей без использования кристаллов было впервые осуществлено лишь в 1930 г. советским физиком В. П. Линником. В одной из своих работ В. П. Линник воспроизвел для рентгеновых лучей опыт, аналогичный опыту Ллойда для видимых лучей (§ 261). Это оказалось возможным благодаря тому, что коэффициент преломления твердых тел для рентгеновых лучей несколько меньше единицы и при очень малом угле падения они испытывают на границе воздух — твердое тело полное внутреннее отражение. Очень узкий пучок рентгеновых лучей частично проходил прямо и частично испытывал полное внутреннее отражение от стеклянной пластинки. Налагаясь друг на друга, пучки (прямой и отраженный) давали ряд интерференционных полос, которые фотографировались. Расстояние между интерференционными полосами соответствовало длине волны

около $1,5 \text{ \AA}$ (источником рентгеновых лучей служил медный антикатод).

Возможность наблюдать дифракцию рентгеновых лучей от кристаллов основана на том, что длина волны рентгеновых лучей и постоянная кристаллической решетки являются величинами одного порядка ($\sim 10^{-8} \text{ см}$). Таким образом, при прохождении рентгеновых лучей через кристалл возникает дифракция от многомерной решетки, разобранный нами в § 273. Схема опыта Лауэ по дифракции рентгеновых лучей представлена на рис. 107, где R — рентгенова трубка, BB' — толстый свинцовый экран с отверстием, пропускающим пучок лучей, которые затем падают на кристалл C . Для рентгеновых лучей невозможно осуществить линзы, так как коэффициент их преломления в твердых телах очень близок к единице. Дифракционные максимумы наблюдаются без линз, за счет большой узости пучков, которые, пересекаясь с фотопластинкой P , дают на ней отдельные максимумы.

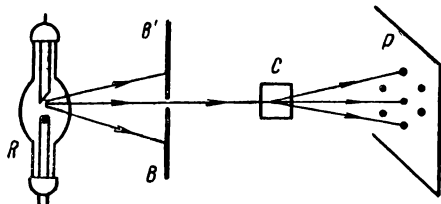


Рис 107. Схема опыта по дифракции рентгеновых лучей.

Как мы увидим впоследствии (§ 332), рентгеновы лучи, испускаемые при бомбардировке твердого тела быстрыми электронами, неоднородны по спектральному составу: они содержат волны различных длин. В соответствии с этим на фотопластинке P возникает ряд темных (на негативе) пятен в направлениях, удовлетворяющих для разных длин волн условиям (4) и (5) § 273. Наблюдаемая дифракционная картина может быть использована для двух целей: 1) для определения типа кристаллической решетки и ее постоянной, если длина волны рентгеновых лучей заранее известна; 2) для измерения длины волны рентгеновых лучей, если тип кристаллической решетки и ее постоянная b известны.

Первая из этих возможностей сыграла большую роль в развитии наших знаний о природе твердых тел. На основании именно дифракции рентгеновых лучей от кристаллов была впервые с несомненностью доказана правильность гипотезы о расположении частиц в кристаллах по узлам пространственной решетки.

Вторая возможность была использована для точного определения длины волны рентгеновых лучей. Как мы видели в т. I, § 87, простейшей кубической решеткой обладают кристаллы каменной соли (NaCl). Постоянная b этой решетки (т. е. расстояние между соседними ионами) выражается через молекулярный вес M каменной соли, ее плотность ρ и число Авогадро N соотношением:

$$b = \sqrt[3]{\frac{M}{2N\rho}}. \quad (1)$$

По известным численным значениям M , N и ρ для кристаллов NaCl получается:

$$b = 2,814 \text{ \AA}.$$

Измеряя углы, под которыми кристалл каменной соли дает дифракционные максимумы для рентгеновых лучей, и пользуясь приведенным значением b , можно найти длину волны λ . Например, для так называемого характеристического K_α -излучения меди получается $\lambda = 1,537 \text{ \AA}$. Наиболее коротковолновые рентгеновы лучи имеют длину волны около $0,1 \text{ \AA}$. Наибольшие длины волн, которые могут быть измерены с помощью дифракции от кристаллов, равны приблизительно 20 \AA . Для измерения таких длин волн приходится пользоваться кристаллами сложных органических веществ с большой постоянной b .

Из формулы (1) видно, что для вычисления постоянной решетки b надо знать число Авогадро N . Таким образом, измерение длины волны рентгеновых лучей в абсолютной мере требует знания числа Авогадро. Очевидно, можно поступить обратно и определить число Авогадро по длине волны рентгеновых лучей, если последнюю измерить каким-либо способом, не связанным с дифракцией от кристаллов. Такое измерение можно осуществить в опытах по интерференции рентгеновых лучей, например в опыте В. П. Линника. В настоящее время удается также получить спектр рентгеновых лучей от обыкновенной отражательной дифракционной решетки. Узкий пучок рентгеновых лучей падает на отражательную металлическую дифракционную решетку так, что составляет с ее поверхностью весьма малый угол. При этом рентгеновы лучи испытывают на границе воздух — металл полное внутреннее отражение. Дифракционные максимумы наблюдаются под углами порядка нескольких десятков минут. По углу дифракции и постоянной решетки находят длину волны рентгеновых лучей. Точность таких измерений может быть весьма велика: относительную ошибку удается снизить до $0,002\%$. Наблюдая затем дифракцию рентгеновых лучей от кристалла, можно с соответствующей степенью точности определить постоянную кристалла b . Так, для решетки кальцита (CaCO_3) было найдено значение $b = 3,03560 \cdot 10^{-8} \text{ см}$. Отсюда, по плотности и молекулярному весу кальцита вычислено значение числа Авогадро $N = (6,0228 \pm 0,0011) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. Это значение очень хорошо сходится со значениями, найденными другими способами.

Для изучения спектров рентгеновых лучей используются рентгеновы спектрографы, в которых роль дифракционной решетки играет пространственная решетка кристаллов.

Расчет направления, в котором для данной длины волны получается максимум при дифракции от кристаллической решетки, можно провести не только на основании условий (4) и (5) § 273, но и другим более простым способом. Этот способ был дан независимо друг от друга русским физиком-кристаллографом Ю. В. Вульфом и У. Г. и У. Л. Брэггами и носит название метода Вульфа — Брэггов. Для уяснения этого метода проведем мысленно в кристалле кубической системы поверхности, параллельные его естественным граням

и отстоящие друг от друга на одинаковых расстояниях b , равных ребру элементарной кубической ячейки. Эти плоскости одинаково густо усеяны атомами. На рис. 108 сечение таких плоскостей плоскостью рисунка представлено линиями 1, 1', 2, 2', 3, 3' и т. д., а атомы — черными кружками. Пусть на кристалл падает ряд параллельных когерентных лучей O_1, O_2, O_3, \dots длины волны λ . Определим направление этих лучей углом α_0 , который они составляют с плоскостью 1, 1'. Этим лучам соответствует плоский фронт AB . В результате рассеяния лучей от атомов, расположенных в плоско-

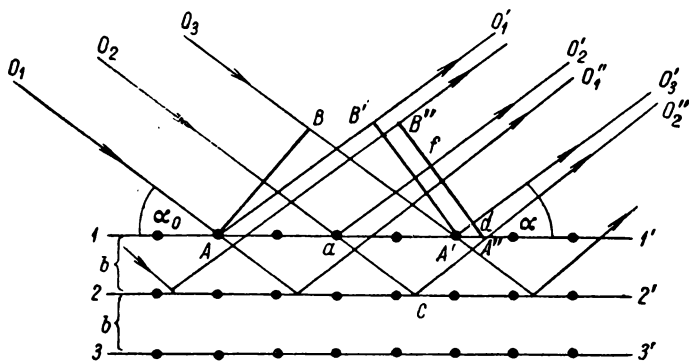


Рис. 108. К выводу условия Вульфа — Брэггов.

сти 1, 1', возникнет отраженный фронт $A'B'$. Лучи O'_1, O'_2, O'_3, \dots , нормальные к этому фронту, составят с плоскостью 1, 1' угол $\alpha = \alpha_0$. Такой же фронт $A''B''$, параллельный фронту $A'B'$, возникнет в результате рассеяния волн от атомов, лежащих в плоскости 2, 2'. Лучи $O''_1, O''_2, O''_3, \dots$, нормальные к фронту $A''B''$, приобретут по отношению к лучам O'_1, O'_2, O'_3, \dots , как видно из рис. 108, разность хода

$$\Delta = af - ac - cd = ad \cos \alpha_0 - \frac{ad}{\cos \alpha_0},$$

откуда

$$\Delta = ad \frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0}.$$

Замечая, что $ad = 2b \operatorname{ctg} \alpha_0$, получим

$$\Delta = 2b \sin \alpha_0.$$

Аналогичные пучки лучей возникнут за счет рассеяния лучей от атомов, лежащих в плоскостях 3, 3', 4, 4' и т. д., причем между лучами всех этих пучков будет одна и та же разность хода Δ . Таким образом в направлении зеркального отражения возникает ряд

налагающихся друг на друга пучков с постоянной разностью хода Δ между ними. Явление совпадает с разобранным нами в § 270 случаем интерференции многих пучков. Если разность хода между пучками окажется равной целому кратному от длины волны, т. е. будет выполнено условие

$$2b \sin \alpha_0 = k\lambda, \quad (2)$$

где k — целое число, то в направлении зеркального отражения возникнет максимум. При большом числе интерферирующих пучков во всех других направлениях суммарная амплитуда колебаний окажется много меньше, т. е. практически отраженная волна будет отсутствовать. Условие (2) носит название *условия Вульфа — Брэггов*.

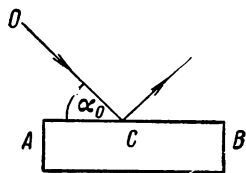


Рис. 109. Отражение рентгеновых лучей от кристалла.

Выводя условие Вульфа — Брэггов, мы рассматривали рассеяние лучей от систем плоскостей, параллельных естественной грани кристалла. Очевидно, можно также рассмотреть рассеяние и от других равноотстоящих друг от друга плоскостей, проведенных через со-

купности атомов, например по диагоналям элементарных кубов. Отражение волн от этих поверхностей даст новые максимумы. Можно показать, что найденные такими способами всевозможные направления максимумов совпадают с направлениями, определяемыми с помощью формул (4) и (5) § 273. Однако метод Вульфа — Брэггов имеет то преимущество, что позволяет для каждой данной длины волны λ (если только выполнено условие $\lambda < 2b$) найти угол падения α_0 , при котором в направлении зеркально отраженной волны образуется максимум. Пусть плоская поверхность AB кристалла (рис. 109) представляет собою его естественную грань. На грань AB падает монохроматический пучок рентгеновых лучей OC под углом α_0 к поверхности грани. Путем поворота кристалла вокруг оси C , перпендикулярной к плоскости рисунка, будем менять угол α_0 . Когда α_0 примет значение, удовлетворяющее соотношению (2), возникнет максимум в направлении зеркального отражения. При всех других значениях угла α_0 отраженный луч практически отсутствует.

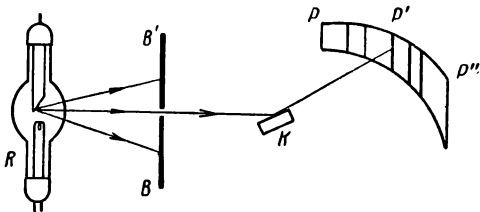


Рис. 110. Схема рентгенова спектрографа с вращающимся кристаллом.

На разобранном принципе основано устройство рентгенова спектрографа с вращающимся кристаллом. Схема этого спектрографа представлена на рис. 110, где R — рентгенова трубка, BB' — свин-

цовая диафрагма с узкой щелью, выделяющая тонкий пучок рентгеновых лучей. Лучи падают на кристалл K , который может вращаться вокруг оси, параллельной щели. По дуге круга $PP'P''$ с центром, лежащим на оси вращения кристалла, располагается фотографическая пленка. Предположим, что исследуемые рентгеновы лучи содержат волны определенных длин $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$. Тогда при том угле падения α_0 , при котором для одной из длин волн λ_i окажется выполненным условие (2), произойдет отражение луча от грани кристалла, и на фотопластинке в соответствующем месте получится почернение. Продолжая поворачивать кристалл, можно последовательно получить отражение лучей всех длин волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$. Если щель в диафрагме узка и параллельна отражающей грани кристалла, то отдельные места почернений на фотопластинке примут вид узких полосок, и весь снимок станет вполне походить на снимок оптического спектра, полученного с помощью обычной дифракционной решетки.

Иногда для регистрации рентгеновых лучей пользуются их способностью производить ионизацию воздуха и других газов. Для этого фотопленка заменяется ионизационной камерой, которая может поворачиваться вокруг той же оси, что и кристалл. Если угол поворота камеры вдвое больше угла поворота кристалла, то автоматически выполнится условие, при котором в камеру попадет отраженный луч.

Каждый раз, когда такой луч попадает в камеру, он вызывает ионизацию: степень ионизации измеряется с помощью электрометра.

Дифракция от кристаллов может быть использована не только для измерения длин волн рентгеновых лучей, но и для решения обратной задачи: определения структуры кристаллов при использовании лучей известных длин волн. Детальное изучение вида дифракционных картин от тех или других кристаллов позволяет установить геометрический тип соответствующих им решеток. В настоящее время исследования такого рода развились в самостоятельный раздел физики, носящий название *рентгеноструктурного анализа*. Рентгеноструктурный анализ находит широкое применение и в кристаллографии и в технике, где он является важным методом изучения свойств материалов (стали, сплавов цветных металлов и т. д.).

Для целей рентгеноструктурного анализа используется не только метод дифракции рентгеновых лучей от отдельных монокристаллов, но и так называемый *метод порошков*, в котором вместо монокристалла употребляется мелкий кристаллический порошок, спрессован-

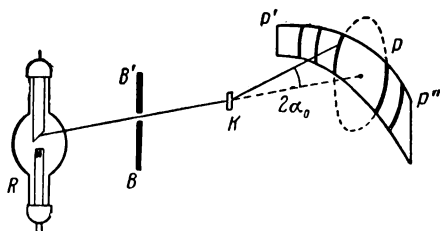


Рис. 111. Схема рентгеновского спектрографа с кристаллическим порошком.

ный в цилиндрический столбик. Если через такой столбик пропустить монохроматический пучок рентгеновых лучей, то среди беспорядочно ориентированных отдельных кристалликов всегда найдутся расположенные по отношению к пучку под углом α_0 , удовлетворяющим условию (2) для данной длины волны λ . Они дадут отраженные лучи, составляющие с первоначальным углом $2\alpha_0$. Всем возможным ориентациям кристалликов, при которых падающий луч составляет данный угол α_0 с их поверхностью, соответствует конус лучей с углом при вершине, равным $2\alpha_0$. Разным длинам волн λ_i и разным порядкам k_i соответствуют конусы разных углов растворения. Схема получения дифракционной картины от порошка представлена на рис. 111, где R — рентгенова трубка; BB' — диафрагма, выделяющая узкий пучок лучей; K — столбик прессованного кристаллического порошка. На фотопленке, расположенной по окружности $PP'P''$, образуются максимумы в виде дуг, соответствующих пересечению конусов лучей с пленкой. Преимущество метода кристаллического порошка заключается в том, что он не требует трудно доступных больших монокристаллов.

ГЛАВА XXIV

ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ ИЗОТРОПНЫЕ ВЕЩЕСТВА И ИХ ГРАНИЦЫ

§ 275. Взаимодействие света с веществом. Как мы указали в § 259, свет представляет собою электромагнитные волны, малой длины. Следовательно, световые явления должны описываться теми же уравнениями Максвелла, которые описывают возникновение и распространение электромагнитных волн, с учетом взаимодействия этих волн с веществом.

По первоначальной теории Максвелла для учета влияния вещества на электромагнитные процессы необходимо было принимать во внимание три характеристики вещества: диэлектрическую постоянную ϵ , магнитную проницаемость μ и проводимость σ . Диэлектрическая постоянная ϵ и магнитная проницаемость μ определяют скорость распространения электромагнитных волн v в данной среде; по Максвеллу

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}; \quad (1)$$

проводимость σ определяет поглощение волн.

Скорость распространения света v в веществе связана с его коэффициентом преломления n соотношением

$$v = \frac{c}{n}.$$

Сравнивая эту формулу с (1), получим

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}; \quad (2)$$

таким образом, коэффициент преломления n должен определяться значениями диэлектрической постоянной ϵ и магнитной проницаемостью μ вещества. Это соотношение хорошо оправдывается для длинных электромагнитных волн, если для ϵ и μ брать значения, полученные на основании обычных электростатических и магнитных измерений. Однако для света те же значения ϵ и μ дают неправильные значения коэффициента преломления n . Так, для воды $\epsilon = 81$ и μ практически равно единице, откуда по (2) для n получаем

$$n = \sqrt{81} = 9.$$

На самом деле для видимого света коэффициент преломления воды равен всего 1,3. Также не оправдывается и связь между поглощением света и проводимостью среды. Например, путем соответственной окраски стекло может быть сделано весьма сильно поглощающим свет, без заметного повышения его электрической проводимости.

Это кажущееся противоречие разрешается тем, что значения ϵ , μ и σ при больших частотах внешнего электромагнитного поля, в данном случае поля световой волны, сильно зависят от частоты и поэтому не равны значениям ϵ , μ и σ , полученным на основании электро- и магнитостатических измерений.

Такую зависимость можно понять, если учесть, что величины ϵ и μ описывают результат взаимодействия внешнего поля с атомами и молекулами, *усредненный* по большому числу атомов (см. т. II, § 146 и 208). Для коротких световых волн, период колебаний которых сравним с периодом внутриатомных и внутримолекулярных движений, взаимодействие электромагнитного поля с атомами и молекулами будет иное, чем при более медленных процессах, и результат усреднения будет иной. Оптические свойства веществ детально могут быть разобраны лишь в результате учета характера взаимодействия световой электромагнитной волны с той сложной электрической системой, какой является каждый атом или молекула. Как мы видели в т. II, в состав атомов и молекул входят электроны и, таким образом, разбор оптических свойств веществ возможен лишь на основе электронной теории. Лоренц показал, что для качественного понимания многих явлений достаточно ограничиться гипотезой о существовании внутри атомов и молекул электронов, связанных квазиупруго, т. е. электронов, способных совершать колебания около своих положений равновесия под действием силы, пропорциональной смещению.

Впоследствии мы увидим, что такая гипотеза далеко не достаточно и что должен быть принят во внимание более сложный характер строения атомов.

§ 276. Поглощение света. Свет, проходя через любое вещество, в той или иной мере в нем поглощается. Обычно поглощение носит *селективный характер*, т. е. свет различных длин волн поглощается различно. Так как длина волны определяет цвет света, то, следовательно, лучи различных цветов, вообще говоря, поглощаются в данном веществе по-разному.

Прозрачными неокрашенными телами являются тела, дающие малое поглощение света всех длин волн, относящихся к интервалу видимых лучей. Так, стекло поглощает в слое толщиной в 1 см лишь около 1% проходящих через него видимых лучей. То же стекло сильно поглощает ультрафиолетовые и далекие инфракрасные лучи.

Цветными прозрачными телами являются тела, обнаруживающие селективность поглощения в пределах видимых лучей. Например, „красным“ является стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые

лучи и сильно поглощающее зеленые, синие и фиолетовые. Если на такое стекло падает белый свет, представляющий собой смесь волн различных длин, то через него пройдут лишь более длинные волны, вызывающие ощущение красного цвета, более же короткие волны будут поглощены. При освещении того же стекла зеленым или синим светом оно покажется „черным“, так как стекло поглощает эти лучи.

С точки зрения теории упруго связанных электронов поглощение света вызвано тем, что проходящая световая волна возбуждает вынужденные колебания электронов. На поддержание колебаний электронов идет энергия, которая затем переходит в энергию других видов. Если в результате столкновений между атомами энергия колебаний электронов переходит в энергию беспорядочного молекулярного движения, то тело нагревается.

Поглощение света можно в общих чертах описать с энергетической точки зрения, не входя в детали механизма взаимодействия световых волн с атомами и молекулами поглощающего вещества.

Пусть через однородное вещество распространяется пучок параллельных лучей (рис. 112). Выделим в этом веществе бесконечно тонкий слой толщиной dl , ограниченный параллельными поверхностями, перпендикулярными к направлению распространения света. Плотность потока энергии u изменится при прохождении лучей через этот слой на величину $-du$. Естественно положить это уменьшение $-du$ пропорциональным значению самой плотности потока энергии в данном поглощающем слое и его толщине dl :

$$-du = ku \, dl. \quad (1)$$

Коэффициент k определяется свойствами поглощающего вещества, он носит название *коэффициента поглощения*. Постоянство коэффициента k указывает на то, что в каждом слое поглощается одна и та же доля потока, дошедшего до слоя.

Для получения закона убывания плотности потока энергии в слое конечной толщины l перепишем выражение (1) в виде

$$\frac{du}{u} = -k \, dl$$

и затем проинтегрируем его в пределах от 0 до l :

$$\int_0^l \frac{du}{u} = -k \int_0^l dl.$$

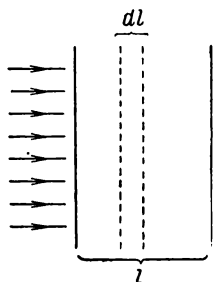


Рис. 112. К выводу закона поглощения света.

Пусть в начале слоя ($l=0$) плотность потока равна u_0 . Обозначим через u то значение, которое она приобретает, когда поток пройдет толщу вещества l . Тогда в результате интегрирования получим

$$\ln u - \ln u_0 = -kl \quad \text{или} \quad \ln \frac{u}{u_0} = -kl,$$

откуда

$$u = u_0 e^{-kl}, \quad (2)$$

где e — основание натуральных логарифмов.

Чем больше коэффициент поглощения k , тем сильнее поглощается свет. При $l=1/k$, по (2):

$$u = \frac{u_0}{e} \cong \frac{u_0}{2,72};$$

таким образом, слой, толщина которого равна $1/k$, ослабляет плотность потока энергии в 2,72 раза. Для различных веществ численное значение коэффициента поглощения k колеблется в весьма широких пределах. В видимой области для воздуха при атмосферном давлении k приблизительно равно 10^{-5} см^{-1} , для стекла $k \cong 10^{-2} \text{ см}^{-1}$, а для металлов k есть величина порядка десятка тысяч. Для всех веществ коэффициент поглощения k в той или иной мере зависит от длины волны. На рис. 113 представлена зависимость $\lg k$ от длины волны λ для газообразного хлора при 0° С и атмосферном давлении. Как видно, в фиолетовой области коэффициент велик, затем он круто падает в желто-зеленой области и снова возрастает в красной.

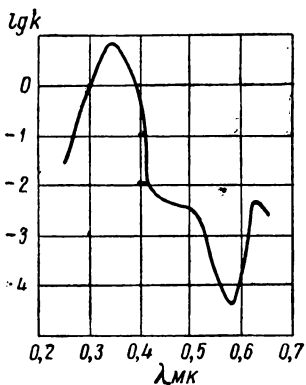


Рис. 113. Зависимость логарифма коэффициента поглощения k от длины волны λ для хлора.

числу поглощающих молекул на единицу длины пути светового луча в растворе. Так как число молекул, приходящихся на единицу длины, пропорционально концентрации раствора C , то коэффициент поглощения k пропорционален C , откуда можно положить $k = \kappa C$, где κ — новый постоянный коэффициент, не зависящий от концентрации раствора, а определяемый лишь свойствами молекул поглощающего вещества. Подставляя это значение k в формулу поглощения (2), получим

$$u = u_0 e^{-\kappa Cl}. \quad (3)$$

Утверждение, что коэффициент κ не зависит от концентрации раствора, носит название *закона Беера*. Этот закон выполняется при условии, что наличие соседних молекул не меняет свойств каждой данной молекулы. При значительных концентрациях раствора взаимное влияние молекул сказывается, и тогда закон Беера перестает выполняться. В тех случаях, когда он имеет место, соотношение (3) позволяет определять концентрацию раствора по степени поглощения света в растворе.

Кроме рассмотренного «истинного» поглощения, при котором энергия световых волн переходит в энергию других видов, возможно убывание плотности потока энергии в пучке лучей за счет рассеяния энергии в стороны. Такого рода рассеяние световых волн при прохождении через вещество мы рассмотрим ниже.

§ 277. Прохождение света через границу раздела двух прозрачных веществ. Как мы видели (§ 251), при прохождении света через границу двух прозрачных веществ падающий луч разбивается на два — отраженный и преломленный. Направления этих лучей определяются законами отражения и преломления. Однако для полного описания явлений, связанных с прохождением света через границу двух прозрачных веществ, надо еще указать, какова интенсивность и каково состояние поляризации отраженного и преломленного лучей. Эти вопросы решаются с помощью формул, выведенных впервые Френелем еще в начале XIX в. Как мы указывали, Френель вывел свои формулы, рассматривая свет как распространение упругих деформаций в эфире. При этом Френелю пришлось наделить эфир противоречивыми свойствами. Свободный от противоречий вывод формул Френеля может быть получен лишь с помощью электромагнитной теории света. Френель, рассматривая световые колебания, имел дело лишь с одним вектором, определяющим смещение частиц из положения равновесия. Электромагнитная волна, как мы указывали, характеризуется двумя векторами E и H . Формулы, выводимые из электромагнитной теории света, совпадают с формулами Френеля, если световые колебания отождествлять с колебаниями электрического вектора. Такое отождествление возможно, так как подавляющее число проявлений световых волн — их физиологическое и фотохимическое действие, явления фотоэффекта и люминесценции — определяется вектором электрической напряженности E . Колебания магнитного вектора H неразрывно связаны с колебаниями электрического вектора E , но в электромагнитной волне они обычно не проявляются. Поэтому в дальнейшем, говоря о колебаниях в световой волне, мы всегда будем подразумевать под ними колебания электрического вектора E .

Переходя к формулам Френеля, рассмотрим в отдельности случаи: 1) свет поляризован в плоскости падения; 2) свет поляризован в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения. По сказанному в § 259, в первом случае колебания в световой волне происходят в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения, а во втором — в плоскости падения. На рис. 114 колебания, перпендикулярные к плоскости рисунка, изображены точками, а лежащие в плоскости рисунка — стрелками.

Пусть углы падения и преломления равны i_1 и i_2 ; угол отражения $i_1' = i_1$. Далее введем следующие обозначения: амплитуды колебаний, перпендикулярных к плоскости падения, обозначим в падающем

луче через A_{s1} , а в отраженном — через A'_{s1} и в преломленном A_{s2} ; амплитуды колебаний, происходящих в плоскости падения, обозначим для падающего, отраженного и преломленного лучей соответственно через A_{p1} , A'_{p1} и A_{p2} . Тогда по формулам Френеля:

$$\frac{A'_{s1}}{A_{s1}} = \frac{-\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}, \quad (1) \quad \frac{A'_{p1}}{A_{p1}} = \frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)}, \quad (3)$$

$$\frac{A_{s2}}{A_{s1}} = \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2)}, \quad (2) \quad \frac{A_{p2}}{A_{p1}} = \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)}. \quad (4)$$

Соотношение между углами падения и преломления дается законом преломления:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21},$$

где n_{21} — коэффициент преломления второго вещества относительно первого.

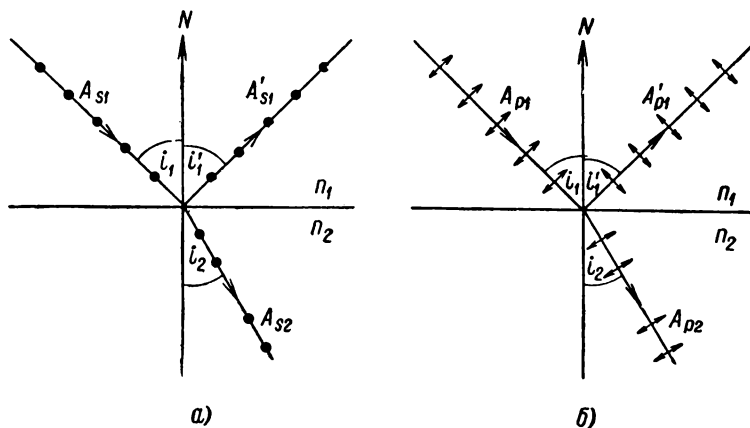


Рис. 114. Преломление и отражение световой волны: а — свет поляризован в плоскости падения, колебания происходят перпендикулярно плоскости падения; б — свет поляризован перпендикулярно плоскости падения, колебания происходят в плоскости падения.

Для частного случая границы воздух — стекло с коэффициентом преломления $n_{21} = 1,52$ значения отношений амплитуд A'_{s1}/A_{s1} , A_{s2}/A_{s1} , A'_{p1}/A_{p1} и A_{p2}/A_{p1} как функций угла падения i_1 приведены на рис. 115. Из этого рисунка прежде всего видно, что при некотором определенном значении угла падения i_{01} отношение $\frac{A'_{p1}}{A_{p1}} = 0$. Это значение

угла падения i_{01} , как видно из формулы (3), определяется условием:

$$\operatorname{tg}(i_1 + i_2) = \infty,$$

т. е. условием

$$i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2},$$

которое соответствует закону Брюстера (см. § 258); если лучи, отраженный и преломленный, взаимно перпендикулярны, то отраженный луч полностью поляризован в плоскости падения (т. е. в нем отсутствуют колебания, параллельные плоскости падения: $A'_{p1} = 0$).

Наконец, надо выяснить роль знаков в формулах (1) — (4). Знаки составляющих вектора зависят от выбора координат: тот вид, в котором записаны формулы (1) — (4), соответствует выбору координатной системы, при котором положительные составляющие вектора E , параллельные плоскости падения, направлены в падающей, отраженной и преломленной волнах так, как это изображено на рис. 116, где случай а) относится к малому углу падения, а случай б) — к большому углу падения. Положительные направления составляющих, перпендикулярных плоскости падения, направлены для всех трех волн за чертеж.

Это соответствует применению для каждого из лучей — падающего, отраженного и преломленного — своей координатной системы, совпадающей с координатной системой, изображенной на рис. 34. Действительно, рассмотрим еще раз рис. 116 и для простоты предположим, что свет плоско поляризован так, что электрический вектор E колеблется в плоскости падения (плоскости чертежа). Тогда составляющие E_p совпадают с самим вектором E . Вектор напряженности магнитного поля H перпендикулярен к плоскости чертежа и для всех трех лучей его положительное направление соответствует направлению от плоскости чертежа к читателю. При этом видно,

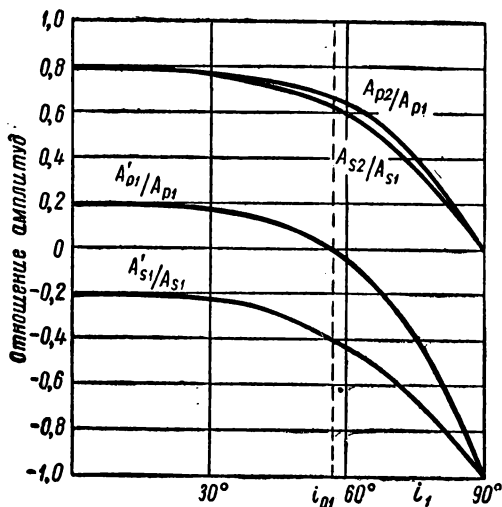


Рис. 115. Отношение амплитуд в отраженной и преломленной волнах к амплитуде в падающей волне.

что в соответствии с рис. 34 для каждого из лучей используется правая координатная система: при повороте головки буравчика в направлении от вектора \mathbf{E} к вектору \mathbf{H} направление поступательного движения буравчика соответствует направлению распространения лучей.

Тогда из формул (2) и (4) следует, что преломление волн в любых случаях происходит без изменения фазы. В отраженной волне при $n_{21} > 1$, при любом угле падения для колебаний, перпендикулярных плоскости падения (E_s), происходит изменение по фазе на π

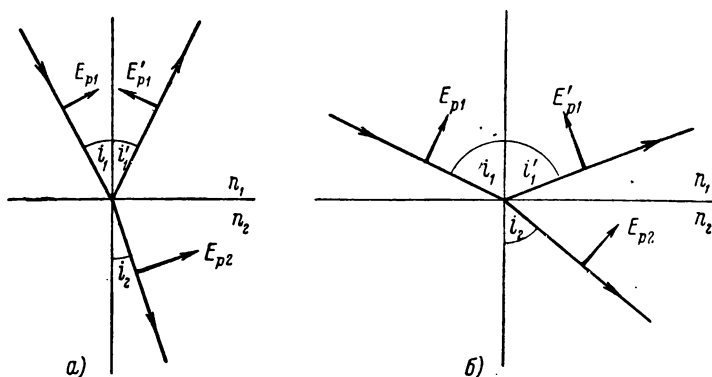


Рис. 116. Положительное направление составляющих вектора \mathbf{E} в падающей, отраженной и преломленной волнах.

[знак минус в формуле (1)]. Для колебаний, параллельных плоскости падения (E_p), в отраженной волне при $n_{21} > 1$ и при углах падения меньше угла Брюстера, т. е. при углах, при которых $i_1 + i_2 < \frac{\pi}{2}$, в формуле (3) знак $\operatorname{tg}(i_1 + i_2)$ положителен и, следовательно, знаки E_{p1} и E'_{p1} одинаковы; но в этом случае, как видно из рис. 116а, составляющие E_{p1} и E'_{p1} направлены в противоположные стороны. При углах больше угла Брюстера $i_1 + i_2 > \frac{\pi}{2}$ знак $\operatorname{tg}(i_1 + i_2)$ отрицателен и по формуле (3) E_{p1} и E'_{p1} разных знаков. Как видно из рис. 116б, теперь разные знаки означают, что E_{p1} и E'_{p1} направлены в противоположные стороны. При угле падения, равном углу Брюстера, амплитуда колебаний E'_{p1} равна нулю.

Резюмируем: как при углах меньше угла Брюстера, так и при углах больше угла Брюстера, при отражении света от среды, оптически более плотной, происходит изменение фазы на π , т. е., другими словами, происходит потеря полуволны. Это соответствует появлению темного пятна в центре колец Ньютона (падение под малым

углом) и темной нулевой полосы в опыте Ллойда (падение под большим углом).

Для определения потоков энергий в отраженной и преломленной волнах вспомним, что поток энергии W (определяемый произведением вектора Умова на площадь сечения потока) пропорционален квадрату амплитуды A^2 , скорости распространения волны v и площади S , через которую переносится энергия (т. I, § 112):

$$W = uS \sim A^2 v S.$$

Так как для отраженной волны скорость распространения и площадь поперечного сечения S те же, что и для падающей волны, то потоки энергий W'_1 и W_1 в отраженной и падающей волнах относятся как квадраты амплитуд. Отсюда по формуле (1) имеем для колебаний в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (свет поляризован в плоскости падения, что отмечено значком \parallel):

$$\left(\frac{W'_1}{W_1} \right)_{\parallel} = \left(\frac{A'_{s1}}{A_{s1}} \right)^2 = \frac{\sin^2(i_1 - i_2)}{\sin^2(i_1 + i_2)}. \quad (5)$$

Также для колебаний, параллельных плоскости падения (свет поляризован перпендикулярно плоскости падения), по формуле (3) имеем

$$\left(\frac{W'_1}{W_1} \right)_{\perp} = \left(\frac{A'_{p1}}{A_{p1}} \right)^2 = \frac{\text{tg}^2(i_1 - i_2)}{\text{tg}^2(i_1 + i_2)}. \quad (6)$$

Для нормального падения света ($i_1 = i_2 = 0$) выражения (5) и (6) принимают неопределенный вид. Для того чтобы вскрыть эту неопределенность, воспользуемся тем обстоятельством, что при малых углах и синус и тангенс могут быть заменены самими углами. Тогда

$$\frac{\sin^2(i_1 - i_2)}{\sin^2(i_1 + i_2)} = \frac{\text{tg}^2(i_1 - i_2)}{\text{tg}^2(i_1 + i_2)} = \frac{(i_1 - i_2)^2}{(i_1 + i_2)^2} = \frac{\left(\frac{i_1}{i_2} - 1 \right)^2}{\left(\frac{i_1}{i_2} + 1 \right)^2}.$$

Но при малых углах i_1 и i_2 закон преломления можно записать в виде

$$\frac{i_1}{i_2} = n_{21},$$

откуда при малых углах:

$$\frac{\sin^2(i_1 - i_2)}{\sin^2(i_1 + i_2)} = \frac{\text{tg}^2(i_1 - i_2)}{\text{tg}^2(i_1 + i_2)} = \left(\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} \right)^2.$$

Отсюда по формулам (5) и (6) для нормального падения получаем для света, поляризованного как параллельно, так и перпендикулярно плоскости падения, одно и то же отношение:

$$\frac{W'_1}{W_1} = \left(\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} \right)^2, \quad (6a)$$

Для определения потока энергии в преломленной волне можно воспользоваться формулами (2) и (4). Однако проще использовать закон сохранения энергии, по которому для непоглощающих веществ сумма потоков энергии в отраженном и преломленном лучах $W'_1 + W_2$ равна потоку энергии в падающем луче W_1 :

$$W'_1 + W_2 = W_1,$$

откуда

$$\frac{W_2}{W_1} = 1 - \frac{W'_1}{W_1}. \quad (7)$$

Зная по формулам (5) и (6) отношения W'_1/W_1 для случаев света, поляризованного в плоскостях параллельной и перпендикулярной плоскости падения, найдем по (7) и отношения W_2/W_1 для тех же случаев.

Для естественного света, не несущего следов поляризации, можно считать, что половина его энергии приходится на колебания, параллельные плоскости падения, и половина — на колебания, перпендикулярные плоскости падения. Отсюда по (5) и (6) поток энергии в отраженном свете для случая естественного света определится соотношением

$$\frac{W'_1}{W_1} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(i_1 - i_2)}{\sin^2(i_1 + i_2)} + \frac{\tan^2(i_1 - i_2)}{\tan^2(i_1 + i_2)} \right]. \quad (8)$$

Для нормального падения естественного света формула (8) переходит в (6а).

На рис. 117 представлены графически отношения

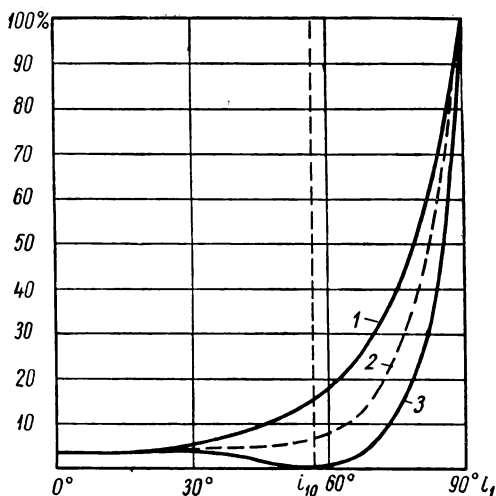


Рис. 117. Отношение потоков энергии в отраженной и падающей волнах: 1 — свет поляризован в плоскости падения; 2 — естественный свет; 3 — свет поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения.

W'_1/W_1 для света, поляризованного в плоскости падения (кривая 1); поляризованного в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (кривая 3); и естественного света (кривая 2) как функции угла падения i_1 . Кривые вычислены для отражения света на границе воздух — стекло с относительным коэффициентом преломления $n_{21} = 1,52$. Кривая 3 при $i_1 = i_{01} = 56^\circ 40'$ касается оси абсцисс, что соответствует полной

поляризации отраженного луча в плоскости падения (закон Брюстера). Наименьшее количество света отражается при $i_1 = 0$, т. е. при нормальном падении света на границу раздела; при касательном падении ($i_1 = \frac{\pi}{2}$) свет нацело отражается.

Рассмотрим несколько применений формул Френеля.

Пример 1. Свет в некотором оптическом приборе проходит последовательно через шесть линз, сделанных из стекла с коэффициентом преломления 1,60. Считая углы падения света на линзы малыми, определить, какая доля света пройдет через прибор.

Решение. По формуле (6а) при одном отражении от поверхности стекла отразится следующая часть падающего света:

$$\frac{W'_1}{W_1} = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \frac{0,60^2}{2,6^2} = 0,053.$$

Следовательно, пройдет через поверхность 0,947 от падающего света. Так как шесть линз имеют 12 поверхностей, то всего через систему пройдет поток:

$$W = (0,947)^{12} W_0 = 0,52 W_0,$$

где W_0 — первоначальный поток. Таким образом, потеря из-за отражений достигает 48% от падающего на прибор света.

Пример 2. Сложный объектив состоит из двух линз, одна из которых сделана из стекла с коэффициентом преломления $n_1 = 1,52$, а другая — из стекла с коэффициентом преломления $n_2 = 1,60$. Линзы склеены канадским бальзамом, коэффициент преломления которого $n_3 = 1,54$. Считая углы падения света на поверхности линз малыми, определить потери света в объективе из-за отражений. Сравнить эти потери с тем случаем, когда обе линзы объектива не склеены и между ними остается воздушный промежуток.

Решение. На первой поверхности отразится следующая часть падающего света:

$$\frac{W'_1}{W_1} = \left(\frac{n_1-1}{n_1+1} \right)^2 = \left(\frac{0,52}{2,52} \right)^2 = 0,043.$$

Пройдет через первую поверхность 0,957 от падающего света.

Для подсчета доли света, отраженного на границе стекло — канадский бальзам, надо определить относительный коэффициент преломления n_{31} :

$$n_{31} = \frac{n_3}{n_1} = \frac{1,54}{1,52} = 1,013.$$

Отсюда имеем, что от границы стекло — канадский бальзам отразится доля света:

$$\left(\frac{n_{31}-1}{n_{31}+1} \right)^2 = \left(\frac{0,013}{2,013} \right)^2 = 0,00004,$$

т. е. практически отражения не произойдет. Таким образом, остается учесть лишь потерю при отражении от последней поверхности объектива, которая определится из соотношения:

$$\left(\frac{n_2-1}{n_2+1} \right)^2 = \left(\frac{0,60}{2,60} \right)^2 = 0,053,$$

т. е. пройдет через последнюю поверхность 0,947 от падающего света, а следовательно, всего через объектив пройдет:

$$W = 0,957 \cdot 0,947 W_0 = 0,906 W_0.$$

Потеря света на отражение во всем объективе составит 9,4%. При наличии воздушного промежутка между линзами потери составят 18%.

Из рассмотрения двух указанных примеров можно сделать общий вывод. В оптических системах при большом числе отражающих поверхностей (особенно при наличии косых падений) потери света на отражения достигают весьма заметных величин. Эти потери могут быть снижены путем склеивания отдельных частей системы прозрачным веществом, коэффициент преломления которого близок к коэффициенту преломления стекол.

Кроме того, произведенные расчеты позволяют сделать еще один вывод. Отражение на границе между двумя веществами с близкими коэффициентами преломления весьма мало.

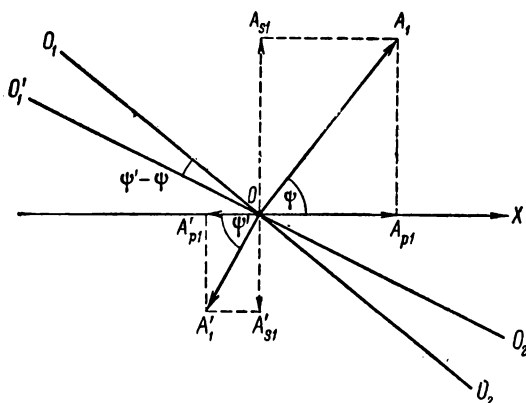


Рис. 118. К подсчету поворота плоскости поляризации при отражении света.

Потому, если в прозрачную жидкость погрузить прозрачное твердое тело с тем же коэффициентом преломления, то оно становится невидимым. Это легко продемонстрировать, погрузив кусок плавленого кварца ($n = 1,458$) в четыреххлористый углерод ($n = 1,465$). На этом явлении основан разработанный И. В. Обреимовым метод определения коэффициентов преломления стекол по известным коэффициентам преломления жидкостей.

ПРИМЕР 3. Свет, поляризованный в плоскости, составляющей угол $\psi = 45^\circ$ с плоскостью падения, падает на поверхность стекла под углом $i_1 = 30^\circ$. Определить, в какой плоскости поляризован свет в отраженном луче. Коэффициент преломления стекла $n = 1,46$.

Решение. Пусть (рис. 118) OX означает плоскость падения, а O_1O_2 — плоскость поляризации. Колебания A_1 в падающем свете совершаются в плоскости, перпендикулярной к плоскости поляризации. Разложим A_1 на две составляющие: A_{p1} — параллельную плоскости падения и A_{s1} — перпендикулярную плоскости падения.

Так как по условию A_1 составляет с OX угол 45° , то

$$A_{p1} = A_{s1} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}.$$

Определим угол преломления i_2 :

$$\sin i_2 = \frac{\sin i_1}{n} = \frac{\sin 30^\circ}{1,46} = 0,342, \text{ откуда } i_2 = 20^\circ.$$

По формулам Френеля (1) и (3) получим для составляющих A'_{s1} и A'_{p1} амплитуды отраженного света:

$$A'_{s1} = -A_{s1} \frac{\sin(30^\circ - 20^\circ)}{\sin(30^\circ + 20^\circ)} = -A_{s1} \frac{\sin 10^\circ}{\sin 50^\circ} = -0,227 A_{s1};$$

$$A'_{p1} = A_{p1} \frac{\operatorname{tg}(30^\circ - 20^\circ)}{\operatorname{tg}(30^\circ + 20^\circ)} = A_{p1} \frac{\operatorname{tg} 10^\circ}{\operatorname{tg} 50^\circ} = 0,148 A_{p1}.$$

По сказанному выше при угле падения меньше угла Брюстера обе составляющих меняют фазу на π . Поэтому на рис. 118 A'_{s1} и A'_{p1} отложены в стороны, противоположные A_{s1} и A_{p1} .

Из рис. 118 видно, что колебания A'_1 в отраженном луче совершаются в плоскости, составляющей с плоскостью падения OX угол ψ' , определяемый соотношением:

$$\operatorname{tg} \psi' = \frac{0,227}{0,148} = 1,53, \text{ откуда } \psi' = 57^\circ.$$

Плоскость поляризации отраженного луча $O'_1O'_2$ по отношению к плоскости поляризации падающего луча повернута на угол $\psi' - \psi = 57^\circ - 45^\circ = 12^\circ$.

Исходя из формул Френеля, легко видеть, что если плоскость поляризации не совпадает с плоскостью падения или не перпендикулярна к ней, то при отражении и преломлении у границы двух прозрачных веществ происходит *поворот плоскости поляризации*.

Как было показано в § 252, при прохождении света из вещества, оптически более плотного, в вещество, оптически менее плотное (относительный коэффициент преломления $n_{21} < 1$), при углах падения больше предельного, преломленный луч отсутствует. Свет при этом полностью отражается. Это явление носит название полного внутреннего отражения. Предельный угол i_{1np} определяется из условия

$$\sin i_{1np} = n_{21}.$$

Существование полного внутреннего отражения следует из формул Френеля. При $\sin i_1 = \sin i_{1np} = n_{21}$ по закону преломления $i_2 = \pi/2$, откуда, по формулам Френеля (5) и (6), отражение становится полным:

$$\left(\frac{W'_1}{W_1} \right)_{\parallel} = \frac{\sin^2(i_{1np} - \pi/2)}{\sin^2(i_{1np} + \pi/2)} = 1,$$

$$\left(\frac{W'_1}{W_1} \right)_{\perp} = \frac{\operatorname{tg}^2(i_{1np} - \pi/2)}{\operatorname{tg}^2(i_{1np} + \pi/2)} = 1.$$

Для всех углов падения $i_1 > i_{1np}$ не существует вещественных значений угла преломления i_2 , могущих удовлетворить закону преломления. Поэтому при $i_1 > i_{1np}$ поток энергии в преломленном луче W_2 остается равным нулю, и отношение W'_1/W_1 по-прежнему оказывается равным единице.

При полном внутреннем отражении имеет место скачок фазы в отраженном луче относительно фазы в падающем луче. Если электрический вектор E колеблется в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, то этот скачок фазы δ_s определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_s}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}}{\cos i_1}; \quad (9)$$

если электрический вектор колеблется в плоскости падения, то скачок фазы δ_p определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}}{n_{21} \cos i_1}. \quad (10)$$

Зависимость скачков фаз δ_s и δ_p от угла i_1 представлена на рис. 119 для случая $n_{21} = \frac{1}{n_{12}} = \frac{1}{1,52}$.

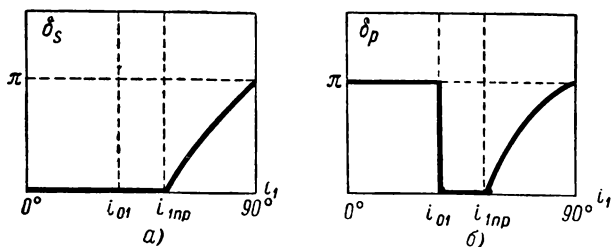


Рис. 119. Скачки фаз при отражении от вещества, оптически менее плотного: *а* — для колебаний, перпендикулярных плоскости падения; *б* — для колебаний, параллельных плоскости падения.

Разность фаз $\delta_p - \delta_s$ между колебаниями, параллельными и перпендикулярными плоскости поляризации, по (9) и (10) определяется отношением:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p - \delta_s}{2} = \frac{\cos i_2 \sqrt{\sin^2 i_1 - n_{21}^2}}{\cos^2 i_1}. \quad (11)$$

Из формулы (11) видно, что при $i_1 = i_{1np}$ ($\sin i_{1np} = n_{21}$)

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p - \delta_s}{2} = 0,$$

т. е., если луч отражается точно при предельном угле, то не возникает никакой разности фаз между колебаниями, параллельными и перпендикулярными плоскости падения E'_{1p} и E'_{1s} ; плоско поляризованный свет остается плоско поляризованным. Вообще же говоря,

между компонентами электрического вектора E'_{1p} и E'_{1s} в луче, возникшем при полном внутреннем отражении, существует некоторая разность фаз.

Предположим, что на границу раздела под углом, большим предельного, падает плоско поляризованный луч, плоскость поляризации которого составляет с плоскостью падения некоторый угол, отличный от 0 и $\pi/2$. Тогда оба колебания в отраженном луче E'_{1p} и E'_{1s} возникнут из одного и того же колебания и, следовательно, будут когерентны. В т. I, § 101, было показано, что при сложении взаимно перпендикулярных колебаний возникает, вообще говоря, движение по эллипсу. Следовательно, в луче, испытавшем полное внутреннее отражение, электрический вектор в указанном случае меняется таким образом, что его конец описывает эллипс. Свет, соответствующий колебаниям этого рода, называется *эллиптически поляризованным*. В частном случае, когда составляющие E'_{1s} и E'_{1p} имеют равные амплитуды и разность фаз между ними равна $\pi/2$ или $3\pi/2$, эллипс превращается в круг, и мы имеем дело со светом, *поляризованным по кругу*. Для границы стекло — воздух ($n_{12} = 1,5$) при $i_1 = 54^\circ 37'$ разность фаз $\delta_p - \delta_s = 45^\circ$; двукратное отражение под таким углом дает разность фаз в $\pi/2$, т. е. ведет к возникновению круговых колебаний. Френель построил ромб (рис. 120), в котором свет испытывает последовательно два полных внутренних отражения под углами $54^\circ 37'$. Если первоначально свет плоско поляризован, то луч, выходящий из ромба, поляризован по кругу.

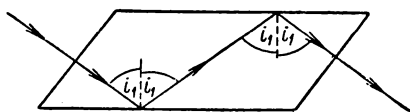


Рис. 120. Получение света, поляризованного эллиптически при двукратном полном внутреннем отражении.

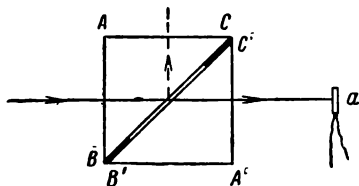


Рис. 121. Прохождение инфракрасных лучей сквозь тонкий слой воздуха между призмами.

рою заключается в том, что электромагнитные колебания частично проникают и во вторую среду. Однако эти колебания создают перенос энергии лишь вдоль границы раздела; преломленных лучей не образуется.

Явление проникновения колебаний во второе вещество можно обнаружить экспериментально. Если оптически менее плотное вещество имеет толщину порядка длины волны, а далее снова расположено вещество, оптически более плотное, то колебания попадут и в него и дальше будут распространяться обычным образом. При этих условиях часть энергии пройдет сквозь поверхность, на которой в ином случае наблюдалось бы полное внутреннее отражение. На рис. 121 представлена схема опыта, позволяющего установить такое проникновение колебаний сквозь слой оптически менее плотного вещества. Две призмы полного внутреннего отражения, сделанные из каменной соли (каменная соль берется для того, чтобы призмы были прозрачны в инфракрасной области; см. ниже текст), сложены вместе, но с помощью прокладок из тонкой металлической фольги между их поверхностями BC и $B'C'$ оставляется тонкий воздушный промежуток. Если толщину фольги взять порядка 5 мк , то

воздушный промежуток будет больше длины волны видимого света, и видимые лучи испытают на поверхности BC полное внутреннее отражение в направлении пунктирной линии. При той же толщине воздушного промежутка инфракрасные лучи с достаточно большой длиной волны проникнут через воздушный промежуток в призму $A'B'C'$ и смогут быть зарегистрированы с помощью термопары a . Если толщину воздушного промежутка уменьшить до долей микрона, то и видимые лучи проникнут в призму $A'B'C'$.

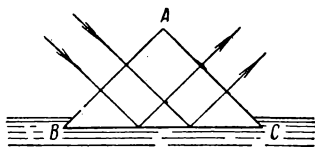


Рис. 122. Демонстрация проникновения света во второе вещество при полном внутреннем отражении.

Другой вариант опыта был выполнен Л. И. Мандельштамом и Зелени. Призма полного внутреннего отражения ABC (рис. 122) касалась гранью BC слоя флуоресцирующей жидкости. Колебания частично проникали в жидкость и вызывали ее флуоресценцию в тонком пограничном слое.

§ 278. Отражение света от металлов. Металлы отличаются весьма сильным поглощением света. Заметное пропускание можно обнаружить только через очень тонкие металлические пленки, толщина которых немногим превышает длину световой волны. При этом наблюдается, вообще говоря, значительная селективность. Так, тонкие пленки золота кажутся в проходящем свете зелеными, а серебра — фиолетовыми. Если поглощение в металле характеризовать формулой (2) § 276:

$$u = u_0 e^{-kl}, \quad (1)$$

то для коэффициента поглощения k получается значение в десятки и сотни тысяч см^{-1} . Поэтому для характеристики поглощения в металлах вводят другой коэффициент κ , связанный с k соотношением

$$\kappa = \frac{k\lambda}{4\pi},$$

где λ — длина волны рассматриваемого света. Тогда формула (1) принимает вид:

$$u = u_0 e^{-\frac{4\pi}{\lambda} \kappa l}. \quad (1a)$$

При прохождении слоя металла толщиной l в длину световой волны поток энергии ослабляется в $e^{4\pi\kappa}$ раз. Для большинства металлов значения κ лежат между 1,5 и 5.

Наряду с большим поглощением, металлы характеризуются способностью сильно отражать свет. Практически коэффициент отражения света в высокой степени зависит от состояния поверхности металла: незначительные следы коррозии могут заметно снизить отражательную способность. Поэтому для характеристики отражательной способности металлов следует иметь дело с чистыми полированными поверхностями. Отражение от металлов также обнаружи-

вает селективность. На рис. 123 приведена зависимость коэффициентов отражения алюминия, серебра и меди от длины волны. Как видно, алюминий и серебро имеют в видимой области коэффициент отражения, превышающий 90%. Коэффициент отражения для серебра начинает заметно уменьшаться в фиолетовой области ($\lambda \cong 0,4 \text{ мк}$) и резко падает в ультрафиолетовой, достигая минимума при $\lambda = 0,32 \text{ мк}$. Отражательная способность алюминия обнаруживает более плавный ход в зависимости от длины волны и остается относительно высокой и в ультрафиолетовой области спектра. Эта особенность алюминия, наряду с его большой стойкостью по отношению к коррозии, делает его весьма пригодным для изготовления зеркал для различных оптических приборов. Коэффициент отражения меди сильно падает уже в видимой области, что обуславливает характерную красноватую окраску чистой медной поверхности.

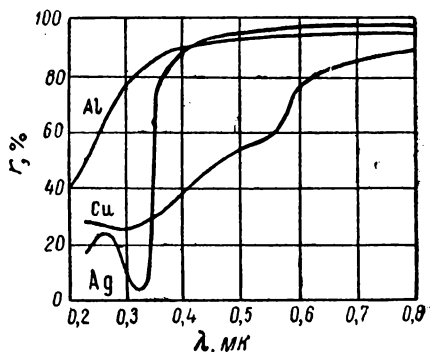


Рис. 123. Зависимость от длины волны коэффициентов отражения алюминия, серебра и меди.

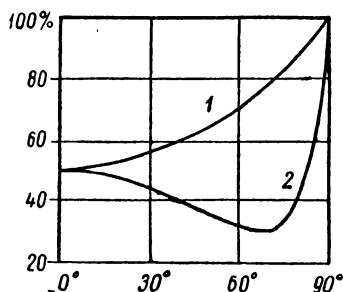


Рис. 124. Отношение потоков энергии в отраженной и падающей волнах при отражении от меди: 1 — свет поляризован в плоскости падения; 2 — свет поляризован в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения ($\lambda = 0,45 \text{ мк}$).

Коэффициент отражения полированных металлических поверхностей зависит от угла падения, при этом по-разному для колебаний, параллельных и перпендикулярных плоскости падения. На рис. 124 даны для меди (для $\lambda = 0,45 \text{ мк}$) зависимости от угла падения i_1 отношений потоков энергии в отраженном и падающем лучах для колебаний, перпендикулярных плоскости падения (кривая 1), и колебаний, параллельных плоскости падения (кривая 2). Как видно, кривые сходны с кривыми для отражения от поверхности стекла (рис. 117, кривые 1 и 3). Кривые 1 и 2 рис. 124 сходятся при угле падения $i_1 = 0$ и стремятся к единице при $i_1 = \pi/2$. Кривая 2, относящаяся к колебаниям, параллельным плоскости падения, достигает при определенном значении угла падения $i_1 = i_{10}$ минимума. Для меди этот угол равен $69^\circ 41'$. Однако между кривыми, соответствующими формулам Френеля (рис. 117), и кривыми для металлического

отражения имеется существенная разница. Во-первых, металлическое отражение велико и при нормальном падении, во-вторых, кривая 2 не достигает в минимуме значения нуль. Металлы не дают полной поляризации отраженных лучей ни под каким углом, в то время как при отражении от границы прозрачных веществ под углом Брюстера отраженный луч полностью поляризован в плоскости падения. При отражении от металлической поверхности между колебаниями, параллельными и перпендикулярными плоскости падения, возникает определенная разность фаз. *Поэтому линейно поляризованный свет при отражении от металла становится эллиптически поляризованным.*

Теория оптических свойств металлов основывается на предположении, что в металлах существуют свободные электроны. При этом вместо формул Френеля получаются следующие формулы:

Таблица III

Значения коэффициентов преломления n , поглощения κ и отражения r для металлов при $\lambda = 0,589 \text{ мк}$

Металл	α	n	r в %
Железо . .	1,63	1,51	32,6
Никель . .	3,32	1,79	62,0
Медь . . .	4,26	2,06	70,1
Золото . .	2,82	0,37	85,1
Серебро . .	3,64	0,18	95,0
Натрий . .	2,61	0,005	99,7

1) для отношения потоков энергии в отраженном и падающем лучах для колебаний, перпендикулярных плоскости падения (свет поляризован в плоскости падения):

$$\left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\parallel} = \left(\frac{A'_{s1}}{A_{s1}}\right)^2 = \frac{(n - \cos i_1)^2 + \kappa^2}{(n + \cos i_1)^2 + \kappa^2} \quad (2)$$

— вместо формулы (5) § 277;

2) для отношения потоков энергии в отраженном и падающем лучах для колебаний,

параллельных плоскости падения (свет поляризован перпендикулярно плоскости падения):

$$\left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\perp} = \left(\frac{A'_{p1}}{A_{p1}}\right)^2 = \frac{\left(n - \frac{1}{\cos i_1}\right)^2 + \kappa^2}{\left(n + \frac{1}{\cos i_1}\right)^2 + \kappa^2} \quad (3)$$

— вместо формулы (6) § 277.

В формулах (2) и (3) n означает коэффициент преломления металла, а κ — коэффициент поглощения, определяемый соотношением (1а).

Для нормального падения ($i_1 = 0$) обе формулы (2) и (3) принимают вид:

$$\left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\parallel} = \left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\perp} = \frac{(n - 1)^2 + \kappa^2}{(n + 1)^2 + \kappa^2} \quad (4)$$

— вместо формулы (6а) § 277.

Непосредственные попытки экспериментально определить коэффициенты n и κ для металлов были сделаны еще в конце прошлого столетия путем применения столь тонких пленок металлов, что они пропускали некоторое

количество света. Другой способ нахождения коэффициентов n и χ сводится к использованию теоретических формул, связывающих константы n и χ с величинами, характеризующими поляризацию света, отраженного от металла. Найденные таким образом значения n и χ для ряда металлов приведены в табл. III.

Как видно, для ряда металлов коэффициент преломления меньше единицы. На возможность для абсолютного коэффициента преломления n иметь значение меньше единицы будет указано в § 282.

Теоретически оптические константы n и χ металлов связаны с электропроводностью σ соотношением:

$$n\chi = \frac{\sigma}{\nu},$$

где ν — частота света. Это соотношение хорошо оправдывается для далеких инфракрасных лучей. Для видимых лучей получается сильное расхождение, которое указывает, что при падении на металл видимого света играют заметную роль не только свободные, но и связанные электроны.

§ 279. Дисперсия света. Под *дисперсией света* подразумеваются явления, обусловленные зависимостью коэффициента преломления вещества от длины световой волны. Свет разных длин волн — разного цвета — преломляется не одинаково на границе двух прозрачных веществ. Для определенности мы будем рассматривать преломление на границе пустота — данное вещество, т. е. говорить о зависимости от длины волны λ абсолютного значения коэффициента преломления. В таком случае можно записать, что для каждого данного вещества коэффициент преломления n является определенной функцией от длины волны λ :

$$n = f(\lambda). \quad (1)$$

Дисперсией вещества называется величина, определяющая, как быстро меняется коэффициент преломления n с длиной волны. Если двум длинам волн λ_1 и λ_2 соответствуют значения коэффициентов преломления n_1 и n_2 , то средняя дисперсия вещества ν на участке длин волн от λ_1 до λ_2 изобразится отношением

$$\nu = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Delta n}{\Delta \lambda}, \quad (2)$$

где $\Delta n = n_2 - n_1$ и $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Значение дисперсии вещества ν вблизи данной длины волны λ получим, перейдя в пределе к бесконечно малому интервалу длин волн; тогда соотношение (2) замечается производной коэффициента преломления n по длине волны λ :

$$\nu = \frac{dn}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} f(\lambda). \quad (2a)$$

Для всех *прозрачных* веществ коэффициент преломления n монотонно возрастает с уменьшением длины волны λ . Это соответствует известному факту, что в прозрачных веществах фиолетовые лучи

преломляются сильнее зеленых, а зеленые — сильнее красных. На рис. 125 приведены зависимости n от λ для стекла (легкий флинт), кварца и флюорита. Как видно, коэффициент преломления n особенно сильно возрастает с уменьшением длины в области коротких длин волн. Отсюда из равенства (2а) следует, что дисперсия всех этих

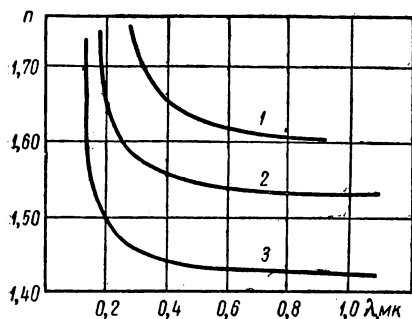


Рис. 125. Зависимость коэффициента преломления n от длины волны для: 1 — стекла (легкий флинт); 2 — кварца; 3 — флюорита.

веществ возрастает по численному значению с уменьшением длины волны.

Различная преломляемость лучей разного цвета позволяет разложить сложный свет на его монохроматические составляющие. Такой опыт был впервые проделан в 1672 г. Ньютоном. Схема опыта Ньютона поясняется рис. 126, заимствованным из книги Ньютона „Оптика“. Луч света от Солнца проходит через малое круглое отверстие F в ставне окна EG . Затем, преломившись в стеклянной призме ABC , луч падает на лист белой бумаги MN .

При этом круглое изображение отверстия F растягивается в окрашенную полосу TP . Красный конец полосы T соответствует лучу $FLIT$, наименее преломившемуся в призме, фиолетовый конец P — лучу $FKHP$,

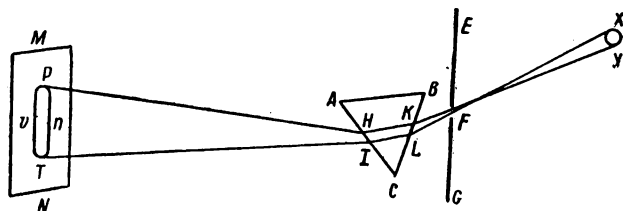


Рис. 126. Схема опыта Ньютона по получению спектра с помощью призмы.

наиболее преломившемуся. Цветную полосу TP Ньютон назвал *спектром*. Свет Солнца дает *сплошной спектр* с непрерывным переходом одних цветов в другие, что означает, с современной точки зрения, наличие в солнечном свете колебаний всевозможных длин волн.¹ При употреблении некоторых искусственных источников света

¹ В действительности в спектре Солнца существуют узкие темные линии (линии Фраунгофера), возникающие вследствие поглощения света во внешних слоях атмосферы Солнца. Однако в опытах Ньютона эти полосы не были видны.

(пламена, окрашенные солями металлов, газы, светящиеся при электрическом разряде, и т. д.) спектр получается *линейчатым* — он состоит из отдельных светлых полос („линий“), разделенных темными промежутками. Это указывает, что свет от таких источников состоит лишь из колебаний, соответствующих определенным длинам волн.

Аналитический вид функции (1), определяющей зависимость коэффициента преломления n от длины волны λ , приближенно может быть представлен в следующем виде:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}. \quad (3)$$

В этом случае дисперсия вещества представляется выражением

$$\nu = \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}.$$

Влияние вещества на распространение света обусловлено взаимодействием света с атомами и молекулами, из которых вещество построено. Это взаимодействие ведет к изменению скорости света v , а следовательно, определяет и значение коэффициента преломления $n = \frac{v}{c}$, где c — скорость света в пустоте.

Основы теории дисперсии могут быть получены, если рассматривать взаимодействие световых волн с заряженными частицами (электронами и положительными зарядами), входящими в состав атомов и молекул. При этом предполагается, что заряженные частицы в атомах и молекулах удерживаются около своих положений равновесия квазиупругими силами. Таким образом, каждый атом или молекула обладает определенной собственной частотой колебаний ω_0 . Под влиянием падающей световой волны заряженные частицы в атомах и молекулах совершают вынужденные колебания с частотой, совпадающей с частотой падающей волны ω .

Первичная электромагнитная (световая) волна, распространяясь через вещество со скоростью c , вызывает вынужденные колебания частиц. Благодаря этому около каждой частицы возникнут *вторичные* волны. Амплитуда и фаза этих вторичных волн определяются амплитудой и фазой вынужденных колебаний частиц; последние же зависят от соотношения между частотой падающей волны ω и частотой собственных колебаний ω_0 .

В т. I, § 103, было показано, что периодическая вынуждающая сила с частотой ω вызывает вынужденное колебание с амплитудой

$$A = \frac{h}{V(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2} \quad (4)$$

и фазой α , определяемой равенством

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2};$$

здесь h — константа и β — коэффициент, характеризующий затухание колебаний системы. При малом значении коэффициента β роль затухания заметна лишь для частот вынуждающей силы ω , близких к частоте собственных колебаний ω_0 . Поэтому при слабом затухании для всех частот ω , не слишком близких к ω_0 , можно приближенно написать:

$$A = \frac{h}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (4a)$$

Амплитуда и фаза вынужденных колебаний зависят от соотношения частот ω_0 и ω . Вблизи резонанса амплитуда A велика. При $\omega \ll \omega_0$ амплитуда A значительно меньше и с уменьшением ω стремится к постоянному пределу, не равному нулю. Если же $\omega \gg \omega_0$, то амплитуда A вынужденных колебаний уменьшается до нуля с ростом частоты ω вынуждающей силы. Фаза вынужденных колебаний α изменяется от нуля до $-\pi$ при изменении ω от нуля до частот, много больших ω_0 . Около резонанса (при малом затухании) фаза близка к $-\frac{\pi}{2}$. Те же выводы относятся к амплитуде и фазе вторичных волн.

Вторичные волны, складываясь с первичной, образуют результирующую волну с амплитудой и фазой, отличными от амплитуды и фазы первичных волн. Это ведет к тому, что волна проходит через вещество с фазовой скоростью, отличной от скорости, с которой она распространялась бы в пустоте. Различие в скоростях будет тем больше, чем сильнее вынужденные колебания частиц.

Отсюда следует, что свет (электромагнитные волны), частота которого много меньше частот собственных колебаний атомов или молекул, проходит через вещество со скоростью, практически не зависящей от частоты, но отличной от скорости света в пустоте (так как $A \approx \text{const} \neq 0$).¹

Для света очень большой частоты, заметно превышающей частоты собственных колебаний атомов, амплитуда вторичных волн близка к нулю, и он проходит через вещество со скоростью, близкой к скорости света в пустоте. Коэффициент преломления для него близок к единице. В обоих рассмотренных случаях, как следует из теории, поглощение света мало. При значениях частот ω , близких к ω_0 , скорость света в веществе становится сильно отличной от его скорости в пустоте. Благодаря этому и коэффициент преломления сильно отличается при этих частотах от единицы: при $\omega < \omega_0$ он оказывается „аномально“ большим, при $\omega > \omega_0$ — „аномально“ малым. Кроме того,

¹ Эта скорость определяется формулой (1) § 275, где для диэлектрической постоянной ϵ можно взять ее значение, полученное из электростатических опытов, а $\mu = 1$.

при ω , близком к ω_0 , в результате больших амплитуд вынужденных колебаний велико и поглощение.

Вещество, состоящее из атомов или молекул с определенным набором частот собственных колебаний ω_0 , даст в спектре прошедшего через него света узкие области („линии“) поглощения. Коэффициент преломления окажется постоянным в областях, далеких от линий поглощения, и будет быстро меняться с частотой и сильно отличаться от единицы вблизи каждой линии поглощения, где взаимодействие света с веществом велико.

Теория дисперсии может быть построена и более формально на основании связи между коэффициентом преломления n и диэлектрической постоянной ϵ .

По электромагнитной теории света коэффициент преломления определяется равенством (2) § 275:

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Для всех прозрачных диэлектриков магнитная проницаемость μ практически равна единице, поэтому имеем

$$n^2 = \epsilon.$$

При этом, как было упомянуто в § 275, под значением диэлектрической постоянной ϵ не может подразумеваться то значение, которое она имеет для статических или медленно меняющихся электрических процессов. В т. II мы видели, что диэлектрические свойства вещества обусловлены его поляризацией, которая возникает в результате сдвига заряженных частиц внутри атомов или молекул от их положений равновесия. Для быстро переменных электрических полей, какие имеют место в световой волне, эти сдвиги выражаются членами вида (4) или (4а). Поэтому, как показывают более детально проведенные выкладки, квадрат коэффициента преломления n^2 выражается следующей дисперсионной формулой:

$$n^2 = 1 + \frac{a_1}{\omega_{01}^2 - \omega^2} + \frac{a_2}{\omega_{02}^2 - \omega^2} + \dots, \quad (5)$$

где ω_{01} , ω_{02} , ... — частоты собственных колебаний атомов или молекул, a_1 , a_2 , ... — определенные константы. Так как длина волны λ связана с циклической частотой ω соотношением

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega},$$

где c — скорость света в пустоте, то формуле (5) можно также придать вид

$$n^2 = 1 + \frac{b_1\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{b_2\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots, \quad (5a)$$

где b_1, b_2, \dots — новые константы, а $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ — длины волн, соответствующие точному резонансу. Формула (5а) дает ход коэффициента преломления n в промежутке между линиями поглощения. Если ограничиться в формуле (5а) двумя членами (вещество с двумя собственными частотами колебаний), то получится зависимость $n^2 - 1$ от λ , изображенная на рис. 127. Пунктирные линии указывают положение линий поглощения вещества λ_1 и λ_2 . Вблизи линий поглощения кривая дисперсии круто изгибается. У каждой линии поглощения со стороны малых длин волн ($\lambda < \lambda_i$) коэффициент преломления n принимает малые значения,

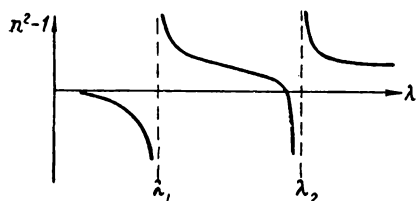


Рис. 127. Зависимость коэффициента преломления n от длины волны λ вблизи двух линий поглощения λ_1 и λ_2 .

очень мало. Вдали от линий поглощения значение коэффициента преломления n приближается к постоянным величинам.

Общий ход дисперсии, изображенный на рис. 127, с характерными изгибами около линий поглощения, носит название „аномальной дисперсии“. В действительности в этом ходе нет ничего „аномального“, наоборот, он представляет собою типичный ход, отвечающий физической сущности явления. Область монотонного изменения коэффициента преломления между двумя линиями поглощения передает характер дисперсии прозрачных веществ (рис. 125) и носит название *нормальной дисперсии*.

§ 280. Наблюдение дисперсии. Первыми опытами по наблюдению дисперсии были описанные в предыдущем параграфе опыты Ньютона над преломлением света в призме. Ньютон разработал ряд методов наблюдений дисперсии с помощью призм и в том числе метод *скрещенных призм*, весьма наглядно обнаруживающий ход дисперсии. Схема метода скрещенных призм дана на рис. 128. Белый свет проходит через вертикальную щель S и две призмы P_1 и P_2 , преломляющие ребра которых взаимно перпендикулярны. С помощью линз L_1 и L_2 свет собирается на экране AB . При наличии только одной призмы P_1 с вертикальным преломляющим ребром на экране AB получился бы горизонтальный сплошной спектр, изображенный пунктирной полоской ab . При наличии второй призмы каждый луч будет отклонен вниз и тем сильнее, чем больше для него коэффициент преломления призмы P_2 . Благодаря этому весь спектр ab окажется

смещенным вниз и займет положение a_1b_1 . Его красный конец a_1 смещен вниз меньше всего, а фиолетовый конец b_1 — больше всего. Также и каждое другое место спектра сместится тем более, чем больше коэффициент преломления для длины волны, соответствующей этому месту спектра. Вся полоска a_1b_1 будет изогнута и наглядно представит ход дисперсии в призме P_2 .

Дисперсия стекол, кварца, флюорита и многих других веществ в видимой области спектра определяется главным образом наличием сильных полос поглощения в ультрафиолетовой области. Вторая область поглощения у этих веществ лежит в более далекой инфракрасной области и сказывается меньше. Приблизненно для видимой

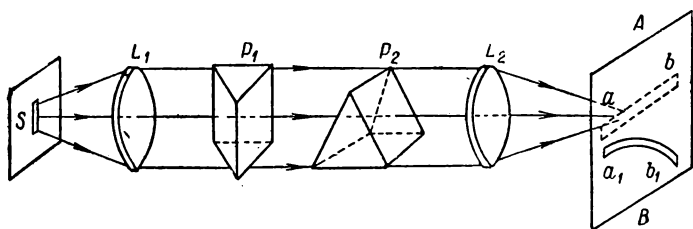


Рис. 128. Метод скрещенных призм.

части спектра зависимость n^2 от λ для этих веществ может быть представлена дисперсионной формулой (5а) § 279 с одним членом:

$$n^2 \cong 1 + \frac{b}{1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda^2}}.$$

Разлагая правую часть этой формулы в ряд, получим

$$n^2 \cong 1 + b \left[1 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda} \right)^4 + \dots \right].$$

При условии, что $\frac{\lambda_1}{\lambda} \ll 1$, это последнее выражение дает приближенно для n :

$$n \cong A + \frac{B}{\lambda^2}, \quad (1)$$

где A , B — некоторые константы. Формула (1) совпадает с формулой (3) предыдущего параграфа. Таким образом, применимость приближенной формулы дисперсии для прозрачных веществ подтверждается теоретически.

Аномальная дисперсия легче всего наблюдается в парах металлов, дающих в видимой области спектра резкие линии поглощения. Так, пары натрия дают в желтой области две весьма интенсивные близкие

линии поглощения с длинами волн $\lambda_1 = 0,5890$ мк и $\lambda_2 = 0,5896$ мк. Вуд использовал для наблюдения аномальной дисперсии в парах натрия метод скрещенных призм. Схема его опыта представлена на рис. 129. Свет от источника сплошного спектра проходит через горизонтальную щель S_1 и затем в виде параллельного пучка — через откачанный сосуд AB , содержащий металлический натрий. Пройдя

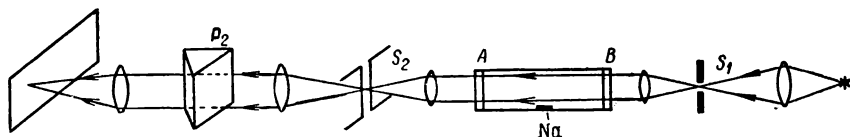


Рис. 129. Метод наблюдения аномальной дисперсии в парах натрия.

через сосуд, свет падает на вертикальную щель S_2 и разлагается призмой P_2 в спектр. Преломляющее ребро призмы P_2 параллельно щели S_2 , и спектр получается в виде горизонтальной полоски. Благодаря наличию горизонтальной щели S_1 эта полоска узка. Если подогреть металлический натрий в сосуде AB снизу и одновременно охладить верхнюю часть сосуда AB , то в ней получится

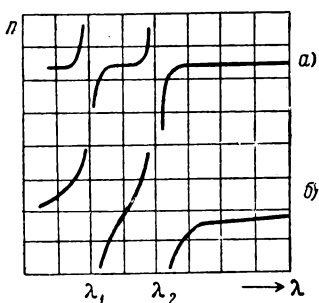


Рис. 130. Аномальная дисперсия в парах натрия вблизи линий поглощения: а — при малой; б — при большой плотности паров натрия.

неоднородный столб паров натрия. Внизу плотность паров будет больше, наверху меньше. Такой неоднородный столб паров действует, как призма с преломляющим ребром, расположенным сверху, перпендикулярно к длине сосуда. В результате получится „призма“ из паров натрия, скрещенная с призмой P_2 . Эта призма, как было пояснено выше, сместит все области спектра. Однако теперь, благодаря аномальному характеру дисперсии паров натрия, смещенный спектр окажется не монотонно изогнутым, а обнаружит характерные изгибы вблизи длин волн λ_1 и λ_2 . В местах, отвечающих длинам волн λ_1 и λ_2 , появятся темные полосы поглощения. На рис. 130а представлен полу-

чаемый изгиб спектра. В сторону больших длин волн от линий поглощения спектр сильно отклонен вниз, что отвечает большим значениям коэффициента преломления натрия в этой области. В сторону коротких длин волн от линий поглощения спектр изогнут вверх, что указывает на значения коэффициента $n < 1$. Между обеими линиями поглощения коэффициент преломления круто спадает в сторону увеличения длин волн. При больших плотностях пара изгиб спектра увеличивается и принимает вид, изображенный на рис. 130б,

Другой метод изучения аномальной дисперсии предложен Д. С. Рождественским. В этом методе используется измененный интерферометр Жамена (§ 264). Интерферометр изменен таким образом, что пучки 1 и 2 могут быть разведены друг от друга на много сантиметров. Схема интерферометра Рождественского изображена на рис. 131, где A_1, A_2, A_3, A_4 — четыре плоских зеркала, из которых зеркала A_2 и A_3 сплошные, а остальные два — полу-

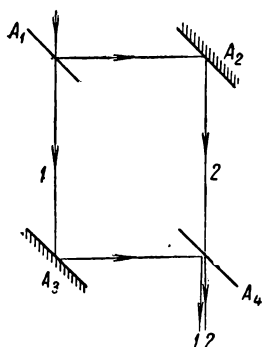


Рис. 131. Схема интерферометра Д. С. Рождественского.

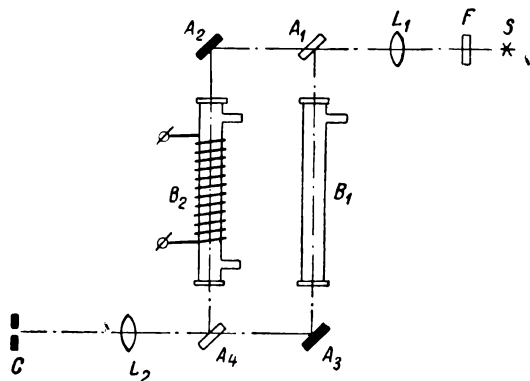


Рис. 132. Метод Д. С. Рождественского наблюдения аномальной дисперсии.

прозрачные. При отражениях от зеркал A_1 и A_2 возникают сильно разведенные пучки света 1 и 2, которые затем снова собираются вместе с помощью зеркал A_3 и A_4 и интерферируют.

Д. С. Рождественский использовал свой интерферометр для изучения аномальной дисперсии. Сущность метода Рождественского заключается в следующем. В обе ветви интерферометра вводятся две одинаковые кюветы B_1 и B_2 (рис. 132). В одну из кювет, например B_2 , вводится исследуемый металл; эта кювета может нагреваться электрической печкой до температуры, достаточной для того, чтобы в ней получались пары металла при необходимом давлении. Вторая кювета откачивается. Через интерферометр пропускается свет от источника сплошного спектра S . Возникающая интерференционная картина проектируется с помощью линзы L_2 на щель спектрографа C . Предположим, что сперва кювета B_2 не нагрета, и в ней отсутствуют пары. Тогда интерферометр даст на щели спектрографа ряд интерференционных максимумов и минимумов в виде полос, перпендикулярных к длине щели. Положение максимума, соответствующего нулевой разности хода, не зависит от длины волны. Отсюда следует, что этому максимуму в сплошном спектре, даваемом спектрографом, отвечает горизонтальная светлая полоса, тянущаяся вдоль всего спектра. Максимумы же, соответствующие разностям хода в одну, две, три и т. д. длины волны, располагаются для разных длин волн падающего света на разных высотах щели. Им отвечают в сплошном спектре светлые полосы, расположенные выше и ниже нулевой полосы и

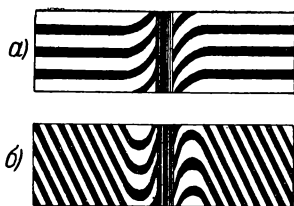


Рис. 133. Изгиб интерференционных кривых около линии поглощения.

расходящиеся веером от синей области спектра к красной. Между светлыми полосами располагаются темные, отвечающие минимумам в интерференционной картине, отброшенной на щель. В результате сплошной спектр оказывается вдоль всей длины прочерченным попеременно светлыми и темными полосами.

Если теперь нагреть кювету B_2 настолько, чтобы в ней появились пары исследуемого металла, то столб этих паров даст добавочную разность хода, и интерференционные полосы сместятся на величину, пропорциональную этой добавочной разности хода. Разность же хода при данной длине столба паров пропорциональна $n - 1$, где n — коэффициент преломления паров. Благодаря этому смещение интерференционных полос в спектрографе непосредственно воспроизведет ход дисперсии во всей наблюдаемой области. Если на эту область приходится какая-либо из линий поглощения исследуемого пара, то интерференционные полосы изогнутся около нее, как показано на рис. 133а. Их изгиб весьма наглядно изобразит ход показателя преломления вблизи линии поглощения.

Впоследствии Рождественский подверг указанный метод усовершенствованию, позволившему производить точные количественные промеры. Он пока-

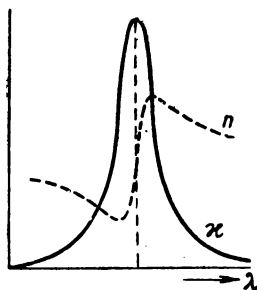


Рис. 134. Зависимость коэффициента поглощения κ и коэффициента преломления n от длины волны λ в области полос поглощения.

зал, что если во вторую ветвь интерферометра ввести плоско-параллельную пластинку стекла, то интерференционные полосы в спектрографе перегнутся и образуют вблизи линии поглощения своеобразные «крюки» (рис. 133б). При данной толщине стеклянной пластинки положение «крюков» определится величиной дисперсии около рассматриваемой линии поглощения паров. Чем сильнее дисперсия паров вблизи линии, тем дальше от линии образуются «крюки». Таким образом, по положению «крюков» можно непосредственно измерить величину дисперсии паров около линии поглощения.

Формула дисперсии (5) § 279 получается в предположении, что затухание колебаний электронов мало.

Учет затухания ведет к зависимости коэффициента преломления n от частоты ω , более сложной, чем даваемая дисперсионной формулой (5) § 279. Если κ — коэффициент поглощения, определяемый формулой (1а) § 278, то связь между n и κ имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} 2n^2\kappa &= \sum_i \frac{a_i g_i \omega}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + g_i^2 \omega^2}; \\ n^2(1 - \kappa^2) &= 1 + \sum_i \frac{a_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + g_i^2 \omega^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь a_i , g_i и ω_{0i} — определенные константы. При $g_i = 0$ первая из этих формул дает $\kappa = 0$, а вторая переходит в формулу (5) § 279. При наличии нескольких полос поглощения в формулы (2) войдут суммы членов, соответствующих различным значениям индекса i .

Формулы (2) позволяют проследить ход коэффициента преломления внутри широкой полосы поглощения. На рис. 134 пунктирная

линия изображает зависимость n от λ , а сплошная — зависимость χ от λ . Как видно, и здесь коэффициент преломления n принимает большие значения с длинноволновой стороны полосы поглощения и малые — с ее коротковолновой стороны. Внутри самой полосы поглощения имеется плавный переход от больших к малым значениям коэффициента преломления. Внутри полосы коэффициент преломления убывает с уменьшением длины волны, т. е. дает обратный („аномальный“) ход по отношению к ходу в прозрачных средах.

Поглощение вещества должно быть весьма значительным, чтобы повлиять на ход коэффициента преломления. Например, в окрашенных стеклах обычно „аномальный“ ход дисперсии не наблюдается, так как основную роль играет более сильное поглощение в ультрафиолетовой и инфракрасной областях. Влияние поглощения на ход дисперсии было экспериментально изучено в конце прошлого столетия в сильных красителях (фуксин, цианин). Для того чтобы можно было производить измерения внутри полосы поглощения, краситель приходится брать в виде тонких слоев.

На рис. 135 даны результаты измерений коэффициента поглощения χ и коэффициента преломления n цианина, хорошо согласующиеся с формулами (2). Измерения производились в очень тонких острых призмах из твердого цианина, наклеенных на стекло.

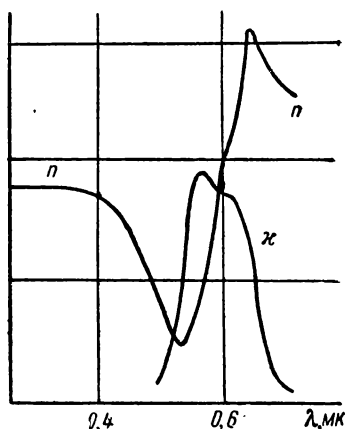


Рис. 135. Зависимость коэффициента поглощения χ и коэффициента преломления n от длины волны λ для цианина.

При выводе дисперсионной формулы предполагается, что на заряд, совершающий вынужденные колебания под влиянием падающей волны, не действуют соседние заряды, находящиеся в других атомах или молекулах. Для газов при достаточно больших давлениях, а тем более для жидких и твердых тел, это предположение неверно. В этих случаях необходимо учесть влияние на каждый данный заряд соседних зарядов. Такой учет приводит к зависимости коэффициента преломления света от числа частиц в единице объема, т. е. от плотности вещества. Теория указывает, что при этом должно существовать сравнительно простое соотношение между коэффициентом преломления вещества n и его плотностью δ :

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\delta} = \text{const.} \quad (3)$$

Соотношение (3) было в 1880 г. одновременно и независимо друг от друга выведено Г. А. Лоренцом и Л. Лорентцом и носит название формулы Лоренц — Лорентца. Величина $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\delta}$ называется *рефракцией вещества* R .

Опыты показывают, что действительно во многих случаях при изменении плотности прозрачного вещества под влиянием давления, при изменении температуры и даже при изменении агрегатного состояния, рефракция R остается неизменной.

В табл. IV приведены значения рефракции R воздуха при разных давлениях для средней части видимого спектра. Плотность воздуха при нормальных условиях положена равной единице.

Как видно, при возрастании плотности воздуха до 150 раз рефракция R остается, в пределах точности наблюдений, неизменной, одновременно величина $n - 1$, где n — коэффициент преломления, меняется сильно. Рефракция R

Т а б л и ц а IV

Плотность δ	Рефракция $R \cdot 10^7$	$(n - 1) \cdot 10^4$
1	1953	2,9
42,1	1959	12,4
96,2	1961	28,4
149,5	1956	44,2

при образовании смесей складывается аддитивно. Если R_i — рефракция отдельного компонента смеси и m_i — масса этого компонента в единице объема смеси, то рефракция смеси R равна:

$$mR = \sum_i m_i R_i, \quad (4)$$

где m — масса единицы объема смеси.

В физической химии нередко оказывается возможным найти рефракцию сложного вещества по рефракциям составляющих его элементов. Под *атомной рефракцией* подразумевается произведение рефракции данного химического элемента R_i на его атомный вес A_i . Также *молекулярной рефракцией* называется произведение рефракции сложного вещества R на молекулярный вес M . *Молекулярная рефракция складывается аддитивно из атомных рефракций* элементов, образующих данное соединение. Если в молекуле число атомов данного элемента равно k_i , то для молекулярной рефракции имеем:

$$MR = \sum_i k_i A_i R_i. \quad (5)$$

Выполнимость соотношений (4) и (5) указывает, что имеет место взаимодействие между частицами только данного сорта. В случае, когда друг на друга влияют и частицы разных сортов, правила аддитивного сложения рефракций не выполняются.

281. Призменные спектральные приборы. В § 279 описаны опыты Ньютона по получению спектров с помощью призмы. В настоящее время для изучения спектров также часто употребляются призменные приборы, носящие название *спектроскопов* или *спектрографов*, в зависимости от того, предназначены ли они для визуальных наблюдений или для фотографирования спектров.

Схема призменного спектрографа дана на рис. 136, где S — щель, K — коллиматорная труба с объективом L_1 , A — призма, L_2 — второй объектив, в фокальной плоскости которого образуется спектр. Щель S освещается с помощью линзы светом от изучаемого источника I . Щель коллиматора — давать параллельный пучок лучей, который затем падает на призму. Пусть щель освещается каким-либо монохроматическим светом, например красным; тогда призма

лишь отклоняет лучи, и объектив L_2 дает в своей главной фокальной плоскости изображение щели S'_K . Если щель осветить монохроматическим светом другой длины волны, например фиолетовым, то призма сильнее отклонит лучи и изображение щели S'_Φ получится в другом месте. Если источник содержит набор монохроматических лучей различных длин волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$, то спектр будет состоять

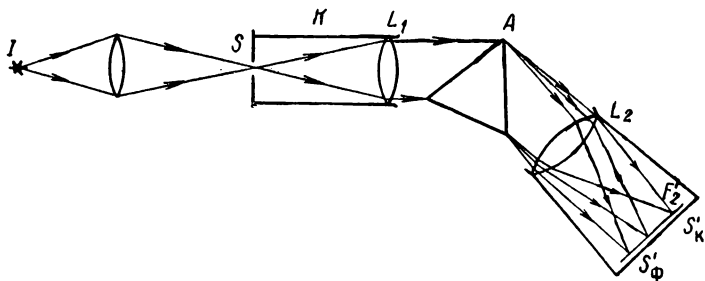


Рис. 136. Схема призмного спектрографа.

из отдельных светлых линий, каждая из которых представляет собою изображение щели в свете соответствующей длины волны (линейчатый спектр). В том же случае, когда щель освещается белым светом, ее изображения разных цветов, налагаясь друг на друга, дают непрерывную окрашенную полосу (сплошной спектр).

Для изучения спектров, относящихся к видимой и близкой инфракрасной области, линзы и призмы спектрографа делаются из стекла. Для изучения спектров в ультрафиолетовой области материалом для линз и призм должно служить вещество, прозрачное в ультрафиолете; в качестве такого вещества обычно употребляется кварц.

Для того чтобы дать количественную характеристику действия спектрографа, рассмотрим преломление света в симметричной трехгранной призме (рис. 137). Монохроматический луч PM , преломившись в призме, выходит в направлении NP' , образуя с первоначальным направлением некоторый угол φ . Для данной призмы угол отклонения φ зависит от значения угла падения i_1 луча PM на призму. При некотором определенном значении этого угла i_1 угол отклонения φ достигает минимума φ_0 . Это значение φ_0 называется *углом наименьшего отклонения*.

Соответственный расчет показывает, что $\varphi = \varphi_0$ при симметричном прохождении луча через призму, т. е. когда луч MN параллелен основанию призмы BC . Обратимся именно к этому случаю и свяжем значение угла наи-

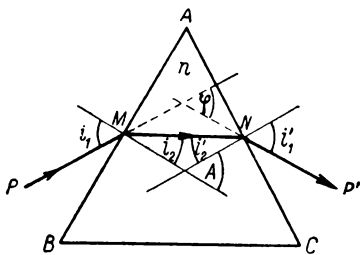


Рис. 137. Преломление света в призме.

меньшего отклонения φ_0 со значением преломляющего угла призмы A и коэффициентом преломления материала, из которого сделана призма.

Обозначим угол преломления луча у первой грани AB через i_2 . Пусть луч MN падает на грань AC под углом i'_2 . Из рис. 137 имеем

$$i_2 + i'_2 = A.$$

При симметричном прохождении луча MN через призму $i'_2 = i_2$, и из последнего равенства находим

$$i_2 = \frac{A}{2}. \quad (1)$$

Далее, из того же рисунка получаем

$$\varphi_0 = (i_1 - i_2) + (i'_1 - i'_2).$$

Так как при угле наименьшего отклонения $i'_2 = i_2$ и $i'_1 = i_1$, то

$$\varphi = 2i_1 - 2i_2.$$

Подставляя сюда вместо i_2 его значение по (1), найдем

$$\varphi_0 = 2i_1 - A$$

или

$$i_1 = \frac{A + \varphi_0}{2}. \quad (2)$$

По закону преломления

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2},$$

где n — коэффициент преломления материала призмы.

Подставляя в выражение закона преломления вместо i_1 и i_2 их значения по (1) и (2), получим

$$n = \frac{\sin \frac{A + \varphi_0}{2}}{\sin \frac{A}{2}}. \quad (3)$$

Равенство (3) связывает значение угла наименьшего отклонения φ_0 со значением преломляющего угла призмы A и значением коэффициента преломления материала призмы n .

В спектрографах призма обычно устанавливается вблизи положения наименьшего отклонения. Тогда можно считать, что лучи различных длин волн, которым соответствуют различные значения коэффициентов преломления n , отклоняются на разные углы φ_0 в соответствии с равенством (3).

Угловой дисперсией призмы называется величина D , равная производной угла отклонения по длине волны:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (4)$$

Угол отклонения φ непосредственно зависит (при данном угле падения i_1) от n и только n зависит от λ , поэтому можно написать:

$$D = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (4a)$$

Дифференцируя правую и левую части формулы (3) по φ_0 , получим

$$\frac{\delta n}{\delta \varphi_0} = \frac{1}{2} \frac{\cos \frac{A + \varphi_0}{2}}{\sin \frac{A}{2}},$$

откуда для дисперсии D , по (4а), находим

$$D = \frac{d\varphi_0}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A + \varphi_0}{2}} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (5)$$

Последнее выражение можно преобразовать, заметив, что по (2):

$$\cos \frac{A + \varphi_0}{2} = \cos i_1 = \sqrt{1 - \sin^2 i_1}.$$

Далее, по закону преломления, используя равенство (1), найдем

$$\sin i_1 = n \sin i_2 = n \sin \frac{A}{2},$$

после чего для $\cos \frac{A + \varphi_0}{2}$ будем иметь

$$\cos \frac{A + \varphi_0}{2} = \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}.$$

Подставив это выражение $\cos \frac{A + \varphi_0}{2}$ в (5), получим окончательно следующую формулу для угловой дисперсии призмы:

$$D = \frac{d\varphi_0}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (6)$$

Величина $dn/d\lambda$ называется дисперсией вещества и зависит от свойств материала, из которого сделана призма. Формула (6) показывает, что угловая дисперсия призмы с данным преломляющим углом A тем больше, чем больше коэффициент преломления n и чем больше дисперсия $dn/d\lambda$ вещества призмы. Поэтому призмы спектрографов делают из стекол с возможно большим коэффициентом преломления и возможно большей дисперсией (из так называемых тяжелых флинтгов). При данном материале призмы угловая дисперсия возрастает с увеличением угла преломления призмы A . На практике преломляющий угол обычно берется равным 60° , так как при больших углах приходится иметь дело со слишком косо падающим на призму пучком света.

Для характеристики спектрографа, как было сказано в § 271, рассматривается еще его разрешающая сила. В начале этого параграфа мы видели, что в свете каждой линии в спектре возникает изображение щели. Для бесконечно узкой щели S и полной коррекции оптической системы спектрографа на абберации предел разрешающей силы кладется наличием дифракционных явлений. На объектив спектрографа L_2 из призмы (в свете данной длины волны λ) падает параллельный пучок лучей AM , CN (рис. 136 и 138). Этот пучок ограничен габаритами призмы, в результате чего он равносителен пучку, прошедшему через щель шириной CD . В фокальной плоскости F_2

объектива L_2 он дает дифракционную картину, которая совпадает с дифракционной картиной от одной щели, разобранной нами в § 269.

Угловое расстояние $\delta\varphi$ между главным максимумом и первым минимумом в этой дифракционной картине равно

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{d}, \quad (7)$$

где d в данном случае есть сечение пучка CD .

Если одновременно на призму падает свет с другой длиной волны, например с длиной волны $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$, то он даст свою дифракционную картину, несколько смещенную относительно первой. По критерию Релея (§ 271),

обе эти дифракционные картины будут разрешены, если угловое расстояние между их максимумами равно $\delta\varphi$.

С другой стороны, угловое расстояние $\delta\varphi$ между линиями с разностью длин волн $\delta\lambda$ мы можем найти по формуле (6); оно равно

$$\delta\varphi = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \delta\lambda.$$

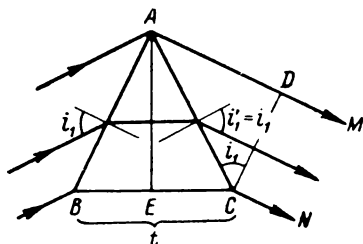


Рис. 138. К выводу выражения для разрешающей силы призмы.

Приравнявая это выражение для $\delta\varphi$ выражению для $\delta\varphi$ по (7), найдем условие, которому должна удовлетворять разность длин волн $\delta\lambda$ двух едва разрешимых (в смысле критерия Релея) спектральных линий:

$$\frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \delta\lambda = \frac{\lambda}{d}$$

или

$$\delta\lambda = \frac{\lambda \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}}{2d \sin \frac{A}{2}} \frac{1}{\frac{dn}{d\lambda}}. \quad (8)$$

Преобразуем это выражение. Из рис. 138 имеем

$$d = AC \cos i_1 = AC \sqrt{1 - \sin^2 i_1}.$$

Для минимума отклонения $\sin i_1 = n \sin i_2 = n \sin \frac{A}{2}$, в результате чего выражение для d можно переписать в виде:

$$d = AC \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}.$$

Далее

$$AC = \frac{CE}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{t}{2 \sin \frac{A}{2}},$$

где через t обозначено основание призмы BC . Отсюда для d получим

$$d = \frac{t \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}}{2 \sin \frac{A}{2}}.$$

Подставив это значение d в (8), найдем для $\delta\lambda$ следующее выражение:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{t \frac{dn}{d\lambda}}. \quad (9)$$

Из формулы (9) видно, что призма способна разрешать тем более близкие спектральные линии, чем больше ее основание t и чем больше дисперсия $dn/d\lambda$ вещества, из которого она сделана.

Для разрешающей силы призмы, по (9), получаем

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = t \frac{dn}{d\lambda}. \quad (9a)$$

Таким образом, разрешающая сила призмы определяется только величиной ее основания t и дисперсией вещества. Призмы с одним и тем же основанием, но разными преломляющими углами A , имеют одну и ту же разрешающую силу. Следует иметь в виду, что формула (9a) выведена в предположении, что призма полностью заполнена световым пучком.

§ 282. Групповая скорость света. Монохроматическая волна, описываемая уравнением (т. I, § 108):

$$y = a \cos \omega \left(t - \frac{r}{v} \right),$$

представляет собою пространственно-временной периодический процесс, захватывающий все пространство и длящийся бесконечно долго. Отрезок r определяет положение поверхностей одинаковых фаз AB по отношению к некоторой начальной плоскости OO' (рис. 139). Вдоль каждой прямой, нормальной к поверхностям одинаковых фаз, смещения y даются бесконечной косинусоидой. Величина v представляет собой скорость, с которой в установившемся волновом процессе перемещается каждая поверхность одинаковых фаз AB ; эта величина, как было указано, называется *фазовой скоростью*. При выводе по принципу Гюйгенса закона преломления (§ 255) рассматривались именно фазовые скорости волн. Поэтому в выражении для коэффициента преломления $n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$ под скоростями волн v_1 и v_2 подразумеваются *фазовые скорости*.

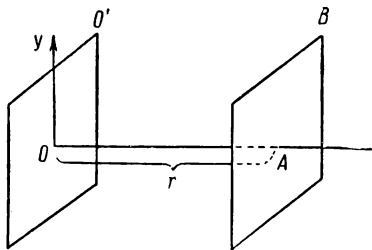


Рис. 139. Поверхность одинаковых фаз.

При выводе по принципу Гюйгенса закона преломления (§ 255) рассматривались именно фазовые скорости волн. Поэтому в выражении для коэффициента преломления $n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$ под скоростями волн v_1 и v_2 подразумеваются *фазовые скорости*.

При распространении немонахроматического света в преломляющем веществе отдельные его монахроматические косинусоидальные составляющие распространяются с различными скоростями, и в этом случае, наряду с фазовой скоростью, надо рассматривать *групповую скорость* (т. I, § 114). Под групповой скоростью подразумевается скорость, с которой распространяется максимум колебаний сложного колебательного процесса, возникающего при наложении друг на друга отдельных монахроматических волн (уточнение см. в мелком шрифте). Если отдельные волны распространяются с разными скоростями, то этот максимум распространяется со скоростью, отличной от их фазовых скоростей. Только в веществе, где скорости волн любых длин одинаковы, групповая и фазовая скорости совпадают. Таким образом, во всяком диспергирующем веществе для немонахроматического света надо различать групповую и фазовую скорости.

В т. I, § 114, было показано, что групповая скорость u равна

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \quad (1)$$

где v — фазовая скорость и λ — длина волны. Из формулы (1) видно, что когда $\frac{dv}{d\lambda} > 0$, т. е. когда v возрастает с λ , групповая скорость u меньше фазовой скорости v . Этому случаю соответствует убывание коэффициента преломления n с возрастанием длины волны, что имеет место для прозрачных веществ (нормальная дисперсия).

Таким образом, в областях нормальной дисперсии групповая скорость света меньше фазовой. В областях возрастания коэффициента преломления с длиной волны („аномальная“ дисперсия при сильном поглощении) $\frac{dv}{d\lambda} < 0$, и групповая скорость больше фазовой.

Фактически световые колебания всегда (и в тех случаях, когда выделен свет определенного цвета) представляют собою сложное колебание, которое может быть разложено по теореме Фурье на бесчисленное множество косинусоид. На каждую отдельную косинусоиду приходится бесконечно малое количество энергии. Предоставим такому сложному свету, начиная с некоторого момента, распространяться в определенном направлении, открыв, например, заслонку. Отдельные его составляющие будут распространяться в диспергирующем веществе с разными скоростями и достигнут наблюдателя в разное время. Каждая отдельная составляющая принесет бесконечно мало энергии, основная часть энергии будет переноситься той областью, где колебания максимальны. Наблюдатель воспримет колебания тогда, когда до него дойдет их максимум. Отсюда ясно, что *при измерении скорости распространения волн по тому времени, которое затрачивается для передачи энергии от одного места до*

другого, измеряется групповая скорость. Но именно к такому методу относятся все описанные (§ 254) методы определения скорости света: метод затмения спутников Юпитера, метод Физо, методы вращающегося зеркала и призмы. Некоторое сомнение может возникнуть по поводу метода звездной аберрации, но и в этом случае, как показывает более подробный анализ, измеряется групповая скорость. Таким образом, все методы непосредственного измерения скорости света дают групповую скорость.

Для воздуха дисперсия настолько мала, что групповая скорость практически совпадает с фазовой. Различие между фазовой и групповой скоростями было установлено Майкельсоном для сероуглерода, обладающего в видимой области значительной дисперсией. Майкельсон получил для отношения скорости света в пустоте к скорости света в сероуглероде значение 1,76, в то время как коэффициент преломления сероуглерода, дающий отношение скорости света в пустоте к фазовой скорости, равен 1,64.

Внутри интенсивной полосы поглощения $\frac{dn}{d\lambda}$ положительно (рис. 134), следовательно, $\frac{dv}{d\lambda} < 0$ ($n = \frac{c}{v}$). Кроме того, для длин волн, немного меньших резонансной, может оказаться, что $n < 1$, следовательно, фазовая скорость $v > c$. Отсюда следует по формуле (1), что внутри полосы поглощения и групповая скорость может принять значения, большие c . Однако этот вывод не противоречит теории относительности, по которой энергия не может передаваться со скоростью, большей скорости света в пустоте. Дело в том, что влияние вещества на скорость распространения света определяется взаимодействием световой волны с заряженными частицами, входящими в состав атомов и молекул. Для того чтобы это взаимодействие установилось, волна должна дойти до соответствующих частиц. Между частицами она распространяется с той же скоростью, что и в пустоте.

Отсюда вытекает, что фронт волны распространяется в любом веществе со скоростью света в пустоте и что, следовательно, через диспергирующее вещество, даже в том случае, если групповая скорость больше c , энергия не может быть перенесена от одного места к другому со скоростью, превышающей скорость света в пустоте. Строгая теория подтверждает, что скорость фронта волны в любом веществе равна скорости света в пустоте. Что же касается скорости распространения энергии (скорости максимума колебаний), то оказывается, что групповая скорость, определенная по формуле (1), совпадает со скоростью распространения энергии лишь там, где дисперсия нормальна. В области же аномальной дисперсии скорость распространения энергии заметно отличается от групповой скорости и всегда меньше c .

§ 283. Распространение света в оптически неоднородном веществе. Под *оптически неоднородным* веществом подразумевается вещество, коэффициент преломления n которого непрерывно меняется от точки к точке. В таком веществе разные части волнового фронта распространяются с разными скоростями, в результате чего поверхность фронта непрерывно деформируется. Лучи, которые являются линиями, ортогональными к поверхности одинаковых фаз, в этом

случае оказываются *кривыми*. Рассмотрим вещество (рис. 140), коэффициент преломления которого непрерывно меняется от значения n до значения n' , причем положим $n < n'$. Пусть в некоторый момент времени волновой фронт представляет собою плоскость aa' , перпендикулярную к плоскости рисунка. При дальнейшем распространении

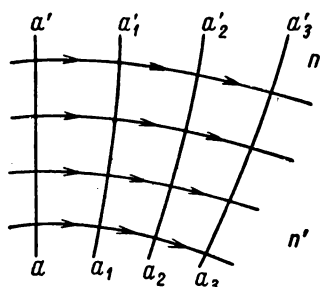


Рис. 140. Загибание лучей в неоднородном веществе.

волны фронт aa' будет быстрее перемещаться там, где n меньше, и медленнее там, где n больше. Поэтому его положения в последующие моменты времени изобразятся кривыми поверхностями $a_1a'_1$, $a_2a'_2$ и т. д. Лучи, пересекающие нормально каждое из положений волнового фронта, загнутся на рис. 140 книзу. Примером неоднородного вещества может служить земная атмосфера, рассматриваемая в достаточно больших толщах. Изменение давления атмосферы с высотой ведет и к изменению с высотой коэффициента преломления. Коэффициент преломления на больших высотах имеет меньшие значения, а у поверхности Земли — большие. В результате этого луч, идущий к Земле от какой-либо звезды, преломляясь в атмосфере, изгибается (рис. 141). Видимое положение звезды S' смещено относительно ее истинного положения S . Это явление носит название *астрономической рефракции*, а угловое смещение $\Delta\varphi$ — угла рефракции. Угол астрономической рефракции $\Delta\varphi$ равен нулю для звезд, расположенных в зените, и максимален для звезд, находящихся у горизонта; здесь он достигает $35'$.

Благодаря астрономической рефракции, Солнце у горизонта кажется приплюснутым, и видимое его положение приподнято над истинным; это ведет к некоторому увеличению продолжительности дня. С преломлением лучей в атмосфере приходится считаться также при геодезических измерениях на больших расстояниях. Местные случайные неоднородности атмосферы вызывают мерцание звезд. Неоднородности температуры атмосферы по высоте, имеющие место над поверхностью разогретой земли или над морем, вызывают изменения коэффициента преломления, чем объясняются явления *миража*. Можно искусственно воспроизвести мираж, заставляя лучи распространяться над разогретой поверхностью.

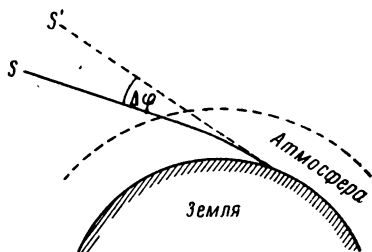


Рис. 141. Загибание лучей в земной атмосфере.

На преломлении света в областях с непрерывно меняющимся коэффициентом преломления основан метод обнаружения небольших местных неоднородностей в прозрачных веществах (стекле, воздухе и т. д.). Схема этого метода изображена на рис. 142. Длиннофокусная линза L дает в точке S' действительное изображение малого источника света S (например, искры или катера вольтовой дуги). Если за изображением S' в точке b поместить глаз

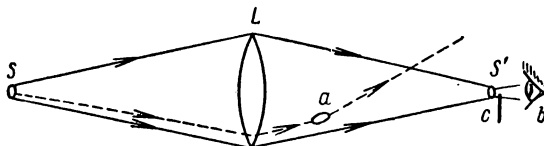


Рис. 142. Метод определения неоднородностей в прозрачном веществе.

так, чтобы свет от изображения падал на него, и сфокусировать глаз на поверхность линзы L , то вся поверхность линзы представится равномерно освещенной. При закрывании части изображения S' непрозрачным экраном c поверхность линзы по-прежнему будет казаться вся освещенной, так как каждая точка изображения S' образуется лучами, прошедшими через все места линзы L . Освещенность линзы станет, однако, слабее, так как экран загорит часть лучей. Если между линзой L и экраном c имеется какая-либо неоднородность a , иначе преломляющая свет, чем окружающее вещество, то проходящие через нее лучи отклонятся. Благодаря этому мимо экрана c пройдет больше или меньше света (в зависимости от того, в каком направлении неоднородность отклонит лучи), чем при отсутствии неоднородности. В результате область неоднородности покажется ярче или темнее, чем поверхность линзы. Таким способом могут быть обнаружены неоднородности, весьма мало отличающиеся по коэффициенту преломления от соседних участков вещества.

Для уточнения метода наблюдение можно вести через зрительную трубу или заменить глаз фотокамерой, сфокусированной на поверхность линзы L .

Указанный метод используется при контроле качества оптического стекла, присутствие неоднородностей в котором (так называемых *свилей*) делает его непригодным для изготовления точных оптических систем. Этот метод позволяет также фотографировать мгновенное положение меняющихся со временем неоднородностей, если воспользоваться весьма кратковременным освещением с помощью искры. Таким образом фотографируются места сгущений и разрежений в звуковых волнах, во взрывных волнах и волнах, вызываемых в воздухе быстро движущимися предметами, например летящей пулей (рис. 143).

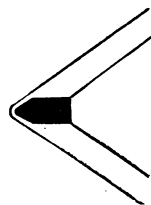


Рис. 143. Фотография волны, вызываемой в воздухе летящей пулей.

§ 284. Прохождение света через мутное вещество. При прохождении пучка световых лучей через мутное вещество (туман, жидкость, содержащую взвешенные частицы, коллоидный раствор и т. д.) часть света *рассеивается* в стороны; благодаря этому пучок становится видимым при наблюдении сбоку.

В результате рассеяния света в стороны в мутном веществе плотность потока энергии в направлении распространения убывает

быстрее, чем при наличии одного поглощения. Поэтому для мутного вещества в выражении закона поглощения света [формула (2) § 276], наряду с коэффициентом истинного поглощения k , должен стоять добавочный коэффициент k' , обусловленный рассеянием:

$$u = u_0 e^{-(k+k')l}. \quad (1)$$

Коэффициент k' носит название *коэффициента экстинкции*.

По принципу Гюйгенса — Френеля, каждая точка волнового фронта, распространяющегося в пустоте или в сплошном однородном веществе, может рассматриваться как источник вторичных элементарных волн. Эти вторичные волны усиливают друг друга в направлении распространения волны и гасят в других направлениях. Фактически,

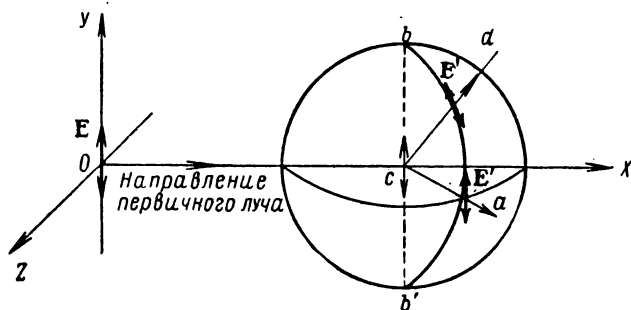


Рис. 144. Возникновение рассеянной волны; первичная волна плоско поляризована.

существующие неоднородности в любом веществе, вызванные его атомарным строением, не играют роли, поскольку они сказываются лишь на участках, много меньших длины световой волны (длина световой волны $\lambda \cong 5 \cdot 10^{-5}$ см, расстояние между атомами в жидких и твердых веществах — порядка 10^{-8} см, а в газах при нормальных условиях — порядка 10^{-7} см).¹ Не так обстоит дело, если в однородное вещество беспорядочно вкраплены частицы, находящиеся друг от друга на расстояниях, больших длины волны (сами частицы могут быть меньше длины волны). В этом случае волны, отраженные от каждой из частиц, не имеют определенных разностей фаз и более или менее усиливают друг друга во всех направлениях. Таким образом, возникает свет, рассеянный в стороны.

Под влиянием колебаний электрического вектора световой волны электроны в рассеивающей частице начинают совершать вынужденные колебания и сами испускать волны. Если частица мала по сравнению

¹ На роль флуктуаций плотности указано ниже.

с длиной световой волны, то совокупность колебаний в ней может быть сопоставлена колебанию одного электрического диполя. Для простоты предположим, что свет прямолинейно поляризован и вектор \mathbf{E} колеблется параллельно оси OY (рис. 144). Тогда и вынужденные электрические колебания в изотропной частице C будут совершаться также параллельно оси OY . Они поведут к образованию вторичной поляризованной сферической волны. Электрический вектор \mathbf{E}' в этой рассеянной волне для каждого направления лежит в плоскости, содержащей ось диполя bb' ; благодаря поперечности световых волн вектор \mathbf{E}' одновременно перпендикулярен направлению распространения волны (например, перпендикулярен направлению ca или cd). Амплитуда вторичной волны максимальна в направлениях, лежащих в плоскости XOZ ; она равна нулю в направлении оси диполя bb' .

В результате мы имеем: *если первичный пучок плоско поляризован, то и рассеянный свет плоско поляризован и имеет различную интенсивность в разных направлениях*. На рис. 145 представлена векторная диаграмма распределения интенсивностей в рассеянном свете в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения первичного пучка (параллельной плоскости YOZ на рис. 144).

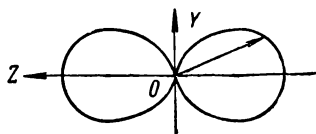


Рис. 145. Распределение интенсивности в рассеянном свете.

При распространении плоско поляризованного пучка света через мутное вещество пучок хорошо виден сбоку, если на него смотреть в плоскости поляризации первичного пучка,¹ и вовсе не виден, если смотреть в направлении, перпендикулярном к этой плоскости.

Вынужденные колебания в рассеивающей частице происходят с той же частотой ν , с которой совершаются колебания в падающей волне. Поэтому *частота рассеянного света совпадает с частотой света в первичном пучке*. По электромагнитной теории света амплитуда волны, излучаемой электрическим диполем, пропорциональна квадрату частоты его колебаний ν^2 . Интенсивность света, измеряемая плотностью потока энергии, пропорциональна квадрату амплитуды. Отсюда вытекает, что *интенсивность рассеянного света пропорциональна частоте в четвертой степени* или, что то же самое, обратно пропорциональна длине волны в четвертой степени:

$$I \sim \nu^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}. \quad (2)$$

Это соотношение носит название закона Релея.

¹ Напомним, что плоскость поляризации перпендикулярна плоскости, в которой колеблется электрический вектор \mathbf{E} . На рис. 144 плоскостью поляризации первичного пучка является плоскость XOZ .

При рассеянии белого света в мутном веществе с мелкими частицами, рассеянный свет кажется голубым, так как по закону Релея голубые и синие лучи, имея меньшую длину волны, рассеиваются сильнее желтых и красных. Проходящий же через мутное вещество белый свет становится красноватым, так как он обедняется из-за рассеяния лучами с малыми длинами волн.

Если свет в первичном пучке неполяризован, то интенсивность рассеянного света во всех направлениях в плоскости, перпендикулярной к первичному пучку, одинакова. Остается лишь зависимость интенсивности рассеянного света от угла φ между направлением первичного пучка и направлением рассеяния.

Зависимость интенсивности от угла φ носит следующий характер:

$$I \sim (1 + \cos^2 \varphi);$$

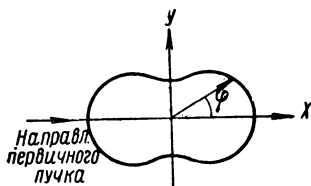


Рис. 146. Зависимость интенсивности рассеянного света от угла рассеяния φ .

графически она выражается кривой, симметричной относительно первичного пучка и относительно линии, к нему перпендикулярной (рис. 146).

Рассеянный свет поляризован и в том случае, когда первичный пучок света неполяризован. Это является следствием поперечности световых волн. Действительно, при распространении первичного пучка в направлении оси OX (рис. 144) колебания электрического вектора E происходят в плоскости YOZ . При наблюдении рассеянного света в направлении, перпендикулярном к направлению первичного пучка (например, в направлении оси OZ), вынужденные колебания в рассеивающих частицах можно разложить на две составляющие: одну вдоль оси OY и другую вдоль оси OZ . Благодаря поперечности световых волн, колебания в рассеянной волне, распространяющейся в направлении оси OZ , будут вызваны лишь составляющими колебаний частиц вдоль оси OY . Таким образом, электрический вектор E' в рассеянном свете будет совершать колебания параллельно оси OY , и свет окажется полностью поляризованным. При косом направлении наблюдения, по отношению к направлению первичного пучка, рассеянный свет поляризован частично.

Указанные закономерности перестают выполняться, если размеры рассеивающих частиц больше длины световой волны. Для таких частиц интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна квадрату длины волны. Рассеянный белый свет в случае крупных рассеивающих частиц в меньшей степени принимает голубоватый оттенок, чем в случае мелких частиц, когда выполняется закон Релея. Это соответствует хорошо известному факту, что туман, состоящий из очень мелких капелек, кажется синим, а состоящий из более крупных — белым.

В случае крупных частиц рассеянный свет поляризован лишь частично, причем степень поляризации зависит от размеров и формы частиц. Также и зависимость интенсивности рассеянного света от направления рассеяния принимает более сложный характер.

Как указано в начале этого параграфа, вполне однородное вещество не должно рассеивать свет. Однако в действительности даже самым тщательным образом обеспыленное и лишенное всяких посторонних частиц вещество в некоторой степени рассеивает свет. Причина этого, как было выяснено Л. И. Мандельштамом и М. Смолуховским, лежит в существовании флуктуаций плотности. Так как флуктуации плотности обусловлены молекулярно-кинетической природой строения вещества (см. т. I), то рассеяние от флуктуаций называется *молекулярным*.

Молекулярное рассеяние существует в газах, в жидкостях и в твердых телах. Оно очень слабо, и в большинстве случаев в единице объема рассеивается лишь $\sim 10^{-6} - 10^{-7}$ часть от энергии первичного пучка.

Интенсивность молекулярного рассеяния возрастает с температурой, так как при повышении температуры флуктуации плотности становятся сильнее.

По этому признаку молекулярное рассеяние можно отличить от рассеяния посторонними частицами, которое не зависит от температуры. При плоско поляризованном свете в первичном пучке свет, рассеянный от флуктуаций, поляризован, но частично. Степень его деполаризации зависит от степени анизотропии молекул.

Молекулярным рассеянием объясняется голубой цвет неба. Непрерывно возникающие в атмосфере, благодаря беспорядочному молекулярному движению, места сгущения и разрежения воздуха рассеивают солнечный свет. При этом, по закону Релея, голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные. Свет, рассеянный небесным сводом, частично поляризован; величина и характер этой поляризации согласуются с вычисленными теоретически.

Теория дает также величину коэффициента экстинкции k' . Для молекулярного рассеяния в газе

$$k' = \frac{8\pi^3}{3N\rho} \frac{(\epsilon - 1)^2}{\lambda^4},$$

где N — число Авогадро, ρ — плотность, ϵ — диэлектрическая постоянная.

По наблюдениям, произведенным в 1912 г. на пике Тенериф, в условиях отсутствия запыления атмосферы, для воздуха коэффициент k' оказался равным $5,6 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1}$ (для $\lambda = 0,375 \text{ мк}$ и нормальных давления и температуры). Отсюда для числа Авогадро получается значение $N = 6,6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$, что в пределах ошибки наблюдения совпадает с истинным.

Особо благоприятные условия для возникновения значительных флуктуаций плотности имеют место вблизи критического состояния вещества. В результате этих флуктуаций происходит интенсивное рассеяние света.

Действительно, при критической температуре наблюдается интенсивное рассеяние света, известное под названием *критической опалесценции*. Другой случай интенсивного молекулярного рассеяния наблюдается в растворах при критической температуре смешения. Под критической температурой смешения подразумевается температура, при которой две жидкости, взятые в определенной пропорции, образуют однородную смесь. При приближении к критической температуре смешения возникают значительные флуктуации концентрации, которые и ведут к интенсивному рассеянию света.

Рассеяние света, как было выяснено Л. И. Мандельштамом, имеет место и на поверхности жидкости. Благодаря тепловому движению молекул, поверхность жидкости не представляет собою идеального зеркала, но обладает некоторой матовостью. Однако в обычных условиях из-за сил поверхностного натяжения эта матовость выражена весьма слабо.

Роль сил поверхностного натяжения значительно меньше на границе двух жидкостей с близкими значениями коэффициентов поверхностного натяжения. И действительно, от границы двух таких жидкостей наблюдается значительное рассеяние света.

Изучение рассеянного света играет существенную роль при исследовании в физической химии свойств коллоидных частиц, взвешенных в каком-либо веществе.

Наличие рассеянного света указывает на присутствие в растворе коллоидных частиц. По закону Релея, интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны и прямо пропорциональна квадрату объема рассеивающих частиц (при условии, что размеры частиц меньше длины световой волны). Таким образом, по интенсивности и цвету рассеянного света можно судить о размерах коллоидных частиц.

Закон обратной пропорциональности четвертой степени длины волны не справедлив для коллоидных частиц металлов. Такие частицы не только рассеивают, но и селективно поглощают свет.

Цвет света, прошедшего через раствор коллоидных частиц металла, зависит в результате от двух причин: от рассеяния лучей и от их поглощения в частицах. Это ведет к сложной зависимости цвета прошедшего света от размеров частиц. Так, коллоидный раствор серебра, в зависимости от размера частиц, может быть напросвет красным или зеленым.

Рассеяние наблюдается и от коллоидных частиц, вкрапленных в какое-либо прозрачное твердое тело, например, присутствие в стекле коллоидных частиц золота придает ему характерную лиловато-красную («рубиновую») окраску.

ГЛАВА XXV

ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ АНИЗОТРОПНЫЕ ВЕЩЕСТВА

§ 285. Прохождение света через анизотропное вещество. Прохождение света через анизотропное вещество (кристалл) связано с рядом своеобразных явлений. Еще в 1670 г. Эразм Бартоломинус наблюдал, что при прохождении через исландский шпат¹ световой луч разбивается на два. Это явление получило название *двойного лучепреломления*.

Кристалл исландского шпата легко раскалывается по определенным плоскостям (плоскостям спайности), образуя ромбоэдр (рис. 147). Узкий пучок света, преломляясь в таком кристалле, дает два пучка, идущих по несколько различным направлениям. По выходе из кристалла оба пучка имеют направления, параллельные первоначальному, и если пучки достаточно узки, а кристалл достаточно толст, то они пространственно разделены (рис. 148). При рассматривании через такой кристалл какого-либо объекта глазом, объект двоится. Например, если на лист белой бумаги нанести черную точку и рассматривать ее через кристалл исландского шпата, то видны две точки.

Большинство других прозрачных кристаллов также в той или иной мере обнаруживают явление двойного лучепреломления. Не дают двойного лучепреломления кристаллы, принадлежащие к кубической системе (например, кристаллы каменной соли).

Вырезав каким-либо образом из кристалла плоско-параллельную пластинку и исследуя направление обоих лучей, возникающих внутри пластинки при двойном лучепреломлении, можно убедиться, что для одного из них отношение синуса угла падения к синусу угла преломления $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ остается постоянным при изменении угла падения; этот луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной к поверхности пластинки в точке падения. Таким образом

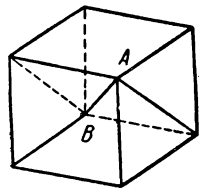


Рис. 147. Естественный кристалл исландского шпата.

Оптической осью является любая прямая, параллельная оси AB .

¹ Кристалл гексагональной системы углекислого кальция (CaCO_3).

он удовлетворяет обычному закону преломления. Этот луч называется *обыкновенным лучом*. Второй луч называется *необыкновенным*.

Для него отношение $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном падении света на поверхность

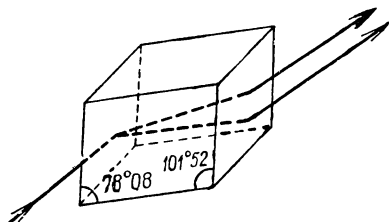


Рис. 148. Двойное лучепреломление в кристалле исландского шпата.

пластинки необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от первоначального направления (рис. 149). В этом случае $\sin i_1 = 0$, а $\sin i_2 \neq 0$, и отношение $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ оказывается равным нулю. При обратном прохождении необыкновенного луча из кристалла в воздух отношение синуса угла падения к синусу угла преломления может оказаться равным бесконечности. Необыкновенный луч не лежит, как правило, в плоскости падения, т. е. в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Угол преломления необыкновенного луча, а также угол между ним и плоскостью падения зависят не только от угла падения исходного луча, но и от ориентации преломляющей поверхности пластины и плоскости падения относительно оптической оси (см. ниже) кристалла.

Оба луча, обыкновенный и необыкновенный, *полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях*.¹

Меняя направление падающего луча, можно убедиться, что внутри кристалла существуют такие направления, вдоль которых луч распространяется, не разбиваясь на два. Для исландского шпата таким направлением является направление, параллельное диагонали *AB*, соединяющей тупые углы естественного ромбоэдра (рис. 147). Прямая, проведенная через любую точку кристалла в направлении, в котором не происходит двойного

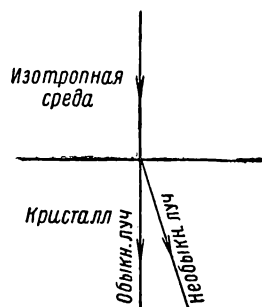


Рис. 149. Отклонение необыкновенного луча при нормальном падении света на преломляющую грань кристалла.

¹ Плоскости поляризации обыкновенного и необыкновенного лучей строго перпендикулярны друг к другу, если менять направление падающего луча так, чтобы по одному и тому же направлению в кристалле шел сперва один, а потом второй из преломленных лучей. Если обыкновенный и необыкновенный лучи возникают одновременно из одного падающего луча (как это обыкновенно бывает), то их плоскости поляризации, вообще говоря, не вполне перпендикулярны друг к другу, так как главные сечения (см. ниже) для обыкновенного и необыкновенного лучей, вообще говоря, не совпадают.

лучепреломления, называется *оптической осью*. Плоскость, содержащая оптическую ось и данный луч, называется *главным сечением* или *главной плоскостью кристалла*, соответствующей этому лучу. Через кристалл, очевидно, можно провести бесчисленное множество оптических осей и бесчисленное множество главных сечений. Линия пересечения любых двух главных сечений всегда является оптической осью.

Обыкновенный луч поляризован в плоскости соответствующего ему главного сечения, а необыкновенный — перпендикулярно к плоскости соответствующего ему главного сечения.

Вообще говоря, главные сечения обыкновенного и необыкновенного лучей не совпадают. Однако в большинстве случаев угол между плоскостями главных сечений обыкновенного и необыкновенного лучей мал и, следовательно, угол между плоскостями поляризации обоих лучей близок к $\frac{\pi}{2}$.

Оба главных сечения точно совпадают друг с другом, если оптическая ось лежит в плоскости падения.

Кристаллы, имеющие лишь одно направление, вдоль которого не происходит двойного лучепреломления, называются *одноосными*. Существуют кристаллы, имеющие два направления, вдоль которых не происходит двойного лучепреломления, — они называются *двуосными*.

В большинстве прозрачных одноосных кристаллов поглощение обыкновенного и необыкновенного лучей одинаково. Однако существуют и такие кристаллы, в которых один из лучей поглощается сильнее другого. Такое различие поглощения называется *дихроизмом*.

Вещь с сильным дихроизмом в видимых лучах обладает кристалл турмалина. В кристалле турмалина толщиной в 1 мм обыкновенный луч практически полностью поглощается. Это свойство турмалина используется для получения поляризованного света.

Кроме естественных твердых кристаллов, двойное лучепреломление дают так называемые жидкие кристаллы, аморфные тела при деформации и жидкости в электрическом поле (§ 293).

До сих пор мы полагали, что на кристалл падает естественный свет. Преломленные же лучи — обыкновенный и необыкновенный — при этом оказывались плоско поляризованными и одинаковой яркости (при отсутствии дихроизма). Предположим теперь, что на кристалл падает свет, полностью поляризованный в какой-либо определенной плоскости. В этом случае, вообще говоря, возникнут тоже два луча, но различной яркости. Пусть AA' (рис. 150) — плоскость, в которой колеблется электрический вектор в падающей волне (эта плоскость перпендикулярна к плоскости поляризации падающего света). Пренебрежем различием между главными сечениями обыкновенного и

необыкновенного лучей и будем считать эти сечения совпадающими. Пусть OO' — плоскость главного сечения (обоих лучей). Обыкновенный луч поляризован в плоскости главного сечения кристалла OO' , следовательно, электрический вектор в обыкновенной волне колеблется в плоскости BB' , перпендикулярной к OO' . Амплитуда обыкновенного луча a_o при отсутствии потерь на отражение и поглощение равна проекции амплитуды падающего луча a на направление BB' :

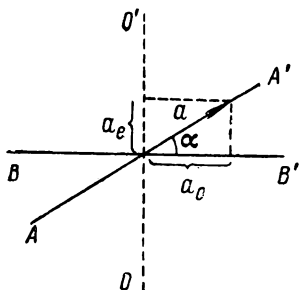


Рис. 150. Амплитуды колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах.

$$a_o = a \cos \alpha,$$

где α — угол между плоскостями колебаний в падающем и преломленном обыкновенном лучах; очевидно, одновременно α есть угол между плоскостями поляризации падающего и обыкновенного лучей. Так как поток энергии пропорционален квадрату амплитуды, то для потока W_o обыкновенного луча получим

$$W_o = W \cos^2 \alpha, \quad (1)$$

где W — поток энергии в падающем луче.

Необыкновенный луч поляризован в плоскости, перпендикулярной к главному сечению кристалла, колебания в нем совершаются в самой плоскости главного сечения OO' , поэтому амплитуда a_e необыкновенного луча равна

$$a_e = a \sin \alpha,$$

а следовательно, поток энергии W_e равен

$$W_e = W \sin^2 \alpha. \quad (1a)$$

Формулы (1) и (1a), определяющие потоки энергии в обыкновенном и необыкновенном лучах, возникающих из одного плоско поляризованного луча, носят название формул Малю.¹ Из (1) и (1a) для отношения потоков в необыкновенном и обыкновенном лучах, возникающих из одного плоско поляризованного луча, находим:

$$\frac{W_e}{W_o} = \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (2)$$

Сумма потоков в обоих лучах равна потоку в падающем луче:

$$W \cos^2 \alpha + W \sin^2 \alpha = W,$$

как это и следует из закона сохранения энергии.

¹ В русской физической литературе формулы (1) и (1a) иногда называются формулами Малюса. Они были впервые выведены в 1810 г. французским физиком Malus и экспериментально подтверждены Араго.

Полученные нами соотношения легко иллюстрировать на опыте. Пусть плоско поляризованный узкий пучок света I падает нормально на грань AB кристалла, вырезанного в виде пластинки (рис. 151). Если оптическая ось кристалла не нормальна к грани AB и не

параллельна ей, то необыкновенный луч I_e отклонится в кристалле и выйдет из него параллельно обыкновенному лучу I_o . Оба луча дадут светлые кружки O и E на экране C . При поворачивании кристалла вокруг оси, совпадающей с направлением обыкновенного луча I_o , кружок O на экране остается неподвижным, а кружок E перемещается вокруг него по кругу, на-

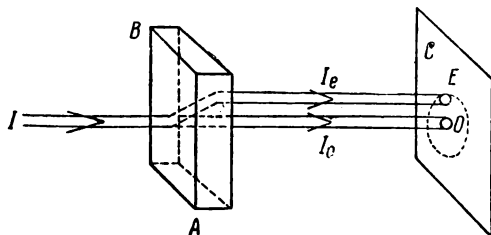


Рис. 151. Сравнение интенсивностей обыкновенного и необыкновенного лучей, возникающих из плоско поляризованного луча.

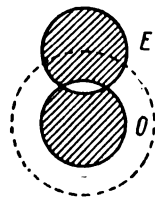


Рис. 152. Постоянство суммарной интенсивности обыкновенного и необыкновенного лучей.

меченному на рис. 151. При этом яркость обоих пучков меняется. Если установить кристалл таким образом, чтобы его главное сечение было параллельно плоскости поляризации падающего света ($\alpha = 0$), то луч I_o достигнет максимальной яркости, а луч I_e полностью погаснет. При поворачивании кристалла появится необыкновенный луч I_e и достигнет максимальной яркости при $\alpha = \frac{\pi}{2}$; обыкновенный луч при этом будет отсутствовать. При $\alpha = \pi$ обыкновенный луч снова станет максимально ярким, а необыкновенный затухнет и т. д.

Так же легко проверить, что сумма яркостей обоих лучей остается неизменной. Для этого следует настолько расширить падающий пучок света, чтобы оба кружка O и E на экране C несколько перекрыли бы друг друга (рис. 152). Тогда при поворачивании кристалла яркость каждого из кружков меняется, но та область, где они перекрываются, остается все время одинаково яркой.

§ 286. Волновые поверхности в одноосном кристалле. Объяснение двойного лучепреломления в одноосных кристаллах было впервые дано Гюйгенсом в его „Трактате о свете“ (1690 г.). Гюйгенс предположил, что обыкновенному лучу соответствует возникновение в кристалле волновой поверхности в виде сферы, а необыкновенному — в виде эллипсоида вращения. Гипотеза Гюйгенса соответствует современным представлениям о природе света и о строении кристаллов.

Анизотропия кристаллов проявляется не только в их макроскопических свойствах (упругость, термическое расширение и т. д.), но и в свойствах тех частиц, из которых построены кристаллы. Атомы, ионы или молекулы, из которых построены кристаллы, являются, как гравило, анизотропными вибраторами. Анизотропный вибратор вместо одной собственной частоты колебаний (как у изотропного вибратора) имеет в трех вполне определенных взаимно перпендикулярных направлениях три, в общем различные, собственные частоты ω_1 , ω_2 , ω_3 .

Такая анизотропия вибраторов может быть обусловлена либо их асимметрией (молекулы с несимметричным строением), либо характером сил, действующих на каждую частицу в кристаллической решетке. Если направление колебаний электрического вектора в световой волне совпадает, например, с первым из упомянутых выше направлений, то амплитуда вынужденных колебаний определится разностью квадратов частоты света ω и частоты собственных колебаний ω_1 . Если кристалл повернуть так, чтобы направление колебаний электрического вектора совпало с другим из направлений, например со вторым, то амплитуда вынужденных колебаний определится величиной $\omega^2 - \omega_2^2$ и т. д. Это ведет к тому, что различным направлениям колебаний в световой волне соответствуют несколько различные влияния поглощения, а следовательно (§ 279), и разные скорости распространения. Для одноосных кристаллов две из трех собственных частот совпадают, так что различны только две частоты.

Предположим, что частицы, из которых построен кристалл, обладают собственной частотой колебаний ω_1 при колебаниях вдоль направления, параллельного оптической оси кристалла, и собственной частотой колебаний ω_2 — при колебаниях, перпендикулярных к оптической оси.

Выделим в кристалле плоскость главного сечения и рассмотрим лучи, исходящие из некоторой точки C (рис. 153) в различных направлениях в этой плоскости. Пусть каждый из лучей полностью поляризован и электрический вектор в каждом из лучей колеблется перпендикулярно к рассматриваемому главному сечению кристалла.

На рис. 153а направления, параллельные оптической оси, изображены пунктирными линиями, а направления колебаний электрического вектора отмечены точками. Как видно, колебания перпендикулярны к оптической оси для любого из лучей Ca_1 , Ca_2 и т. д. Благодаря этому световая волна раскачивает вибраторы лишь в направлениях, перпендикулярных к оптической оси, которым соответствует одна и та же частота собственных колебаний ω_2 ; следовательно, все лучи, колебания в которых происходят в направлении, перпендикулярном к плоскости главного сечения, распространяются с одинаковой скоростью v_o . Геометрическое место точек, до которых лучи, исходящие из центра C , будут доходить за одинаковый промежуток времени,

представит собой окружность, изображенную на рис. 153а сплошной линией. Если мы рассмотрим совокупность всех возможных главных сечений, проходящих через точку C , то геометрическим местом концов всех лучей будет сфера. Так как плоскость поляризации перпендикулярна к плоскости, в которой происходят колебания электрического вектора, то рассматриваемый случай соответствует свету, поляризованному в плоскости главного сечения. Отсюда мы приходим к выводу: лучи, поляризованные в плоскостях главных сечений кристалла, распространяются во все стороны с одной и той же скоростью v_o , они образуют сферическую волновую поверхность такую же, как в изотропной среде, и, следовательно, подчиняются обыкновенному закону преломления. Коэффициент преломления этих лучей $n = c/v_o$, где c — скорость света в пустоте.

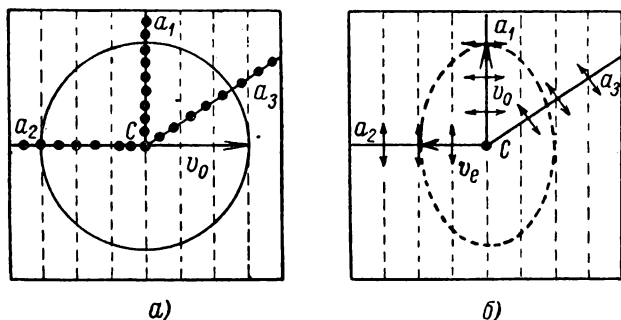


Рис. 153. Возникновение двух волновых поверхностей в кристалле: а — сферической, б — эллипсоидальной.

Рассмотрим теперь лучи, в которых колебания электрического вектора совершаются в плоскости главного сечения (рис. 153б). Это соответствует свету, поляризованному в плоскости, перпендикулярной к плоскости главного сечения кристалла. Как видно из рисунка, для различных лучей Ca_1 , Ca_2 , Ca_3 колебания теперь направлены под разными углами к оптической оси. Например, колебания в луче Ca_1 перпендикулярны оптической оси, колебания же в луче Ca_2 параллельны оптической оси. Первый из этих лучей вызывает вынужденные колебания вибраторов с амплитудой, определяемой собственной частотой ω_2 , и, следовательно, распространяется со скоростью v_o . Второй луч Ca_2 вызывает колебания вибраторов с амплитудой, определяемой собственной частотой ω_1 , откуда и скорость распространения у него должна быть иная, чем у луча Ca_1 ; обозначим эту скорость через v_e . Луч, распространяющийся в каком-либо ином направлении, например луч Ca_3 , будет распространяться со скоростью v' — промежуточной между v_o и v_e . Таким образом, лучам, поляризованным перпендикулярно к плоскости главного сечения

кристалла, соответствуют разные скорости распространения в разных направлениях. В результате этого волновая поверхность получится иной формы, чем в изотропном веществе, а именно, в виде эллипсоида вращения, сечение которого одной из главных плоскостей изображено пунктирной линией на рис. 153б (доказательство того, что волновая поверхность необыкновенных лучей есть действительно эллипсоид вращения, см. в § 287). Лучи, соответствующие такой

волновой поверхности, не подчиняются обычному закону преломления.

Для некоторых кристаллов скорость распространения колебаний, параллельных оптической оси, меньше, чем скорость распространения колебаний, перпендикулярных к оптической оси ($v_e < v_o$). Такие кристаллы называются *положительными*, для них большая полуось эллипсоида волновой поверхности совпадает с радиусом сферической волновой поверхности

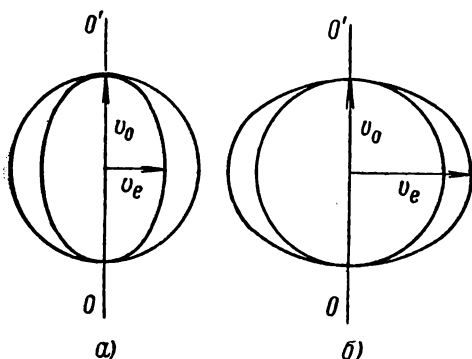


Рис. 154. Волновые поверхности в кристаллах: а — положительном, б — отрицательном.

(рис. 154а). Для других кристаллов, называемых *отрицательными*, $v_e > v_o$. Для них малая полуось эллипсоида совпадает с радиусом сферической волновой поверхности (рис. 154б). В обоих случаях оптическая ось OO' проходит через точки соприкосновения эллипсоида и сферической поверхности — вдоль нее скорости распространения лучей, поляризованных в любой плоскости, одинаковы.

§ 287. Нахождение обыкновенных и необыкновенных лучей в одноосных кристаллах. Используем установленное в предыдущем параграфе представление о сферической и эллипсоидальной волновых поверхностях для построения обыкновенных и необыкновенных лучей в одноосных кристаллах для ряда частных случаев.

1. *Оптическая ось OO' лежит в плоскости падения под косым углом к преломляющей грани кристалла* (рис. 155). Пусть на преломляющую грань кристалла падает плоский фронт волны AB . Угол падения равен i_1 . За время, в течение которого правый край фронта B распространится в первой среде до точки D , в кристалле возникнут около точки A две волновые поверхности — сферическая и эллипсоидальная, соприкасающиеся друг с другом в направлении оптической оси AO' . На рис. 155 эллипсоидальная поверхность всеми своими точками расположена внутри сферической — это соответствует

случаю положительного кристалла. Около всех точек, промежуточных между A и D , возникнут также волновые поверхности, но меньших размеров. По принципу Гюйгенса, мы должны провести две поверхности: DF — касательную к сферам и DE — касательную к эллипсоидам. Первая из них дает фронт преломленной обыкновенной волны, вторая — фронт преломленной необыкновенной волны. Обыкновенные преломленные лучи Ao , Co , Do мы получим, проведя линии к местам касаний сферических поверхностей с плоскостью DF . Колебания электрического вектора в этих лучах происходят перпендикулярно к плоскости главного сечения кристалла, которая совпадает с плоскостью чертежа; они отмечены точками. Необыкновенные преломленные лучи Ae , Ce , De мы получим, проведя линии к местам касаний эллипсоидальных поверхностей с плоскостью DE . В рассматриваемом случае они лежат в плоскости падения, но они *не нормальны* к волновому фронту. Колебания электрического вектора в необыкновенных лучах происходят в плоскости главного сечения кристалла (отмечены стрелками). Таким образом, из чертежа видно образование двух систем лучей — обыкновенных и необыкновенных, идущих в кристалле в разных направлениях.

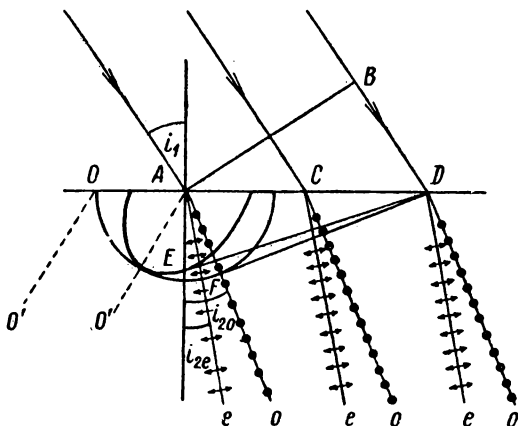


Рис. 155. Построение обыкновенного и необыкновенного лучей.

Оптическая ось OO' лежит в плоскости падения под косым углом к преломляющей грани.

Если бы плоскость падения света на кристалл не была параллельна оптической оси, то обыкновенные и необыкновенные лучи не лежали бы в одной плоскости. В самом деле, совместив снова плоскость чертежа с плоскостью падения, мы получим, что оптическая ось AO' (рис. 155) и точка E касания волнового фронта с эллипсоидальной поверхностью не будут лежать в плоскости чертежа. Отсюда не попадает в плоскость чертежа и необыкновенный луч Ae , в то время как обыкновенный луч AF по-прежнему будет лежать в плоскости чертежа. Существенно отметить что фронт преломленной необыкновенной волны DE и в этом случае останется перпендикулярным к плоскости падения.

2. Свет падает нормально к преломляющей грани кристалла. Оптическая ось OO' составляет косой угол с преломляющей

гранью кристалла (рис. 156). В этом случае около всех точек A , C и D возникнут сферические волновые поверхности одинакового радиуса, в результате чего волновой фронт обыкновенной волны в кристалле пойдет параллельно падающему и обыкновенные лучи Ao , Co и Do пересекут грань кристалла, не преломившись. Волновой фронт необыкновенной волны также параллелен падающему фронту, но точки его касания с эллипсоидальными волновыми поверхностями сдвинуты относительно точек A , C , D . Это ведет к отклонению необыкновенных лучей Ae , Ce и De от их первоначального направления. Таким образом, геометрическое построение Гюйгенса объясняет упомянутый выше факт отклонения необыкновенных лучей при нормальном падении света на грань кристалла.

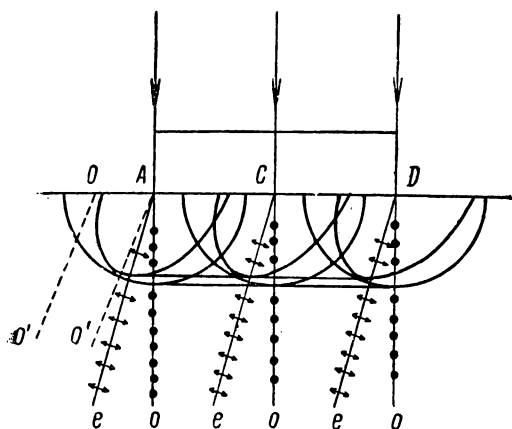


Рис. 156. Построение обыкновенного и необыкновенного лучей.

Свет падает нормально к преломляющей грани, оптическая ось OO' составляет косой угол с преломляющей гранью.

Поверхности необыкновенной волны плоскостью чертежа имеет вид круга. Радиус этого круга AE для положительного кристалла равен малой полуоси b эллипсоида и меньше радиуса сферической поверхности обыкновенной волны.

Из чертежа легко видеть, что отношение синуса угла падения i_1 к синусу угла преломления необыкновенного луча i_{2e} равно

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_{2e}} = \frac{BD}{b}$$

для любого значения угла падения i_1 .

Если мы обозначим через τ время, в течение которого в первой среде (пустоте) свет проходит отрезок BD , то

$$BD = c\tau \quad \text{и} \quad b = v_e\tau,$$

3. Оптическая ось параллельна преломляющей грани и перпендикулярна к плоскости падения. Этот случай изображен на рис. 157. Плоскость падения совмещена с плоскостью чертежа. Оптическая ось OO' перпендикулярна к плоскости чертежа.

Так как оптическая ось является осью вращения эллипсоидальной поверхности, то в рассматриваемом случае сечение волновой поверхности необыкновенной волны плоскостью чертежа имеет вид круга. Радиус этого круга AE для положительного кристалла равен малой полуоси b эллипсоида и меньше радиуса сферической поверхности обыкновенной волны.

Из чертежа легко видеть, что отношение синуса угла падения i_1 к синусу угла преломления необыкновенного луча i_{2e} равно

где c — скорость света в пустоте, а v_e — скорость распространения в кристалле световых колебаний, электрический вектор которых параллелен оптической оси.

Отсюда

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_{2e}} = \frac{c}{v_e}. \quad (1)$$

Так как отношение c/v_e постоянно, то в этом частном случае необыкновенный луч подчиняется обычному закону преломления. Отношение

$$\frac{c}{v_e} = n_e$$

называется *коэффициентом преломления необыкновенного луча*.

Для положительных кристаллов коэффициент преломления необыкновенного луча n_e больше коэффициента преломления обыкновенного луча n_o . Для отрицательных кристаллов $n_e < n_o$.

Для большинства кристаллов коэффициенты преломления обыкновенного и необыкновенного лучей отличаются друг от друга незначительно.

В табл. V приведены численные значения коэффициентов преломления n_o и n_e для ряда кристаллов.

Таблица V

Значения коэффициентов преломления обыкновенного луча n_o и необыкновенного луча n_e для $\lambda = 0,589 \text{ мк}$

Кристалл	n_o	n_e
Исландский шпат . .	1,658	1,486
Натронная селитра .	1,585	1,337
Кварц	1,543	1,552
Лед	1,309	1,310

из точки C касательные плоскости CF и CE , получим фронты обыкновенной и необыкновенной преломленных волн. Сечение необыкновенной

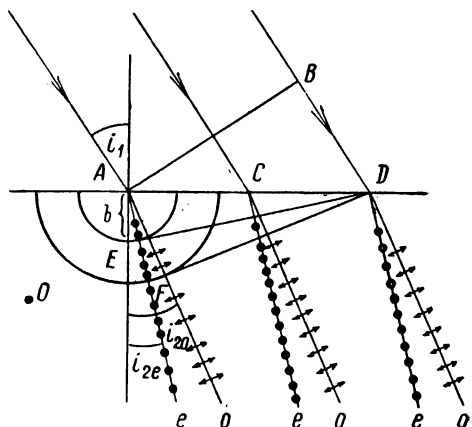


Рис. 157. Построение обыкновенного и необыкновенного лучей.

Оптическая ось OO' параллельна преломляющей грани и перпендикулярна к плоскости падения.

4. *Оптическая ось параллельна преломляющей грани и плоскости падения света.* В этом случае (рис. 158) из точки A внутри кристалла распространяются сферическая и эллипсоидальная волновые поверхности, точки касания которых лежат на преломляющей поверхности кристалла в плоскости падения. Проводя из

волновой поверхности плоскостью чертежа есть эллипс, большая полуось которого a совпадает с радиусом сферы R (положительный кристалл), а малая полуось b — к ней перпендикулярна. Из известного свойства эллипса, что длина подкасательной CD не зависит от длины малой полуоси b , следует, что точки касания F и E лежат на одной прямой FED , перпендикулярной к CA . Отсюда имеем:

$$\operatorname{tg} i_{2o} = \frac{AD}{DF},$$

$$\operatorname{tg} i_{2e} = \frac{AD'}{DE},$$

где i_{2o} — угол преломления обыкновенного луча, а i_{2e} — угол преломления необыкновенного луча. Из этих соотношений получаем

$$\frac{\operatorname{tg} i_{2o}}{\operatorname{tg} i_{2e}} = \frac{DE}{DF} = \frac{b}{R}.$$

Но b/R равно отношению скоростей v_e/v_o , откуда

$$\frac{\operatorname{tg} i_{2o}}{\operatorname{tg} i_{2e}} = \frac{v_e}{v_o}. \quad (2)$$

Наконец, имеем $\frac{v_e}{v_o} = \frac{n_o}{n_e}$,

где n_o — коэффициент преломления обыкновенного луча, а n_e — коэффициент преломления необыкновенного луча, откуда соотношение (2) принимает вид:

$$\frac{\operatorname{tg} i_{2o}}{\operatorname{tg} i_{2e}} = \frac{n_o}{n_e}. \quad (2a)$$

Справедливость формулы (2a) подтверждается экспериментально. Факт, что соотношения (1) и (2) в действительности выполняются, показывает, что фронт необыкновенной волны имеет в сечении, перпендикулярном оптической оси, вид круга, а в сечении, параллельном оптической оси, — вид эллипса. Отсюда непосредственно вытекает, что поверхность необыкновенной волны представляет собой эллипсоид вращения, а не какую-либо другую поверхность.

5. *Оптическая ось параллельна преломляющей грани. Свет падает нормально на преломляющую грань.* Из рис. 159 видно, что в этом случае обыкновенные и необыкновенные лучи пойдут, не преломившись, и будут распространяться в кристалле в одном и том же направлении. Однако фронты AC и $A'C'$ обыкновенной и необыкновенной волн не совпадут: в случае положительного кристалла

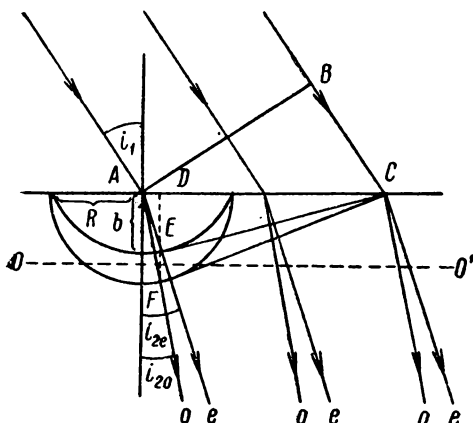


Рис. 158. Построение обыкновенного и необыкновенного лучей.

Оптическая ось OO' параллельна преломляющей грани и плоскости падения.

фронт необыкновенной волны $A'C'$ *отстанет* от фронта обыкновенной волны AC ; в случае отрицательного кристалла фронт необыкновенной волны *опередит* фронт обыкновенной волны. В результате в обоих случаях между обыкновенными и необыкновенными волнами возникнет определенная разность хода.

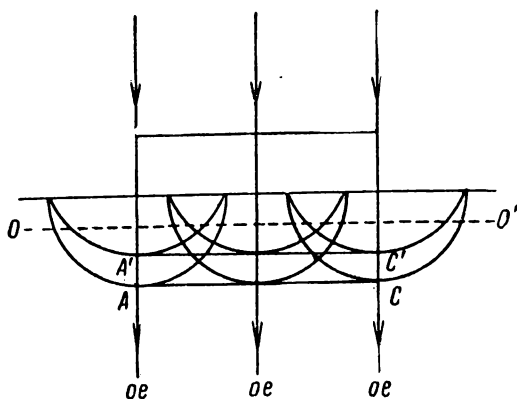


Рис. 159. Построение обыкновенного и необыкновенного лучей.

Оптическая ось OO' параллельна преломляющей грани. Свет падает нормально на преломляющую грань.

§ 288. Поверхность нормалей. Рассматривая прохождение света через изотропное вещество, мы различали фазовую и групповую скорости света. Последняя определяет скорость распространения энергии в случае, если свет немонохроматичен и вещество обладает дисперсией. Для строго монохроматического света (ему соответствует волна строго определенной частоты, безграничная в пространстве и времени) понятие о групповой скорости как для изотропных, так и для анизотропных сред теряет смысл.

В случае строго монохроматического света, распространяющегося в изотропной среде, фазовая скорость определяет не только скорость распространения фазы волны, но и скорость переноса энергии. Не так обстоит дело в анизотропной среде; в необыкновенном луче скорости распространения фазы волны и ее энергии оказываются отличными не только по величине, но и по направлению. В обыкновенном луче обе скорости совпадают. Различие в величине и направлении скоростей распространения фазы волны и ее энергии в необыкновенном луче проистекает из факта непоперечности световых колебаний в этом луче. Векторы напряженности электрического поля \mathbf{E} и индукции \mathbf{D} , параллельные между собой в изотропной среде, в анизотропной среде в необыкновенном луче составляют между собой некоторый угол α , величина которого зависит от направления распространения света в кристалле (ср. т. II, § 140). Вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} перпендикулярен и к \mathbf{E} и к \mathbf{D} . Нормаль \mathbf{n} (рис. 160) к плоскости, содержащей векторы \mathbf{D} и \mathbf{H} , определяет направление распространения фазы волны, а направление распространения энергии волны определяется направлением вектора

Умова — Пойнтинга (направление S , перпендикулярное к плоскости, содержащей векторы E и H). Как показывает теория,

$$v_e' = v_e \cos \alpha,$$

где v_e' — численное значение скорости распространения фазы, а v_e — численное значение скорости распространения энергии в необыкновенном луче. В обыкновенном луче векторы E и D параллельны и обе скорости совпадают и по величине и по направлению: $v_o = v_o$, но, конечно, отличны от скоростей в необыкновенном луче.

Строя в § 286 волновые поверхности, мы откладывали вдоль лучей скорости v_o , v_e распространения энергии. Только в этом случае построения Гюйгенса, проведенные по правилам, указанным в § 287, приводят к правильным

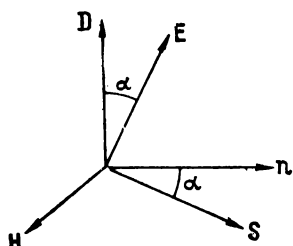


Рис. 160. Расположение векторов поля в необыкновенном луче.

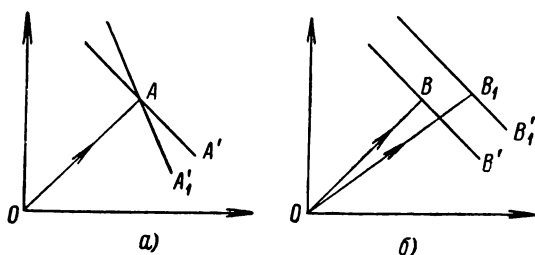


Рис. 161. Два плоских фронта AA' и AA_1' , соответствующих одному направлению лучей OA (а) и два луча OB и OB_1 , соответствующих параллельным фронтам BB' и B_1B_1' (б).

результатам; плоскости, касательные к сферической и эллипсоидальной волновым поверхностям, определяют положения фронтов волн (плоскостей постоянной фазы); лучи проводятся через точки касания и совпадают с направлением переноса энергии; фронт волны распространяется в направлении своей нормали.

При этом мы видели, что в необыкновенной волне лучи, как правило, не перпендикулярны к волновой поверхности. Двум лучам, обыкновенному и необыкновенному, распространяющимся по одному и тому же направлению OA (рис. 161а), соответствуют непараллельные плоские фронты AA' и AA_1' . Двум параллельным фронтам, обыкновенному BB' и необыкновенному B_1B_1' , соответствуют два разных луча OB и OB_1 (рис. 161б).

Однако, рассматривая распространение в кристалле плоского фронта, можно вместо лучей провести семейство нормалей к фронту. Нормали также будут вполне однозначно характеризовать распространение света в кристалле, хотя и не совпадут с направлением переноса энергии. Различие между лучами и нормалью особенно ясно выступает в случае перпендикулярного падения света на грань кристалла, при условии, что оптическая ось составляет косой угол с гранью кристалла (случай 2, § 287). Из рис. 156 видно, что при этом лишь обыкновенные лучи Ao , Co и Do проходят через грань кристалла без преломления. Необыкновенные лучи Ae , Ce и De , преломляясь, отклоняются в сторону. Но оба плоских фронта, обыкновенный и необыкновенный, параллельны друг другу и параллельны первичному плоскому фронту. Отсюда нор-

мали к обоим фронтам совпадают между собою и проходят через грань кристалла без преломления. Лучи характеризуют в рассматриваемом случае свойство необыкновенного светового пучка отклоняться при переходе через грань кристалла, а нормали, пересекающие грань без преломления, соответствуют тому обстоятельству, что необыкновенный фронт внутри кристалла остается параллельным фронту, падающему на кристалл.

Пусть в одноосном кристалле распространяется плоский фронт A (рис. 162), направление нормали к которому OA определяется углами φ и ψ . Если этот плоский фронт, оставаясь параллельным самому себе, переместится от точки O до точки A за время t , то величина

$$v' = \frac{OA}{t}$$

представит скорость распространения фазы или, как ее обычно называют, «нормальную» скорость. Откладывая от точки O (рис. 163) под разными углами φ и ψ отрезки нормалей, пропорциональные «нормальным» скоростям в соответствующих направлениях, мы получим поверхность, которая представит собою геометрическое место концов нормалей; такая поверхность называется *поверхностью нормалей*. Для обыкновенного луча нормаль к фронту совпадает с лучом, и волновая

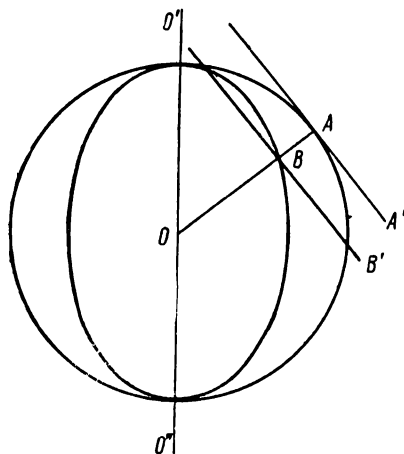


Рис. 163. Поверхности нормалей одноосного кристалла.

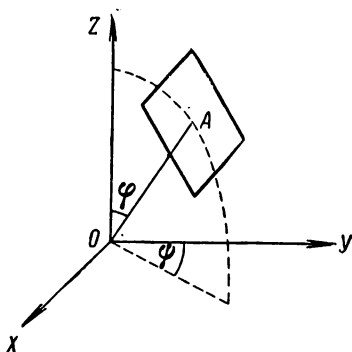


Рис. 16. К построению поверхности нормалей.

поверхность и поверхность нормалей, следовательно, тоже совпадают между собой, образуя сферу. Для необыкновенного луча поверхность нормалей не совпадает с волновой поверхностью, хотя и отличается от нее незначительно, так как для всех кристаллов углы между лучами и нормалью малы. В результате поверхности нормалей, обыкновенная и необыкновенная, для одноосного кристалла походят на волновые поверхности (рис. 163). Они также соприкасаются в двух точках, через которые проходит оптическая ось $O'O''$. Данной нормали OA соответствуют параллельные плоские фронты, обыкновенный AA' и необыкновенный BB' . Обыкновенный плоский фронт AA' по-прежнему касателен к сферической поверхности, необыкновенный же плоский фронт BB' пересекает эллипсоидальную поверхность нормалей.

Производя построение Гюйгенса для случая преломления плоского фронта на границе кристалла, легко видеть (см. § 287), что для любого расположения оптической оси нормали к обоим фронтам остаются в плоскости падения. Необыкновенный же луч, как было сказано, может выходить при преломлении из плоскости падения.

§ 289. **Двуосные кристаллы.** В так называемых *двуосных кристаллах* луч при преломлении, вообще говоря, разбивается, как и в одноосных, на два. Но в двуосных кристаллах оба луча не подчиняются обычному закону преломления: отношение синуса угла падения

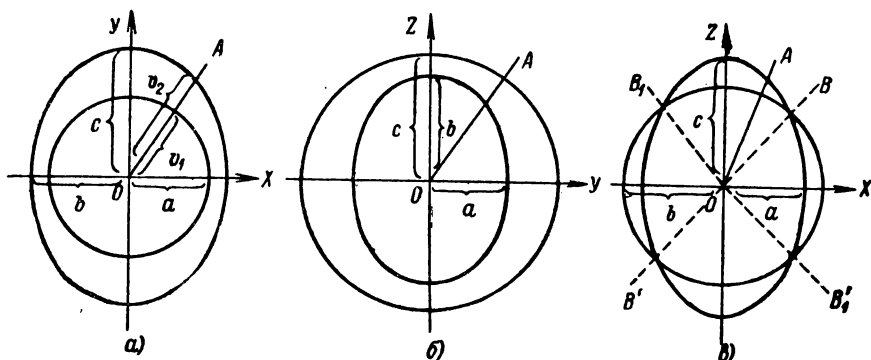


Рис. 164. Сечения волновых поверхностей двуосного кристалла плоскостями: OXY (а), OYZ (б), OXZ (в).

к синусу угла преломления не остается для них постоянным. Оба луча плоско поляризованы и если заставить их последовательно (см. сноску в § 285) идти по одному и тому же направлению в кристалле, то

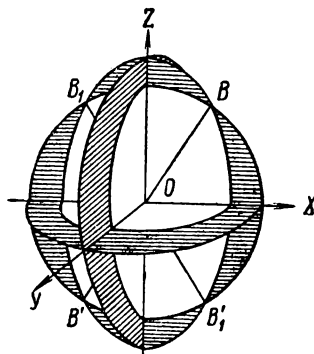


Рис. 165. Волновые поверхности двуосного кристалла.

плоскости их поляризации будут взаимно перпендикулярны. Этим двум лучам соответствует волновая поверхность сложного вида, сечения которой тремя взаимно перпендикулярными плоскостями OXZ , OXY и OYZ представлены на рис. 164. Каждое из этих сечений представляет собою эллипс и круг. На рис. 165 изображена пространственная модель волновой поверхности двуосного кристалла. Под волновой поверхностью мы по-прежнему подразумеваем поверхность, представляющую собою геометрическое место концов *лучей*. Таким образом, точки пересечения любого радиуса-вектора OA (рис. 164) с частями поверхности определяют скорости v_1 и v_2 распространения обоих лучей в данном направлении. Как видно из рис. 164, существуют *два* направления BB' и $B_1B'_1$, вдоль которых скорости лучей v_1 и v_2 совпадают. Эти направления называются *оптическими осями первого рода*, или *бирадиалами*. Наличие двух осей определяет название кристаллов: *двуосные*. Угол

между осями для разных кристаллов весьма различен и может достигать многих градусов. Если мысленно уменьшать угол между осями, то точки пересечения круга и эллипса на рис. 164 будут сближаться и в пределе совпадут. При этом волновая поверхность разобьется на две: сферическую и эллипсоидальную, соприкасающиеся в двух точках, что соответствует одноосному кристаллу. Таким образом, одноосный кристалл может рассматриваться как частный случай двуосного.

Теория распространения света в двуосных кристаллах исходит из предположения, что каждая из частиц кристалла представляет собою анизотропный вибратор, обладающий следующим свойством: существуют три таких взаимно перпендикулярных направления, при смещении вдоль каждого из которых возникает квазиупругая сила, направленная в сторону, противоположную смещению. Если совместить с этими направлениями оси прямоугольной системы координат OX , OY и OZ , то можно положить:

$$f_x = -k_x \cdot x, \quad f_y = -k_y \cdot y, \quad f_z = -k_z \cdot z.$$

Если направление смещения s составляет с координатными осями углы α , β , γ , то возникающая сила f определится по следующим значениям ее слагающих вдоль осей:

$$f_x = -k_x s \cos \alpha, \quad f_y = -k_y s \cos \beta, \quad f_z = -k_z s \cos \gamma.$$

Сила f не будет в этом случае направлена в сторону, противоположную смещению, но составит с ним некоторый тупой угол. Трем направлениям OX , OY и OZ соответствуют три главных значения диэлектрической постоянной кристалла ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z и три значения скорости света:

$$v_a = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}}, \quad v_b = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_y}}, \quad v_c = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_z}}.$$

Эти значения скоростей v_a , v_b и v_c определяют радиусы кругов и полуоси эллипсов a , b , c на сечениях волновой поверхности (рис. 164). Отношения

$$\frac{c}{v_a} = n_a, \quad \frac{c}{v_b} = n_b, \quad \frac{c}{v_c} = n_c$$

носят название *главных коэффициентов преломления* двуосного кристалла. В табл. VI приведены значения главных коэффициентов преломления и углов между оптическими осями для некоторых двуосных кристаллов.

Для двуосного кристалла, так же как и для одноосного, наряду с волновыми поверхностями, можно построить поверхности нормалей. По внешнему виду они сходны с волновыми поверхностями. При построении поверхностей нормалей обнаруживается, что существуют два направления, вдоль которых нормали к обоим плоским фронтам, возникающим в кристалле, совпадают.

Эти направления, отличные от направлений оптических осей первого рода, носят название *оптических осей второго рода*, или *бинормалей*.

Таблица VI

Значения главных коэффициентов преломления n_a , n_b , n_c и углов 2α между оптическими осями двусных кристаллов для $\lambda = 0,589 \text{ мк}$

Кристалл	n_a	n_b	n_c	2α
Слюда	1,560	1,594	1,598	42°
Аррагонит	1,531	1,682	1,686	18°
Сера (кристалл) . .	1,950	2,043	2,240	69°
Топаз	1,619	1,620	1,627	49°

Волновая поверхность двусного кристалла имеет в тех местах, где проходят оптические оси первого рода, четыре воронкообразных углубления. Наличие этих углублений ведет к весьма своеобразным оптическим явлениям, получившим название *внутренней и внешней конических рефракций*.

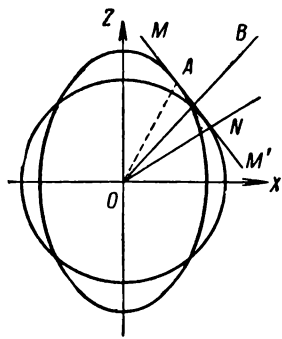


Рис. 166. Возникновение внутренней конической рефракции

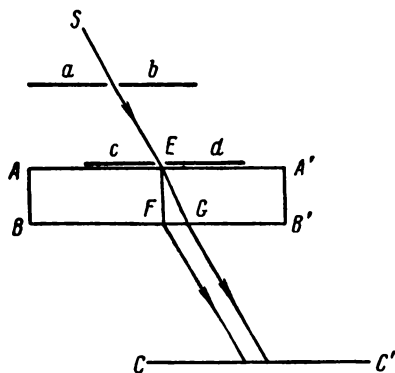


Рис. 167. Способ наблюдения внутренней конической рефракции.

Круг и эллипс, получаемые при сечении волновой поверхности плоскостью XOZ , имеют общую касательную MM' (рис. 166). Прямая OB , проведенная к точке пересечения круга и эллипса, является оптической осью первого рода. Нормаль ON , опущенная на касательную MM' , представляет собою бинормаль (оптическую ось второго рода). Если провести через MM' плоскость, перпендикулярную к бинормали ON , то оказывается, что она касается волновой поверхности по кругу. Поэтому плоскому фронту волны MM' соответствует бесчисленное множество лучей, расположенных вдоль образующих конуса с вершиной в точке O и имеющего круглое основание диаметром NA . Один из этих лучей совпадает с бинормалью ON . При выходе света из

кристалла все лучи делаются перпендикулярными к плоскому волновому фронту, вследствие чего получается полный цилиндр лучей, дающий на экране (или сетчатке глаза при визуальном наблюдении) светлое круглое кольцо. Это явление называется внутренней конической рефракцией. Внутреннюю коническую рефракцию можно наблюдать в пластинке аррагонита, плоские грани которой AA' и BB' перпендикулярны к бинормали ON . С помощью экранов ab и cd (рис. 167) с малыми отверстиями выделяется узкий луч света SE . Когда луч SE имеет определенное направление, то внутри кристаллической пластинки получается полный конус лучей EFG . По выходе света из кристалла этот конус превращается в полный цилиндр лучей, дающий на экране CC' светлое кольцо, диаметр которого не зависит от расстояния между экраном CC' и кристаллом.

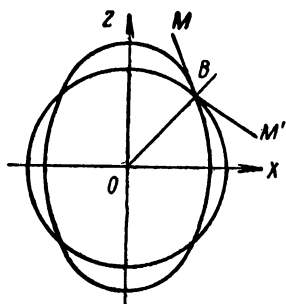


Рис. 168. Возникновение внешней конической рефракции.

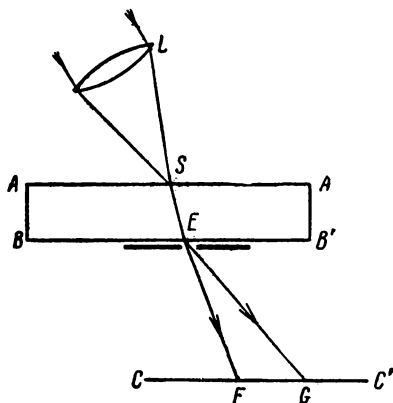


Рис. 169. Способ наблюдения внешней конической рефракции.

Внешняя коническая рефракция является следствием того, что одному лучу OB , распространяющемуся в двусном кристалле вдоль оптической оси первого рода, соответствует бесчисленное множество плоских волновых фронтов BM , BM' и т. д. (рис. 168). Выйдя из кристалла, эти плоские фронты распространяются по различным направлениям, перпендикулярные к ним лучи располагаются вдоль образующих конуса. Для наблюдения внешней конической рефракции на пластинку кристалла направляется с помощью линзы L (рис. 169) сходящийся конус лучей так, чтобы в кристалле образовался луч SE , идущий вдоль оптической оси первого рода. При выходе этого луча из кристалла через отверстие E в непрозрачном экране образуется полный конус лучей EFG . Этот конус лучей дает на экране CC' светлое кольцо, диаметр которого возрастает по мере удаления экрана CC' от кристалла.

Существование конических рефракций является блестящим подтверждением теории распространения света в кристаллах.

§ 290. Поляризационные приборы. Для получения из естественного света плоско поляризованного света можно воспользоваться либо поляризацией при отражении под углом Брюстера, либо двойным лучепреломлением в каком-нибудь кристалле. Однако оба эти

способа, использованные непосредственно, мало удобны. При отражении под углом Брюстера отражается лишь небольшая доля падающего света, в результате чего полученный плоско поляризованный луч мало интенсивен. При двойном лучепреломлении, если только толщина кристалла не очень велика, расхождение обоих лучей незначительно. Для того чтобы увеличить расхождение лучей, используются более сложные системы из кристаллов, наиболее распространенные из которых мы и рассмотрим.

1. Призма Волластона. Призма Волластона (рис. 170) состоит из двух прямоугольных призм из исландского шпата. Призмы

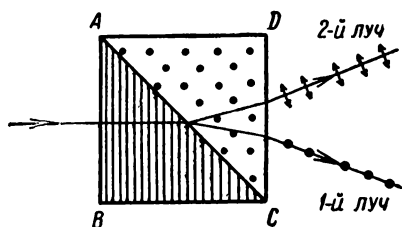


Рис. 170. Призма Волластона.

склеены по гипотенузам. В призме ABC оптическая ось параллельна катету AB ; в призме ACD оптическая ось параллельна ребру C , перпендикулярному к плоскости рисунка. Естественный луч падает нормально на грань AB ; оба возникающих в призме ABC луча, обыкновенный и необыкновенный, идут по одному направлению, пер-

пендикулярно к оптической оси, соответственно со скоростями v_o и v_e . Во второй призме ACD они также пойдут в направлении, перпендикулярном к оптической оси, но так как оптические оси в обеих призмах взаимно перпендикулярны, то обыкновенный луч в первой призме превратится в необыкновенный во второй, и наоборот. Таким образом, луч, бывший обыкновенным в первой призме, преломится на границе обеих призм с относительным коэффициентом преломления n_e/n_o , а луч, бывший в первой призме необыкновенным, преломится с относительным коэффициентом преломления n_o/n_e . Для исландского шпата $n_o > n_e$, следовательно, $n_e/n_o < 1$, а $n_o/n_e > 1$, и первый луч преломится в сторону ребра C призмы ACD , а второй — в сторону ее основания AD . Этим будет достигнуто значительное расхождение лучей. Оба луча плоско поляризованы: в первом луче (необыкновенный во второй призме) электрический вектор колеблется параллельно оптической оси второй призмы, во втором луче (обыкновенный во второй призме) электрический вектор колеблется перпендикулярно оптической оси второй призмы.

2. Призма Николя. Призма Николя (сокращенно: николь, рис. 171а) состоит из двух прямоугольных призм из исландского шпата. Острые углы призм равны 68° и 22° ; призмы склеены канадским бальзамом вдоль катета BC . Оптическая ось $O'O''$ лежит в плоскости чертежа под углом 48° к грани BA (и аналогично во второй призме). Падающий луч разбивается в первой призме на два, из которых обыкновенный луч O падает на слой канадского бальзама BC под углом около 76° . Коэффициент преломления канад-

ского бальзама $n = 1,550$ меньше коэффициента преломления обыкновенного луча $n_o = 1,658$; угол падения $i = 76^\circ$ превышает предельный, и обыкновенный луч O испытывает на границе кристалл — канадский бальзам полное внутреннее отражение. Благодаря этому он не попадает во вторую призму и выходит через грань AC . Коэффициент преломления необыкновенного луча меньше коэффициента преломления канадского бальзама, поэтому он не может испытать полного внутреннего отражения и проходит сквозь вторую призму.

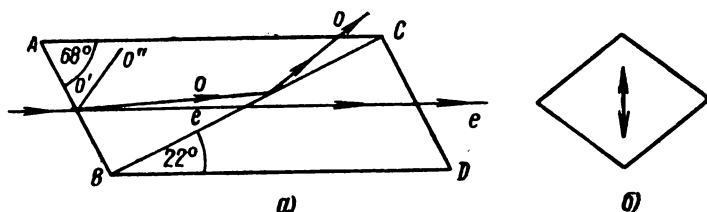


Рис. 171. Призма Николя.

Таким образом, через обе призмы проходит лишь один — необыкновенный луч. Обыкновенный луч может быть поглощен зачерненной поверхностью оправы призм. Призма Николя пропускает полностью поляризованный свет в пучках с углом расхождения до 29° .

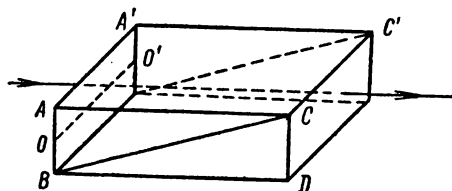
В сечении призма имеет вид ромба. В прошедшем свете электрический вектор колеблется в направлении, параллельном короткой диагонали ромба (указано стрелкой на рис. 171б).

Недостатком призмы Николя является непрозрачность канадского бальзама для ультрафиолетовых лучей, так что призма пригодна лишь для получения плоско поляризованного света в видимых лучах.

Видоизменение призмы Николя, основанное также на

принципе полного внутреннего отражения одного из лучей, представлено на рис. 172. Оптическая ось OO' параллельна грани AA' . Обе половины призмы склеиваются канадским бальзамом или глицерином; в последнем случае призма прозрачна для ультрафиолета. Передняя и задняя поверхности призмы перпендикулярны ребрам AC и $A'C'$, что позволяет свету проходить через призмы, не меняя направления.

3. Приспособление, основанное на использовании дихроизма. Как было указано в § 285, кристаллы турмалина

Рис. 172. Поляризационная призма с оптической осью OO' , параллельной грани AA' .

обладают сильным дихроизмом: кристалл турмалина толщиной в 1 мм практически пропускает лишь необыкновенный луч и, следовательно, может служить поляризатором. Недостатком турмалина является наличие селективного поглощения и для необыкновенного луча. Проходящий через турмалин плоско поляризованный свет сильно окрашен в желто-зеленый цвет. Это обстоятельство значительно ограничивает применение кристаллов турмалина в качестве поляризационного приспособления.

В последнее время широкое распространение нашли поляризующие пленки, получившие название *поляроидов*. Они представляют собою пленку целлюлоида или другого прозрачного материала, на которую нанесены тонким слоем определенным образом ориентированные микроскопические кристаллики сильно дихроичного вещества. В качестве такового используется серноокислый иод-хинин, называемый герпатитом. Герпатит обладает заметной селективностью в поглощении, благодаря чему два скрещенных поляроида заметно пропускают фиолетовый конец спектра. Тем не менее удобства, обусловленные тем, что поляроид представляет собою тонкий лист и может быть получен значительных размеров, его легкость и относительная дешевизна объясняют его широкое применение во всех тех случаях, когда не требуется особенно высокая степень поляризации.

Поляризационные приборы употребляются как для превращения света из естественного в поляризованный, так и для анализа характера поляризации. Если наблюдаемый свет, например, полностью тушится при некотором определенном положении николя, то он полностью поляризован. Как было указано, направление колебаний электрического вектора в свете, проходящем через призму Николя, параллельно короткой диагонали ее сечения. Поэтому плоскость поляризации света дается направлением короткой диагонали призмы, при том ее положении, *при котором свет полностью тушится*.

Если направление короткой диагонали николя составляет угол α с плоскостью, в которой происходят колебания электрического вектора E_0 в свете, падающем на призму, то амплитуда электрического вектора колебаний, прошедших через николю, равна $E = E_0 \cos \alpha$.

Отсюда, если мы обозначим мощность потока поляризованного света, падающего на призму Николя, через w_0 , а прошедшего сквозь призму через w , то

$$w = w_0 \cos^2 \alpha. \quad (1)$$

На рис. 173 представлена в виде векторной диаграммы (сплошная кривая) зависимость w от угла α . При двух положениях ($\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$) свет полностью проходит через николю и при двух положениях ($\alpha = \pi/2$ и $\alpha = 3\pi/2$) — полностью тушится. В действительности во всяком николе существуют как потери света, так и некоторое рассеяние от неоднородностей (пузырьки, царапины и т. д.), поэтому при $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ мощность прошедшего света w меньше w_0 , а при $\alpha = \pi/2$ и $\alpha = 3\pi/2$ свет в некоторой степени проходит сквозь призму.

Поляризационные приборы позволяют также установить степень поляризации при частично поляризованном свете. В случае, если на призму Николя (или другой поляризационный прибор) падает частично поляризованный свет, то ни при каком положении призмы свет потушить нельзя. Зависимость мощности светового потока от угла α в этом случае дается пунктирной кривой рис. 173 (ниже мы увидим, что такая же зависимость получается и при эллиптически поляризованном свете). Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь поляризованного света и света естественного.

Степенью поляризации частично поляризованного света называется величина

$$p = \frac{w_{\parallel} - w_{\perp}}{w_{\parallel} + w_{\perp}}, \quad (2)$$

где w_{\parallel} — мощность потока при том положении николя, когда поток достигает максимума (0° , 180° на рис. 173) и w_{\perp} — мощность потока, когда он достигает минимума (90° , 270° на рис. 173). Степень поляризации обычно выражается в %. Дефектом поляризации называется величина

$$\rho = \frac{w_{\parallel}}{w_{\perp}}.$$

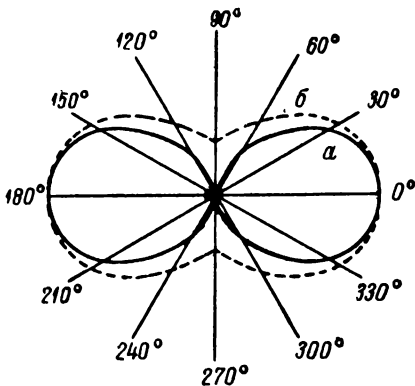


Рис. 173. Зависимость мощности света от угла поворота николя: а) плоско поляризованного; б) частично поляризованного.

§ 291. Интерференция поляризованных лучей. Эллиптическая и круговая поляризация. Лучи, обыкновенный и необыкновенный, возникающие при двойном лучепреломлении из *естественного света*, не когерентны. Если естественный луч разложить на два луча, поляризованных в двух различных плоскостях A и B , а затем с помощью поляризационного прибора привести колебания в них к одной плоскости, то они не интерферируют. Это объясняется тем, что в естественном свете колебания, происходящие в разных плоскостях, испущены различными атомами или молекулами, следовательно, друг с другом не связаны и не имеют постоянных разностей фаз (не когерентны).

Лучи же, обыкновенный и необыкновенный, возникающие из *одного и того же поляризованного луча*, когерентны. Если колебания в двух таких лучах привести с помощью поляризационного прибора к одной плоскости, то лучи будут интерферировать обычным образом. Если колебания в двух когерентных плоско поляризованных лучах происходят во взаимно перпендикулярных направлениях, то они складываются, как два взаимно перпендикулярных колебательных движения, и приводят к возникновению колебаний эллиптического характера (т. I, § 101).

Световые волны, электрический вектор в которых меняется со временем так, что его конец описывает эллипс, называются *эллипти-*

чески поляризованными. В частном случае эллипс может превратиться в круг и тогда мы имеем дело со светом, *поляризованным по кругу*. Магнитный вектор в волне всегда перпендикулярен к электрическому и в волнах рассматриваемого типа также меняется со временем таким образом, что его конец описывает эллипс или круг.

Рассмотрим случай возникновения эллиптических волн подробнее. В § 287 мы видели, что при нормальном падении пучка лучей на пластинку из одноосного кристалла, оптическая ось в которой параллельна преломляющей поверхности, обыкновенный и необыкновенный лучи идут по одному направлению, но с разными скоростями. Пусть на такую пластинку падает плоско поляризованный луч, плоскость поляризации которого составляет с плоскостью главного сечения пластинки угол, отличный от нуля и от $\pi/2$. Тогда в пластинке возникнут оба луча, обыкновенный и необыкновенный, и они будут когерентны. В момент их возникновения в пластинке разность фаз между ними равна нулю, но она будет возрастать по мере прохождения лучей в пластинку. Подсчитаем эту разность фаз.

Каждый из лучей при прохождении сквозь пластинку толщиной l отстанет по фазе на величину $2\pi l/\lambda$, где λ — длина волны данного луча в кристалле. Для обыкновенного луча длина волны $\lambda_o = \frac{v_o}{\nu}$, где v_o — скорость его распространения в кристалле, а ν — частота колебаний. Так как $v_o = \frac{c}{n_o}$, где n_o — коэффициент преломления обыкновенного луча, то $\lambda_o = \frac{c}{n_o \nu}$. Так же получим для длины волны необыкновенного луча в кристалле выражение $\lambda_e = \frac{c}{n_e \nu}$, где n_e — коэффициент преломления необыкновенного луча. Отсюда разность фаз между обоими лучами равна

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda_o} - \frac{2\pi l}{\lambda_e} = \frac{2\pi l \nu}{c} (n_o - n_e).$$

Так как c/ν — длина волны в пустоте λ , то

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e). \quad (1)$$

Таким образом, разность фаз между обоими лучами тем больше, чем больше разность между коэффициентами преломления $n_o - n_e$ и чем больше толщина кристалла l . Если толщину пластинки подобрать так, чтобы $\Delta = k\pi$, где k — целое число, то оба луча, выйдя из пластинки, снова дадут плоско поляризованный луч. При k четном его плоскость поляризации совпадает с плоскостью поляризации луча, падающего на пластинку; при k нечетном плоскость поляризации вышедшего из пластинки луча окажется повернутой на $\pi/2$

по отношению к плоскости поляризации луча, падающего на пластинку (рис. 174.) При всех иных значениях разности фаз Δ колебания обоих лучей, вышедших из пластинки, складываясь, дадут эллиптическое колебание. Если $\Delta = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, то оси эллипса совпадут с направлениями колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах (рис. 175).

Амплитуды колебаний в обыкновенном и необыкновенном лучах определяются углом, который составляет плоскость поляризации падающего на пластинку луча с плоскостью главного сечения пластинки (§ 285). Амплитуды обоих лучей будут равны друг другу, если плоскость поляриза-

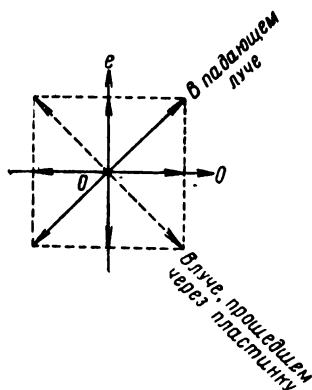


Рис. 174. Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний с разностью фаз $k\pi$.

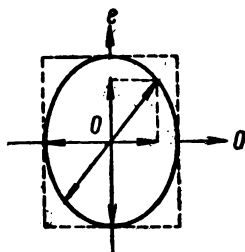


Рис. 175. Возникновение эллиптических колебаний.

ции падающего луча составит угол в 45° с плоскостью главного сечения пластинки. В этом случае эллипс превратится в круг и, следовательно, возникнет свет, поляризованный по кругу.

Наименьшая толщина пластинки, способной превратить плоско поляризованный луч в луч, поляризованный по кругу ($\Delta = \pi/2$), определится равенством [см. формулу (1)]

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e),$$

откуда получаем

$$l = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}. \quad (2)$$

Такая пластинка даст разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами, равную $\lambda/4$, поэтому она сокращенно называется *пластинкой в четверть волны*. Очевидно, что пластинка в четверть волны даст разность хода между обоими лучами, равную $\lambda/4$,

лишь для света данной длины волны λ . Для света других длин волн она даст разность хода, несколько отличную от $\lambda/4$, как из-за прямой зависимости l от λ , так и из-за зависимости от λ разности коэффициентов преломления $n_o - n_e$.

Очевидно, наряду с пластинкой в четверть волны, можно изготовить и пластинку „в полдлины волны“, т. е. такую пластинку, которая вносит между обыкновенным и необыкновенным лучами разность хода $\lambda/2$, чему соответствует разность фаз π . По сказанному, такая пластинка может употребляться для поворачивания плоскости поляризации плоско поляризованного света на $\pi/2$.

Рассмотрим в качестве примера пластинку в четверть волны, сделанную из исландского шпата. Для желтых лучей ($\lambda = 0,59$ мк) исландский шпат имеет разность коэффициентов преломления $n_o - n_e = 0,172$. Отсюда по формуле (2) получаем для толщины l пластинки в четверть волны:

$$l = \frac{5,9 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 0,172} \text{ см} = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ см}.$$

Тот же исландский шпат имеет для синих лучей ($\lambda = 0,46$ мк) разность коэффициентов преломления $n_o - n_e = 0,184$, и толщина пластинки в четверть волны для этих лучей должна быть $7,8 \cdot 10^{-5}$ см.

Как видно, толщина пластинки в четверть волны очень мала, так что изготовление таких пластинок представляет трудности. Поэтому обычно пластинку делают толще настолько, чтобы она создавала разность фаз $\Delta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, где k — целое число. Ее действие эквивалентно действию пластинки в четверть волны, так как добавочная разность фаз $2k\pi$ роли не играет.

Обычно пластинки в четверть волны изготавливают не из исландского шпата, а из слюды или гипса, более удобных для обработки. Оба последних кристалла являются двуосными (§ 289), но из них можно также вырезать пластинки, вносящие между двумя лучами разность хода, равную $\lambda/4$.

Как указано, с помощью пластинки $\lambda/4$ из плоско поляризованного луча можно получить луч, поляризованный эллиптически или по кругу; обратно, из эллиптически поляризованного или поляризованного по кругу луча с помощью пластинки $\lambda/4$ можно получить свет, плоско поляризованный.

Этим обстоятельством пользуются, чтобы отличить свет, поляризованный эллиптически, от частично поляризованного, или свет, поляризованный по кругу, от естественного. Одного только поляризационного прибора, например николя, недостаточно, чтобы различить эти типы поляризации лучей. Действительно, в случае как эллиптически поляризованного света, так и частично поляризованного при поворачивании николя наблюдается лишь изменение яркости света между некоторыми максимальным и минимальным значениями. В случае света, поляризованного по кругу или естественного, при любом поворачивании николя яркость света останется неизменной. Если же предвари-

тельно ввести пластинку $\lambda/4$, соответственным образом ее ориентируя, то эллиптически поляризованный свет превратится в прямолинейно поляризованный и сможет быть потушен николем. Частично же поляризованный свет не претерпит изменений при прохождении через пластинку $\lambda/4$. Также свет, поляризованный по кругу, можно отличить от естественного на основании того обстоятельства, что пропущенный через пластинку $\lambda/4$ он будет тушиться николем.

При пропускании эллиптически поляризованного света через николь интенсивность света зависит от угла поворота николя так же, как и в случае частично поляризованного света. Полярная диаграмма, дающая зависимость мощности светового потока w от угла поворота α николя, изобразится пунктирной линией рис. 173. Направления, в которых получаются максимальное и минимальное значения мощностей светового потока w_{\max} и w_{\min} , дают направления обеих осей эллипса $2a$ и $2b$. Отношение полуосей a/b равно:

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{w_{\max}}{w_{\min}}}.$$

Это равенство является следствием того, что амплитуды колебаний, соответствующих максимальному и минимальному значениям мощностей светового потока, равны полуосям эллипса a и b .

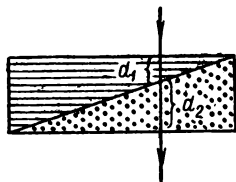


Рис. 176. Компенсатор Бабиня.

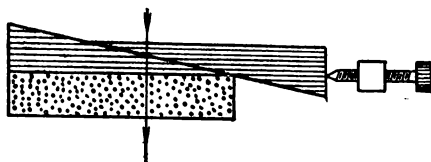


Рис. 177. Компенсатор Солея.

Указанный анализ эллиптически поляризованного света можно произвести с помощью пластинки $\lambda/4$ в том случае, когда эллиптическая поляризация возникает в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний разной амплитуды с разностью фаз $\pi/2$. Если же эллиптическая поляризация возникает в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с разностью фаз $\Delta \neq \pi/2$, то для превращения такого света в плоско поляризованный надо ввести такую добавочную разность фаз Δ' , которая в сумме с Δ дала бы разность фаз, равную π (или $2k\pi$). В этих случаях вместо пластинки $\lambda/4$ употребляются особые приборы, носящие название *компенсаторов*, которые позволяют получить любое значение разности фаз Δ .

Наиболее простой тип компенсатора, носящий название *компенсатора Бабиня*, состоит из двух кварцевых клиньев, вырезанных так, что оптические оси в них взаимно перпендикулярны (рис. 176). Тогда луч, обыкновенный в верхнем клине, делается необыкновенным в нижнем, и наоборот. Благодаря

этому, в том месте, где свет проходит одинаковые толщины обоих клиньев, между лучами не возникает никакой разности фаз. Во всяком другом месте, где свет пройдет толщину d_1 одного клина, отличную от толщины d_2 другого, между лучами возникнет определенная разность фаз. Таким образом, в зависимости от места, в котором свет проходит через клинья, можно получить любую разность фаз. Неудобство компенсатора Бабиня состоит в необходимости пользоваться очень узкими пучками света, так как для широкого пучка в разных его местах возникнут различные разности фаз. Этим недостатком не обладает компенсатор Солейля. Он состоит из двух кварцевых клиньев с параллельными оптическими осями и из кварцевой плоско-параллельной пластинки, ось которой перпендикулярна к осям клиньев (рис. 177). Верхний клин может перемещаться с помощью микрометрического винта параллельно самому себе. При таком перемещении клина суммарная толщина клиньев, одинаковая на всем протяжении их соприкосновения друг с другом, меняется и может быть сделана равной или отличной от толщины нижней пластинки. В первом случае компенсатор не внесет никакой разности фаз между обоими лучами, во втором — внесет разность фаз, которой можно придать любое требуемое значение.

§ 292. Кристаллическая пластинка между николями. До сих пор мы рассматривали интерференцию поляризованных лучей, колебания в которых происходят во взаимно перпендикулярных направлениях. Рассмотрим теперь интерференцию двух поляризованных лучей, колебания в которых приведены к одной плоскости. Такой случай можно осуществить, поместив плоско-параллельную кристаллическую пластинку AB между николями N_1 и N_2 (рис. 178). Пусть пластинка вырезана из одноосного кристалла параллельно оптической

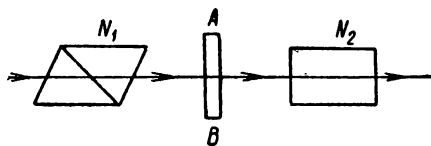


Рис. 178. Плоско-параллельная кристаллическая пластинка между двумя николями N_1 и N_2 .

оси. Предположим, что николи скрещены и через систему проходит параллельный пучок лучей. Изобразим положение главных сечений обоих николей линиями N_1 и N_2 (рис. 179). Тогда в луче, прошедшем через первый николю, электрический вектор совершает колебания в направлении N_1 ; амплитуда этих колебаний представлена вектором A_1 . Пусть OO' соответствует положению плоскости главного сечения пластинки AB (рис. 178). Луч, попавший в пластинку AB , разобьется на два — обыкновенный и необыкновенный, которые будут распространяться в пластинке в одном и том же направлении, но с разными скоростями. Электрический вектор в необыкновенной волне совершает колебания в направлении OO' , а в обыкновенной волне — в направлении, перпендикулярном к OO' . Обозначим вектор амплитуды первого из них через A_e , второго — через A_o . Значения обоих векторов A_e и A_o мы получим, спроектировав вектор A_1 соответственно на направление OO' и направление, к нему перпендикулярное. Если главное сечение пластинки составляет угол α с главным сечением

оси. Предположим, что николи скрещены и через систему проходит параллельный пучок лучей. Изобразим положение главных сечений обоих николей линиями N_1 и N_2 (рис. 179). Тогда в луче, прошедшем через первый николю, электрический вектор совершает колебания в направлении N_1 ; амплитуда этих колебаний представлена вектором A_1 . Пусть OO' соответствует положению плоскости главного сечения пластинки AB (рис. 178). Луч, попавший в пластинку AB , разобьется на два — обыкновенный и необыкновенный, которые будут распространяться в пластинке в одном и том же направлении, но с разными скоростями. Электрический вектор в необыкновенной волне совершает колебания в направлении OO' , а в обыкновенной волне — в направлении, перпендикулярном к OO' . Обозначим вектор амплитуды первого из них через A_e , второго — через A_o . Значения обоих векторов A_e и A_o мы получим, спроектировав вектор A_1 соответственно на направление OO' и направление, к нему перпендикулярное. Если главное сечение пластинки составляет угол α с главным сечением

первого николя, то

$$A_e = A_1 \cos \alpha, \quad A_o = A_1 \sin \alpha. \quad (1)$$

Между колебаниями обоих лучей с амплитудами A_e и A_o возникнет разность фаз:

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e). \quad (2)$$

Второй николь пропустит лишь колебания, представляющие собою проекцию колебаний A_e и A_o на направление N_2 . Векторы амплитуд этих колебаний изобразятся на рис. 179 стрелками A_{2e} и A_{2o} . Из рис. 179 и из равенства (1) имеем

$$\begin{aligned} A_{2e} &= A_e \sin \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha, \\ A_{2o} &= A_o \cos \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

Таким образом, амплитуды A_{2e} и A_{2o} численно равны друг другу. Оба рассматриваемых колебания возникают из одного плоско поляризованного колебания A_1 , поэтому они когерентны и могут интерферировать. Как видно из рис. 179, векторы A_{2e} и A_{2o} направлены в противоположные стороны, следовательно, между соответствующими им колебаниями, кроме разности фаз Δ , определяемой формулой (2), имеется еще добавочная разность фаз π . Таким образом, суммарная разность фаз Δ_1 равна

$$\Delta_1 = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e) + \pi. \quad (3)$$

При $\Delta_1 = 2k\pi$, где k — целое число, оба колебания максимально усилят друг друга, и поле при рассмотрении сквозь скрещенные николи окажется просветленным.

При $\Delta_1 = (2k + 1)\pi$ колебания полностью погасят друг друга и поле останется темным. При освещении системы белым светом условия максимального усиления или ослабления колебаний осуществляются не одновременно для лучей разных длин волн и поэтому при заданной толщине плоско-параллельной пластинки, расположенной между скрещенными николями, поле представится равномерно окрашенным. Тон окраски зависит от толщины пластинки и значения разности коэффициентов преломления $n_o - n_e$.

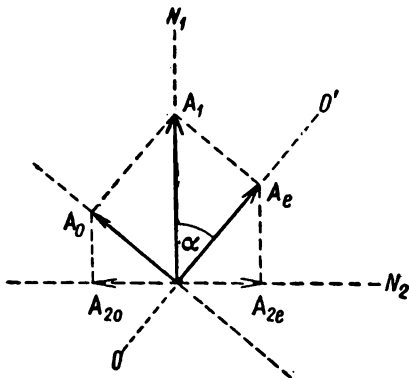


Рис. 179. К определению амплитуд колебаний, прошедших через кристаллическую пластинку и скрещенные николи.

Если главные сечения николей расположить параллельно друг другу (рис. 180), то

$$A_{2e} = A_e \cos \alpha = A_1 \cos^2 \alpha,$$

$$A_{2o} = A_o \sin \alpha = A_1 \sin^2 \alpha.$$

Оба вектора A_{2e} и A_{2o} теперь направлены в одну сторону, и разность фаз между соответствующими им колебаниями равна

$$\Delta_2 = \Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e),$$

т. е. отличается от разности фаз Δ_1 на π .

При любом значении угла α , кроме $\pm \pi/4$, амплитуды A_{2e} и A_{2o} теперь не равны и, следовательно, ни при какой толщине пластинки колебания не могут полностью погасить друг друга. При любой толщине пластинки, расположенной между параллельными николями (и любом значении $n_o - n_e$), поле окажется более или менее просветленным и окрашенным. Только при $\alpha = \pm \frac{\pi}{4}$, при параллельных николях, амплитуды A_{2e} и A_{2o} равны друг другу. В этом случае пластинка, введенная между николями, может погасить свет.

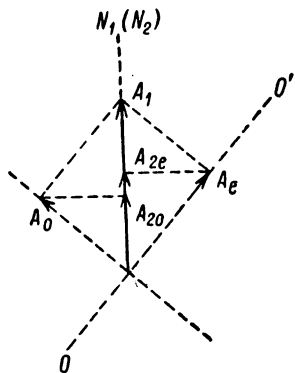


Рис. 180. К определению амплитуд колебаний, прошедших через кристаллическую пластинку и параллельные николи.

Благодаря тому, что разность фаз Δ_2 отличается на π от разности фаз Δ_1 , при параллельных николях ослабляются те лучи, которые при той же пластинке усиливались при скрещенных николях, и наоборот. В результате, при освещении системы белым светом окраски при параллельных и скрещенных николях получаются разные; эти две окраски называются *дополнительными*. Окраска непрерывно меняется если поворачивать один из николей. То же имеет место при неподвижных николях и поворачивании пластинки (изменении угла α).

Описанные явления носят название *хроматической поляризации*. Хроматическая поляризация представляет собою весьма чувствительный метод для обнаружения двойного лучепреломления. При малом значении разности коэффициентов преломления $n_o - n_e$ двойное лучепреломление трудно обнаружить путем непосредственного наблюдения обыкновенного и необыкновенного лучей. При рассматривании же пластинки из слабо анизотропного вещества между скрещенными николями поле просветлится, что и явится доказательством наличия двойного лучепреломления.

Более сложный случай хроматической поляризации наблюдается в сходящихся лучах, когда на кристаллическую пластинку AB (рис. 181), помещенную между николями N_1 и N_2 , с помощью линзы L_1 направляется сходящийся конус лучей. Луч, составляющий

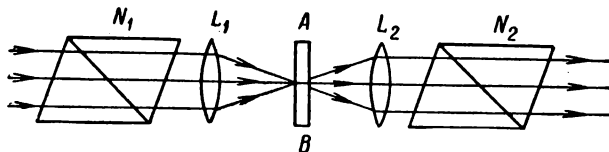


Рис. 181. Кристаллическая пластинка в сходящихся лучах.

угол i_2 с нормалью к поверхности пластинки (рис. 182), пройдет толщину пластинки:

$$l' = \frac{l}{\cos i_2}.$$

Два луча, обыкновенный и необыкновенный, распространяющихся в пластинке в данном направлении, приобретут разность хода:

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{l}{\cos i_2} (n_o - n_1),$$

где n_1 — показатель преломления необыкновенного луча в рассматриваемом направлении. В результате интерференции лучей возникает

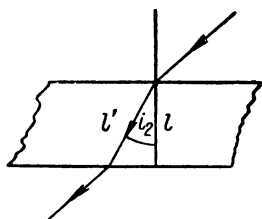


Рис. 182. Длина пути луча, составляющего угол i_2 с нормалью к поверхности пластинки.

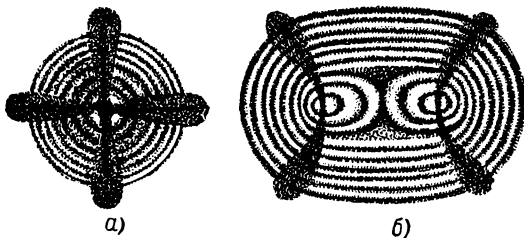


Рис. 183. Интерференционная картина, возникающая при прохождении сходящегося пучка через кристаллическую пластинку между двумя николями: a — одноосного кристалла; b — двуосного кристалла.

сложная картина, частный случай которой представлен на рис. 183а. Еще более сложный вид картина приобретает при пластинках, вырезанных из двуосных кристаллов; один из частных случаев возникающей картины представлен на рис. 183б.

§ 293. Искусственное двойное лучепреломление. В начале прошлого столетия было открыто возникновение двойного лучепреломления в прозрачных изотропных телах под влиянием механической деформации. Оптическую анизотропию, появляющуюся под влиянием деформации, легче всего обнаружить, поместив исследуемое тело A

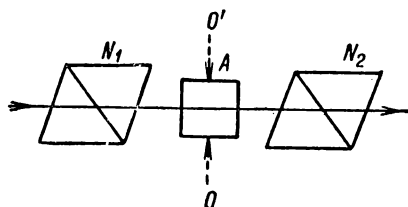


Рис. 184. Наблюдение двойного лучепреломления, возникающего при механической деформации.

между скрещенными николями (рис. 184). При одностороннем сжатии или растяжении тела вдоль направления OO' в нем возникает оптическая анизотропия, эквивалентная анизотропии одноосного кристалла с оптической осью OO' . Обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются в направлении, перпендикулярном к OO' , не расходясь, но с различными скоростями v_o и v_e . Если главное сечение николя N_1 (рис. 184) не параллельно и не перпендикулярно к OO' , то свет, прошедший через деформируемое тело, станет эллиптически поляризованным и его нельзя будет потушить николем N_2 .

Разность коэффициентов преломления $n_o - n_e = \frac{v_o}{c} - \frac{v_e}{c}$ может служить мерой возникшей анизотропии. Опыт показывает, что разность $n_o - n_e$ пропорциональна давлению p , которому подвергается деформируемое тело:

$$n_o - n_e = kp,$$

где k — константа, определяемая свойствами вещества. Разность фаз, которую приобретут обыкновенный и необыкновенный лучи, пройдя толщу тела l , равна

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e) = cpl,$$

где $c = \frac{2\pi k}{\lambda}$ — новая константа. В зависимости от рода вещества константа c может быть положительна или отрицательна; кроме того, она зависит от длины волны λ . Благодаря зависимости Δ от λ , просветленное при деформации поле окрашено аналогично тому, как окрашено поле при наблюдении хроматической поляризации, даваемой естественными кристаллами.

Двойное лучепреломление сохраняется при прекращении действия деформирующей силы, если в теле сохраняются натяжения. Например, куски закаленного стекла обнаруживают хорошо выраженную хроматическую поляризацию. По появлению такого рода хроматической поляризации производится исследование прозрачных изделий

на натяжения. Искусственное двойное лучепреломление практически используется также для изучения деформаций в прозрачных моделях. Так как величина оптической анизотропии пропорциональна давлению p , то по виду полос одинакового цвета (изохром), возникающих при наблюдении модели между скрещенными николями, можно судить о величине натяжений. Изготавливая модели из прозрачного вещества (обычно целлулоида), можно решать ряд теоретических и практических задач о деформациях, возникающих в телах различной формы под влиянием тех или иных сил. Такой метод изучения деформаций (называемый *методом фотоупругости*) получил в настоящее время значительное распространение. На снимке 3 (см. приложение) представлена фотография изохром, возникающих в пластинке с малым круглым отверстием при одностороннем растяжении.

Оптическая анизотропия может возникнуть также и в жидкости под влиянием внешних динамических воздействий. Примером может служить двойное лучепреломление, обнаруживаемое в некоторых жидкостях в потоке при наличии градиента скорости. Если жидкость ламинарно течет между двумя стенками, например между стенками неподвижного и вращающегося коаксиальных цилиндров, то она становится оптически анизотропной. Эта анизотропия характеризуется величиной разности коэффициентов преломления обыкновенного и необыкновенного лучей Δn и углом α , образуемым оптической осью жидкости с направлением потока. Анизотропия однородной жидкости в потоке вызывается натяжениями и в этом отношении аналогична анизотропии, возникающей в твердых телах при деформации. В случае, если в жидкости присутствуют какие-либо анизотропные частицы, то двойное лучепреломление вызывается ориентацией этих частиц в потоке. Двойное лучепреломление также возникает, если частицы сами изотропны, но обладают нешарообразной формой. Роль частиц могут играть молекулы растворенного вещества, например крупные молекулы некоторых органических веществ.

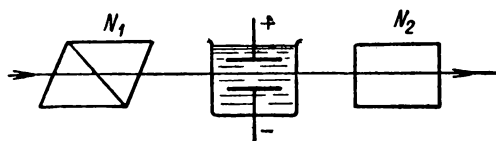
Возникновение оптической анизотропии в потоке было широко использовано В. Н. Цветковым и его сотрудниками для изучения свойств полимеров, в частности полимеров, идущих на изготовление искусственных каучуков и пластмасс.

Двойное лучепреломление в жидкости наблюдается и при возбуждении в жидкости ультразвуческих колебаний, что объясняется наличием в звуковом поле градиентов скорости жидкости. Таким образом, этот эффект, по существу, сводится к предыдущему.

§ 294. Двойное лучепреломление в электрическом поле. Другим примером искусственной анизотропии является анизотропия, возникающая в телах под влиянием электрического поля. Этот вид анизотропии был открыт в 1875 г. Керром и носит название *явления Керра*. Впервые двойное лучепреломление в электрическом поле было обнаружено в твердых диэлектриках при помещении их между пластинами заряженного конденсатора. Однако в этом случае оставалось сомнение, не является ли роль электрического поля косвенной и не возникает ли наблюдаемое двойное лучепреломление под влиянием вызванной полем механической деформации (явление электрострикции; т. II, § 141). Наличие непосредственного влияния

электрического поля было окончательно установлено после того, как Керр обнаружил эффект в жидкостях, в которых статическое сжатие не вызывает оптической анизотропии. Впоследствии (1930 г.) двойное лучепреломление под влиянием электрического поля было найдено и в газах.

Явление Керра в жидкостях можно наблюдать, поместив кювету, в которую введены пластины плоского конденсатора („ячейка Керра“), между скрещенными николями N_1 и N_2 (рис. 185). При заряджении конденсатора свет начинает проходить через николи. Жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с осью, направленной вдоль электрического поля. Опыт показывает, что разность коэффициентов преломления $n_o - n_e$ пропорциональна квадрату напряженности



поля E . Отсюда разность фаз Δ , возникающая между обыкновенным и необыкновенным лучами, равна

$$\Delta = B l E^2,$$

Рис. 185. Наблюдение двойного лучепреломления в электрическом поле.

где l — толщина жидкости, а B — постоянная, зависящая лишь от сорта

жидкости (*постоянная Керра*). Для большинства жидкостей $B > 0$, но есть и такие жидкости, для которых $B < 0$. Из всех жидкостей наибольшей постоянной Керра обладает нитробензол, для него $B = 2 \cdot 10^{-5}$ CGSE. Благодаря квадратичной зависимости Δ от E , разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами не зависит от направления электрического поля.

Явление Керра объясняется ориентирующим действием внешнего электрического поля на анизотропные молекулы жидкости. Ориентирующее действие поля может быть обусловлено либо наличием у молекул постоянного электрического момента (дипольные молекулы), либо моментом, приобретаемым во внешнем поле. Время, в течение которого молекулы успевают ориентироваться во внешнем электрическом поле, не превышает 10^{-9} сек; за такой же промежуток времени молекулы успевают дезориентироваться после прекращения действия поля, в результате чего двойное лучепреломление пропадает.

Столь малое значение промежутков времени, достаточных для пропадания или возникновения двойного лучепреломления, было впервые установлено с помощью опыта, схема которого представлена на рис. 186. Свет от искры S , отразившись от системы зеркал $M_1 M_2 M_3 M_4$, проходит через николи N_1 и N_2 , между которыми помещается ячейка Керра K . Пластинам ячейки Керра K и электродам искрового промежутка S сообщается разность потенциалов от одного и того же

источника переменной электродвижущей силы. Когда разность потенциалов достигает значения пробивного напряжения, между электродами S проскакивает искра, и конденсатор ячейки Керра разряжается. Отодвигая зеркала M_1 и M_2 , можно увеличить длину пути света от искры до ячейки Керра и таким образом получить очень малую, но заметную разность между моментом времени, в который конденсатор разряжается, и моментом времени, в который свет до него доходит. Если за этот промежуток времени молекулы успеют дезориентироваться, то жидкость перестанет давать двойное лучепреломление, и свет будет потушен николем N_2 . Из опытов следует, что длина пути света от искры до ячейки Керра должна равняться примерно 3 м, чтобы двойное лучепреломление в ячейке Керра успело пропасть. Такую длину свет проходит за 10^{-8} сек.

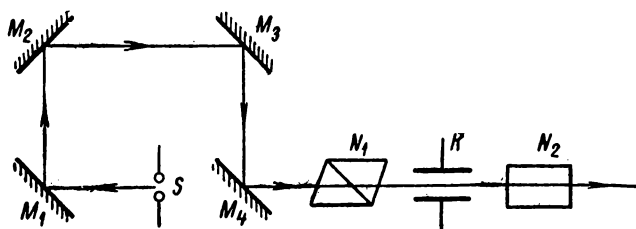


Рис. 186. Схема опыта для определения времени пропадания двойного лучепреломления.

Произведенные впоследствии более точные измерения показали, что время, необходимое для того, чтобы анизотропия жидкости успела пропасть, после того как электрическое поле выключено, равно приблизительно 10^{-9} сек.

Искусственное двойное лучепреломление возникает также в некоторых жидкостях под влиянием магнитного поля. Возникающая под влиянием магнитного поля разность коэффициентов преломления $n_o - n_e$ пропорциональна квадрату напряженности магнитного поля. Величина разности $n_o - n_e$ в достижимых магнитных полях весьма мала.

Малое значение промежутка времени, в течение которого устанавливается или пропадает двойное лучепреломление в электрическом поле, позволяет использовать ячейку Керра в качестве безинерционного затвора, что находит различное практическое и лабораторное применение. В § 254 приводилось значение скорости света, полученное с помощью ячеек Керра. Схема установки (рис. 187), позволяющей произвести такое измерение, в принципе совпадает со схемой опыта Физо. На две ячейки Керра K_1 и K_2 синхронно подается переменная разность потенциалов с определенной частотой ν . Обе

ячейки помещены между скрещенными николями. Свет проходит через систему из ячейки Керра и двух николей тогда, когда на обкладки ячейки подается разность потенциалов. Свет, пропущенный первой системой с ячейкой K_1 , идет до зеркала M , отражается от него и попадает на вторую систему с ячейкой K_2 . Если за время τ , в течение которого свет распространяется от ячейки K_1 до зеркала M и обратно до ячейки K_2 , разность потенциалов упадет до нуля, то свет будет погашен николем N_4 . Определив время τ по известной частоте переменной разности потенциалов ν и зная расстояние, пройденное светом, можно найти скорость света c .

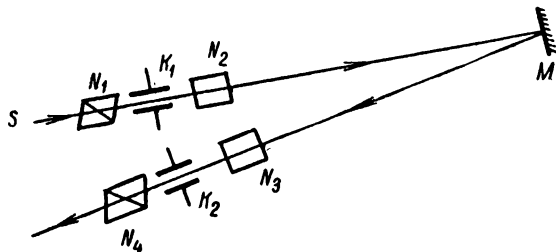


Рис. 187. Определение скорости света с помощью ячеек Керра.

Ячейка Керра в качестве безинерционного затвора применяется также для различных технических целей, например, в телевизорах, в звуковоспроизводящей аппаратуре киноустановок и т. д.

§ 295. Вращение плоскости поляризации. В направлении оптической оси свет распространяется в кристалле так же, как и в однородной среде, не давая двойного лучепреломления. Однако было замечено, что в кристаллах кварца распространение света вдоль оптической оси все же отличается от его распространения в изотропной среде. Оказалось, что плоско поляризованный свет, распространяясь в кристалле кварца вдоль оптической оси, поворачивает плоскость поляризации. Впоследствии это явление было обнаружено в ряде других кристаллов и в некоторых жидкостях и получило название *вращения плоскости поляризации*. Вещества, вращающие плоскость поляризации, называются *оптически активными*.

Если расположить пластинку кварца, вырезанную перпендикулярно оси, между двумя скрещенными николями, то поле просветляется. Поворотом второго николя на некоторый угол свет снова можно потушить. Это указывает на то, что свет остался плоско поляризованным, но плоскость его поляризации повернулась на некоторый угол. Полностью потушить свет, поворачивая николь, можно лишь в случае монохроматического источника света. Если пользо-

ваться белым светом, то при расположении кварцевой пластинки между скрещенными николями получается окрашенное поле; при повороте одного из николей окраска поля меняется. Это указывает на зависимость вращательной способности от длины волны (дисперсия вращательной способности). Угол вращения плоскости поляризации $\Delta\varphi$ пропорционален толщине пластинки. Если смотреть навстречу лучу, то плоскость поляризации для данного кристалла повернута в определенном направлении: по часовой стрелке (направо) или против часовой стрелки (налево). При повороте пластинки на 180° это направление вращения сохраняется неизменным. Поэтому, если заставить луч пройти через кристаллическую пластинку, обладающую способностью вращать плоскость поляризации вдоль оптической оси, а затем, отразив нормально от зеркала, пропустить его через ту же пластинку в обратном направлении, то плоскость поляризации не будет повернута.

Вещества, вращающие направо, носят название *правовращающих*, а вращающие налево — *левовращающих*. Кристаллы кварца встречаются в двух разновидностях — правовращающие и левовращающие. Право- и левовращающие кристаллы кварца отличаются по своей внешней кристаллической форме — одни из них являются зеркальным отображением других; такие две формы носят название в кристаллографии *энантиоморфных*.

Вращение в кварце значительно: кварцевая пластинка толщиной в 1 мм поворачивает плоскость поляризации желтых лучей ($\lambda = 0,5890 \text{ мк}$) на $21,7^\circ$, а фиолетовых ($\lambda = 0,4047 \text{ мк}$) — на $48,9^\circ$; в ультрафиолетовой области спектра вращение плоскости поляризации еще больше: та же пластинка поворачивает плоскость поляризации лучей с длиной волны $\lambda = 0,2147 \text{ мк}$ на 236° .

Френель показал, что вращение плоскости поляризации может быть объяснено, если допустить, что лучи, поляризованные по кругу с правым и левым направлением вращения, распространяются в кристалле с разной скоростью. Как было показано в т. I, § 101, прямолинейное гармоническое колебательное движение можно разложить на два круговых, происходящих с той же частотой, но в обратных направлениях.

Пусть направление OO' (рис. 188) представляет собой направление колебания в падающей на кристалл плоско поляризованной волне. Вектор амплитуды колебаний A разложим на два вектора: A' и A'' , из которых первый вращается направо, а второй налево.

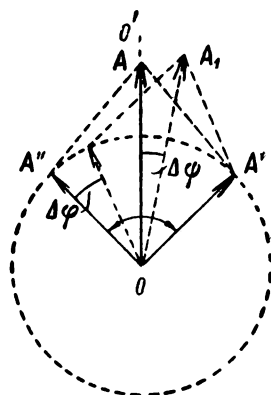


Рис. 188. Возникновение вращения плоскости поляризации.

Если скорости распространения круговых колебаний в кристалле разные, то после того, как свет пройдет толщу кристалла l , круговое колебание A' отстанет по фазе на угол $\varphi' = 2\pi \frac{l}{\lambda'}$, а колебание A'' — на угол $\varphi'' = 2\pi \frac{l}{\lambda''}$; здесь λ' и λ'' — длины волн в кристалле, соответствующие обоим видам колебаний.

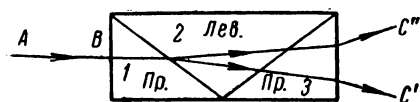
Предположим, что толщина пластинки l такова, что угол φ' кратен 2π . Тогда вектор A' займет снова свое прежнее положение, вектор же A'' , для которого $\varphi'' \neq \varphi'$, займет некоторое новое положение, отмеченное на рис. 188 пунктиром. Это новое положение будет повернуто относительно старого на угол:

$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi'' = 2\pi l \left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''} \right).$$

Результирующий вектор A займет также новое положение A_1 , повернутое относительно A на угол:

$$\Delta\psi = \frac{\Delta\varphi}{2} = \pi l \left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''} \right). \quad (1)$$

Введем коэффициенты преломления n' и n'' для лучей, поляризованных по кругу вправо и влево, тогда $\lambda' = \frac{\lambda_0}{n'}$ и $\lambda'' = \frac{\lambda_0}{n''}$, где λ_0 —



длина волны рассматриваемого света в пустоте. Подставляя эти значения λ' и λ'' в (1), найдем

$$\Delta\psi = \pi \frac{l}{\lambda_0} (n' - n''). \quad (2)$$

Рис. 189. Разделение лучей при прохождении через сложную призму из право- и левовращающего кварца.

Таким образом, угол поворота плоскости поляризации $\Delta\psi$ определяется разностью коэффициентов преломления n' и n'' лучей право- и левополяризованных по кругу.

Френель проверил свою гипотезу, пропустив свет через сложную призму, склеенную из трех кусков кварца (рис. 189). Призмы 1 и 3 изготовлены из правовращающего, а призма 2 — из левовращающего кварца. Все три призмы вырезаны так, что оптические оси параллельны их основаниям. При нормальном падении на систему призм плоско поляризованного луча AB , этот луч войдет в первую призму без преломления. На границе же между первой и второй призмами он раздвоится, так как коэффициенты преломления для правых и левых круговых колебаний, на которые он может быть разложен, различны. Еще более лучи разойдутся при преломлении на границе между второй и третьей призмами. В результате из призмы выйдут два луча C' и C'' , причем оба будут поляризованы по кругу: один

с правым, а другой с левым направлением вращения. В действительности такие два поляризованных по кругу луча и были получены Френелем.

Наряду с кристаллами, существуют и жидкости, которые также обладают способностью вращать плоскость поляризации. К числу таких жидкостей принадлежат скипидар, водный раствор сахара, раствор виннокаменной кислоты и т. д. Последняя встречается в двух модификациях — право- и левовращающей. Для растворов имеют место следующие законы: угол вращения $\Delta\psi$ пропорционален толщине l слоя раствора и пропорционален концентрации c активного вещества:

$$\Delta\psi = \alpha cl. \quad (3)$$

Величина α зависит от рода вещества; она носит название *постоянной вращения*. Все вещества, активные в аморфном состоянии (расплавленные или в виде растворов), активны и в виде кристаллов, хотя постоянная вращения α в обоих этих состояниях может быть разной. Наоборот, ряд веществ, неактивных в аморфном состоянии, вращает в кристаллическом состоянии. Так, кварц, сильно вращающий в кристаллическом состоянии, перестает вращать в аморфном состоянии (плавленный кварц). Отсюда следует, что способность вращать плоскость поляризации может определяться как строением молекул, так и расположением молекул в кристаллической решетке.

Первоначальные попытки объяснить вращательную способность с точки зрения электронной теории сводились к предположению, что в оптически активной молекуле имеются такие связи, что под действием световой волны электроны движутся по винтообразным траекториям. В активных кристаллах, например в кварце, частицы кремния и кислорода расположены по винтовым линиям. Несколько позже было выяснено, что вращение плоскости поляризации может быть объяснено наличием анизотропных молекул, не имеющих ни центра симметрии, ни плоскости симметрии. При этом приходится учитывать неоднородность электромагнитного поля световой волны в пределах размеров молекулы.

Явление вращения плоскости поляризации находит практическое применение при измерении концентрации сахара в растворе. Определив значение постоянной вращения α при данных условиях, можно по формуле (3) найти концентрацию раствора. Такие измерения производятся в сахарной промышленности с помощью специальных приборов, получивших название *сахариметров*. Схема простейшего сахариметра представлена на рис. 190. Между двумя николями N_1 и N_2 расположена кювета, закрытая плоско-параллельными окошками. При отсутствии раствора николи устанавливаются «на темноту», т. е. так, что их главные сечения взаимно перпендикулярны. При заполнении кюветы раствором поле просветляется. Для того чтобы снова поле сделать темным, николь N_2 приходится повернуть на некоторый угол, который и

определяет поворот плоскости поляризации в растворе (при условии, что он меньше π).

Ввиду того что установка николей «на темноту» не может быть произведена очень точно, употребляются иные поляризационные приспособления. В настоящее время чаще всего работают с так называемым *полутеневым анализатором*. Полутеневой анализатор получается из призмы Николя, которая разрезается по двум плоскостям, симметричным к плоскости главного сече-



Рис. 190. Схема устройства сахариметра.

ния OO' и составляющим между собою небольшой угол β (положение этих плоскостей отмечено пунктирными линиями на рис. 191а). Лежащий между плоскостями клин (заштрихован на рис. 191б) удаляется и две половинки склеиваются так, что в поперечном сечении они образуют неправильный ромб (рис. 191в).

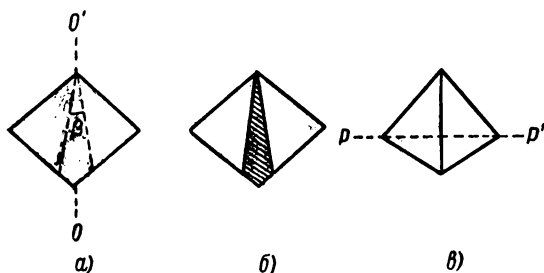


Рис. 191. Устройство полутеневого анализатора.

способен с большой точностью устанавливать одинаковость яркостей двух соседних полей, то этим способом можно хорошо фиксировать положение плоскости поляризации PP' . Работать с полутеневым анализатором необходимо с монохроматическим светом, для чего в качестве источника света употребляется натриевая лампа или ртутная лампа с зеленым фильтром.

§ 296. Магнитное вращение плоскости поляризации. Вещества, не обладающие естественной способностью вращать плоскость поляризации, приобретают такую способность под влиянием внешнего магнитного поля. Явление магнитного вращении плоскости поляриза-

¹ Обе половинки представляются одинаково яркими и в том случае, если плоскость поляризации PP' параллельна плоскости, по которой склеены части призмы. Но в этом случае яркости будут больше и условия для работы менее выгодны.

ции было открыто в 1846 г. Фарадеем, причем это открытие явилось следствием длительных попыток Фарадея найти связь между световыми и магнитными явлениями. Фарадей предполагал, что ему удалось найти непосредственное влияние магнитного поля на свет, он писал: „Мне удалось намагнитить и наэлектризовать луч света и осветить магнитную силовую линию“. В действительности же явление, открытое Фарадеем, носит иной характер: магнитное поле влияет на вещество, помещенное в поле, и только это последнее изменяет характер распространения света.

Магнитное вращение плоскости поляризации происходит при распространении света в прозрачном веществе вдоль линий магнитной напряженности. Поэтому наиболее удобно наблюдать магнитное вращение, просверлив в наконечниках электромагнита узкие каналы. Схема опыта представлена на рис. 192, где S — источник света, A и B — наконечники электромагнита, N_1 и N_2 — николи и C — тело, в котором происходит вращение плоскости поляризации. При отсутствии магнитного поля, для чего ток в электромагните выключается, при скрещенных николях N_1 и N_2 свет не проходит через всю систему. При включении тока в цепь электромагнита между полюсами возникает магнитное поле, плоскость поляризации света при прохождении через прозрачное тело C поворачивается, и свет проходит через ничесоль N_2 .

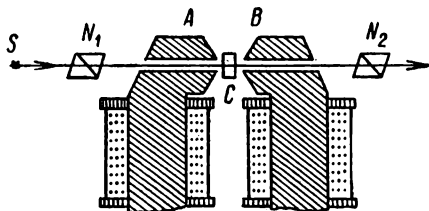


Рис. 192. Метод наблюдения магнитного вращение плоскости поляризации.

Угол поворота ψ плоскости поляризации пропорционален длине пути l света в веществе, находящемся в магнитном поле, и напряженности магнитного поля H :

$$\psi = klH; \quad (1)$$

коэффициент k характеризует способность данного тела вращать в магнитном поле плоскость поляризации. Численные значения k , вообще говоря, невелики. Способность вращать плоскость поляризации в магнитном поле обнаруживают как твердые прозрачные вещества, так и жидкости и газы. Для некоторых сортов стекла (тяжелый флинт) k достигает значений 0,1, если угол ψ измерять в минутах, H — в эрстедах и l — в сантиметрах.

Если тела обладают естественной оптической активностью, то при внесении их в магнитное поле их естественная способность вращать плоскость поляризации складывается со способностью вращать, возникшей под влиянием магнитного поля.

Весьма большое вращение наблюдается в очень тонких (настолько тонких, что они прозрачны) слоях ферромагнитных металлов: железе, никеле, кобальте. Пленка железа толщиной в $0,1 \text{ мк}$ в поле напряженностью в 10 000 э поворачивает плоскость поляризации на 2° . Угол поворота в ферромагнитных веществах пропорционален намагниченности ферромагнитного вещества и поэтому не подчиняется соотношению (1).

Различные тела вращают плоскость поляризации в различных направлениях. *Правовращающими*, или *положительными*, называются вещества, поворачивающие плоскость поляризации вправо для наблюдателя, смотрящего вдоль магнитного поля. Другими словами, если направлению линий магнитной напряженности сопоставить поступательное движение буравчика, то направление вращения головки буравчика укажет направление поворота плоскости поляризации для положительно вращающих тел. Для положительных веществ коэффициент k

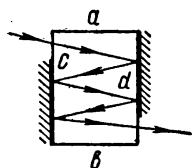


Рис. 193. Увеличение угла магнитного вращения плоскости поляризации путем многократных отражений.

считается положительным. Вещества, вращающие в направлении, противоположном указанному, называются *левовращающими*, или *отрицательными*. Отрицательные вещества всегда содержат в своем составе парамагнитные атомы. Сами же парамагнитные вещества не всегда отрицательны. Направление вращения для каждого данного вещества *определяется лишь направлением магнитного поля и не зависит от направления распространения света*. Этим магнитное вращение отличается от естественного, для которого направление вращения зависит от того, наблюдается ли оно вдоль или навстречу пучку света.

Как было отмечено в § 295, луч света, прошедший дважды через естественно вращающее тело: один раз в одном направлении, а другой — в направлении, ему противоположном, не поворачивает плоскости поляризации. Для магнитного вращения угол поворота возрастает при прохождении вращающего тела взад и вперед. Это обстоятельство позволяет увеличить угол поворота при магнитном вращении, заставив свет многократно отразиться внутри вращающего тела. Между полюсами электромагнита помещается исследуемое тело ab в виде параллелепипеда, противоположные грани которого посеребренны, кроме узких полосок у противоположных краев (рис. 193; посеребренные места отмечены штриховкой). Луч света, отражаясь у посеребренных поверхностей, проходит через тело несколько раз взад и вперед, при этом, в соответствии со сказанным, угол поворота плоскости поляризации $\Delta\psi$ возрастает пропорционально общей длине пути луча в теле.

Величина магнитного вращения зависит от длины волны, так что коэффициент k для данного вещества имеет несколько различные значения для разных длин волн.

Явление магнитного вращения плоскости поляризации вызвано той прецессией, которую при наличии внешнего магнитного поля испытывают электроны, входящие в состав атомов или молекул вещества. В результате такой прецессии тело приобретает разные значения коэффициентов преломления для лучей, поляризованных по кругу по и против часовой стрелки. Благодаря этому скорость распространения лучей, поляризованных по кругу в разных направлениях, становится различной. Последнее же обстоятельство, как было выяснено в § 295, ведет к повороту плоскости поляризации. Явление магнитного вращения плоскости поляризации тесно связано с так называемым явлением Зеемана (см. § 346), которое сводится к изменению частоты испускаемого атомами света под влиянием магнитного поля. Магнитное вращение плоскости поляризации наступает через весьма малый промежуток времени после включения магнитного поля и через столь же малый промежуток времени пропадает после выключения магнитного поля. Время запаздывания, как и для эффекта Керра, порядка 10^{-9} сек.

Влияние магнитного поля сказывается и при отражении света от полированной поверхности металла. А именно, если плоско поляризованный свет отражается от полированной поверхности намагниченного железа, то он приобретает эллиптическую поляризацию, отличную от той, которую он бы имел в случае отражения (при прочих равных условиях) от ненамагниченного железа (см. § 278).

ГЛАВА XXVI

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛАХ

§ 297. Опыты с движущимися телами. Изучение распространения света в движущихся телах сыграло исключительно большую роль в развитии наших знаний о природе физических явлений, а как впоследствии выяснилось, и о природе пространства и времени. Волновая теория света, как мы указывали в § 250, привела к представлению о мировом эфире — среде, заполняющей все мировое пространство и пронизывающей все тела. Сперва предполагалось, что к эфиру применимы законы классической механики и что эфир, будучи механической средой, может служить системой отсчета, т. е. что можно определить движение тел относительно эфира. Замена, в связи с развитием электромагнитной теории света, механических представлений об эфире более общими электромагнитными представлениями не изменила предположения о возможности определять движение тел относительно эфира (см. т. II, § 216). Поскольку эфир представлялся средой, заполняющей все мировое пространство, движение относительно эфира мыслилось как „абсолютное“ движение. В дальнейшем под „абсолютным“ движением мы и будем подразумевать движение относительно такого гипотетического неподвижного эфира.

Гипотеза о существовании эфира выдвигала постановку ряда опытов, цель которых была точнее изучить свойства эфира и характер его взаимодействия с обычными телами. Прежде всего возникал вопрос, увлекают ли прозрачные тела при их движении находящийся в них эфир или нет. Ответ на этот вопрос должен был дать опыт Физо, поставленный в 1851 г. Опыт Физо производился по следующей схеме (рис. 194): световой луч S падал на полупосеребренную пластинку A , разделявшую его на два луча: AB и AC . Зеркала B , C и D , поставленные под углом 45° к падающим на них лучам, поворачивали лучи на 90° . Таким образом, разделенные в A лучи обходили установку: один по часовой стрелке, другой — против. Упав снова на полупрозрачное зеркало A , они соединялись вместе, что позволяло наблюдать картину интерференции. На пути лучей располагались трубы L_1 и L_2 , наполненные текущей со скоростью u

водой в направлениях, указанных на рисунке. Один луч, проходя сквозь трубы, шел все время по течению, другой — против. Если эфир, находящийся в воде, этой водой увлекается, то оба луча, пройдя установку, соединясь в O , будут иметь некоторую разность фаз, обусловленную разным временем, которое лучам потребовалось на прохождение всего пути. Эта разность фаз определит характер интерференции в O . Разность времен прохождения лучами установки создается ходом лучей лишь в движущейся воде, так как в остальном их пути одинаковы. Обозначим скорость света в покоящейся воде через v . С точки зрения теории эфира v есть скорость света в эфире, находящемся в покоящейся воде. Допустим, что эфир увлекается движущейся водой, но не полностью, а частично, т. е. что скорость его по отношению к установке равна αu , где α меньше или равно единице и должно быть определено из опыта.

Тогда скорость света в воде относительно установки для луча, распространяющегося против течения, равна $v - \alpha u$, а для луча, распространяющегося по течению, равна $v + \alpha u$. Отсюда находим, что разность времен Δt , в течение которых оба луча обходят установку, равна

$$\Delta t = \frac{2l}{v - \alpha u} - \frac{2l}{v + \alpha u} = \frac{4l\alpha u}{v^2 - \alpha^2 u^2},$$

где l — длина каждой из труб, наполненных водой. Разность фаз между обоими лучами δ будет равна $2\pi\nu\Delta t$, где ν — частота света. Таким образом, оказывается, что разность фаз δ связана с коэффициентом увлечения α .

Физо получал интерференционную картину при покоящейся и при текущей воде и измерял смещение полос. По этому смещению можно было определить разность фаз и, следовательно, коэффициент увлечения эфира. Опыты Физо показали, что α выражается формулой:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}, \quad (1)$$

где n — показатель преломления воды.¹

¹ Заметим, что опыты Физо были поставлены с целью проверки формулы (1), которая была раньше найдена Френелем, разрабатывавшим теорию эфира,

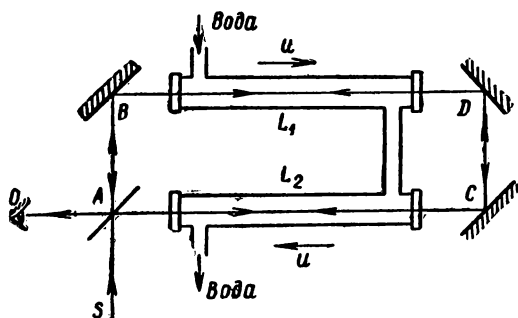


Рис. 194. Схема опыта Физо по увлечению эфира движущейся водой.

Таким образом, интерференционными наблюдениями было установлено, что предполагаемый эфир частично увлекается движущимся веществом, причем „коэффициент увлечения“ α зависит от показателя преломления вещества: вещество с показателем преломления, равным единице, не должно увлекать эфир.

Результаты опытов Физо как будто делали возможным определить „абсолютное“ движение Земли. Действительно, поскольку воздушная атмосфера имеет показатель преломления n , близкий к единице, она не должна заметно увлекать эфир и, следовательно, движение Земли относительно ближайших к ней частей эфира есть ее „абсолютное“ движение в том смысле этого слова,

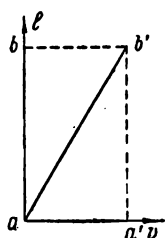


Рис. 195. К подсчету времени распространения света в направлении, перпендикулярном к движению Земли.

который мы указали выше. Идея опыта, который должен был обнаружить „абсолютное“ движение Земли, заключается в следующем. Предположим, что Земля движется в эфире в некотором определенном направлении со скоростью v . Рассчитаем время, которое нужно свету, распространяющемуся в эфире со скоростью c , чтобы пройти на Земле некоторый путь l . Если свет идет в направлении движения Земли

в эфире, то это время равно $\frac{l}{c-v}$, так как скорость света относительно Земли будет равна разности скорости света в эфире и скорости эфира относительно Земли. Очевидно, что в случае, если свет идет против движения Земли в эфире, время прохождения пути l

равно $\frac{l}{c+v}$. Предположим теперь, что свет про-

ходит путь l , идя перпендикулярно к направлению предполагаемого движения Земли в эфире. Тогда за время t , в течение которого свет пройдет *относительно Земли* путь $l=ab$ (рис. 195), Земля сдвинется относительно эфира на отрезок $aa'=vt$. Путь света *относительно эфира* изобразится прямой ab' и время, которое он употребит на прохождение этого пути в эфире, определится из соотношения:

$$t = \frac{\sqrt{l^2 + (vt)^2}}{c}.$$

Здесь в числителе стоит путь луча в эфире, а в знаменателе — его скорость. Определяя из этого соотношения t , получим

$$t = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2)$$

Мы видим, следовательно, что время прохождения одного и того же пути на Земле должно зависеть от расположения этого пути по отношению к направлению движения Земли в эфире.

На этом соображении и был основан интерференционный опыт, осуществленный Майкельсоном в 1881 г. с помощью сконструированного им интерферометра (§ 264).

Схема установки приведена на рис. 196. Световой луч от источника S падает на полупосеребренную пластинку A , расположенную под углом 45° к направлению падающего луча; эта пластинка разделяет луч на два, идущих во взаимно перпендикулярных направлениях. Лучи AM и AM' , отразившись от зеркал M и M' , возвращаются в A , где вновь происходит разделение обоих пучков на две части. Часть света возвращается в источник, другая идет в направлении S' , где и наблюдается интерференция. Картина интерференции определяется разностью хода обоих пучков. Если пути AM и AM' геометрически равны, то разность хода обоих лучей может возникнуть лишь за счет разного времени прохождения отрезков $AM = AM' = l$.

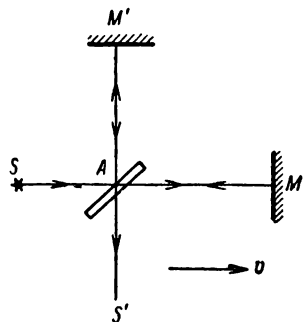


Рис. 196. Схема опыта Майкельсона.

Предположим, что прибор установлен на Земле так, что „плечо“ AM параллельно скорости Земли в эфире. Тогда луч, прошедший путь AM туда и обратно, потратит на это время:

$$t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Второй луч, прошедший туда и обратно путь AM' , перпендикулярный к направлению движения Земли в эфире, потратит, в соответствии с формулой (2), время:

$$t_2 = 2t = 2 \frac{l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Разность времени будет равна

$$t_2 - t_1 = \frac{2l}{c} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right),$$

что приближенно, считая отношение $\frac{v}{c} = \beta$ малым, можно представить в виде

$$t_2 - t_1 \cong - \frac{l\beta^2}{c},$$

Если весь прибор повернуть на 90° так, чтобы направление AM совпало бы с первоначальным направлением AM' , то лучи изменят направление относительно направления движения Земли, и знак разности времени изменится. Следовательно, поворот прибора приведет к изменению разности времени на величину $\frac{2l\beta^2}{c}$. Если бы разность времени изменилась на один период светового колебания, интерференционная картина сместилась бы на одну полосу. В нашем случае при повороте прибора картина должна сместиться на такую часть полосы, которая соответствует части, составляемой величиной $\frac{2l\beta^2}{c}$ от периода T , т. е. на часть

$$x = \frac{2l\beta^2}{cT} = \frac{2l}{\lambda} \beta^2,$$

где λ — длина волны.

Измеряя смещение интерференционных полос при повороте, можно определить β и, следовательно, скорость Земли в эфире.

Чтобы оценить ожидаемый эффект, предположим, что скорость Земли в эфире соответствует скорости ее движения по орбите вокруг Солнца, т. е. $v = 3 \cdot 10^6$ см/сек. В последних опытах Майкельсона (1887 г.) длина l равнялась 11 м, наблюдения велись в свете с длиной волны $5,9 \cdot 10^{-5}$ см, следовательно, можно было ожидать смещения картины на следующее число полос:

$$x = \frac{2l\beta^2}{\lambda} = \frac{2 \cdot 11 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8}}{5,9 \cdot 10^{-5}} = 0,4.$$

Точность установки позволяла регистрировать смещение на несколько сотых полосы.

В опытах Майкельсона заметного смещения полос не было обнаружено. Опыты неоднократно воспроизводились в разное время года и в разных географических точках, однако неизменно давали отрицательный результат.

Исследования Майкельсона показали, что или эфир полностью увлекается земной атмосферой, что, однако, противоречит опыту Физо, или что наше представление об эфире, как о среде, могущей служить системой отсчета, не справедливо. Первое предположение — полное увлечение эфира Землей — не согласуется не только с опытом Физо, но и с явлением звездной aberrации. Как известно, звездная aberrация хорошо объясняется на основании элементарной теоремы сложения скоростей, в предположении, что Земля движется в эфире, как в покоящейся среде (см. § 254). Наблюдение звездной aberrации в телескоп, наполненный водой, показывает полное согласие с теорией частичного увлечения, т. е. согласуется с опытом Физо. Следовательно, основываясь на теории эфира, мы оказываемся не в состоя-

нии объяснить опыт Физо, явление звездной аберрации и опыт Майкельсона одновременно. Эфир должен обладать одними свойствами, чтобы был понятен опыт Майкельсона, и прямо противоположными, чтобы стали понятными явление звездной аберрации и опыт Физо.

Отрицательный результат опытов Майкельсона вызвал широкую и острую научную дискуссию. Делались различные попытки объяснить опыт Майкельсона, не отказываясь от теории эфира. Например, была высказана гипотеза, что скорость света в эфире зависит от скорости источника света и является суммой скорости источника и скорости света в эфире при неподвижном источнике. Эта гипотеза объясняла опыт Майкельсона, но не могла быть согласованной с существованием явления Допплера (т. I, § 113) и с наблюдением над внеземными источниками (например, двойными звездами). Наконец, в самое последнее время (1956 г.) прямыми измерениями скорости света, испускаемого разными краями солнечного диска, проведенными А. М. Бонч-Бруевичем и А. П. Молчановым, было показано, что скорость света не зависит от скорости источника (в данном случае вращающегося вокруг своей оси Солнца).

Несколько ранее была предложена гипотеза о сокращении размеров тел, находящихся в движении. Согласно этой гипотезе, всякое тело, движущееся относительно эфира, короче (в направлении движения), чем то же тело, покоящееся в эфире. При этом отношение линейных размеров движущегося тела к линейным размерам покоящегося полагалось равным

$$\frac{l'}{l} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1 - \beta^2},$$

где v — скорость тела в эфире. Эта гипотеза, объяснявшая опыт Майкельсона, играла одно время большую роль в электронной теории.

Наряду с опытом Майкельсона были произведены и проанализированы другие опыты, в которых пытались обнаружить абсолютное движение Земли (см., например, опыты Трутона и Нобля; т. II, § 216). Все эти опыты дали отрицательный результат — абсолютное движение Земли в них не сказывалось.

Совокупность всех этих опытов показала, что *гипотеза о возможности определить движение по отношению к эфиру не соответствует действительности и что эфир не является средой, могущей служить системой отсчета*. Гипотеза о существовании среды — эфира делается неприемлемой, так как она противоречит непосредственно наблюдаемым фактам. Опыт Майкельсона показывает, что *скорость света в пустоте одинакова для всех систем отсчета, независимо от состояния их движения*. В результате мы приходим к двум положениям, впервые сформулированным Эйнштейном в 1905 г.: 1) не существует „абсолютной“ скорости системы; 2) скорость света в пустоте, измеренная в системах, находящихся

в равномерном и прямолинейном движении друг относительно друга, имеет одно и то же численное значение (при общности единиц измерения). На этих двух положениях основывается теория относительности.

Следует иметь в виду, что многие буржуазные философы толкуют теорию относительности с позиции идеалистической релятивистской философии. Однако в действительности для такого толкования теории относительности нет никаких оснований. Истинное содержание теории относительности сводится к выяснению объективных свойств пространства и времени, к установлению объективно существующих законов природы, определяющих формулы перехода от одной системы отсчета к другой, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно.

§ 298. Теория относительности. Механика Ньютона подчинялась механическому принципу относительности. Этот принцип являлся следствием законов Ньютона, связывающих ускорение материальной точки с действующими на нее силами:

$$m\ddot{x} = f_x; \quad m\ddot{y} = f_y; \quad m\ddot{z} = f_z, \quad (1)$$

где \ddot{x} , \ddot{y} и \ddot{z} — составляющие ускорения и f_x , f_y , f_z — составляющие силы вдоль координатных осей.

Уравнения Ньютона справедливы по отношению к любой инерциальной системе, т. е. по отношению к бесчисленному множеству

координатных систем, находящихся в прямолинейном и равномерном движении друг относительно друга. Так как законы механики (1) одинаковы во всех инерциальных системах, то никакими механическими опытами, произведенными внутри системы, нельзя установить ее равномерного и прямолинейного движения. Последнее утверждение можно считать формулировкой механического принципа относительности (т. I, § 19).

Можно подойти к этому вопросу с иной точки зрения. Переход от одной координатной системы к другой, движущейся по отношению к первой, сопровождается преобразованием координат. Предположим, что система XYZ покоится, а другая система $X'Y'Z'$, с осями, параллельными осям первой, движется относительно первой с постоянной скоростью v вдоль оси OX (рис. 197). Тогда координаты вдоль осей, перпендикулярных к направлению движения, будут одинаковы

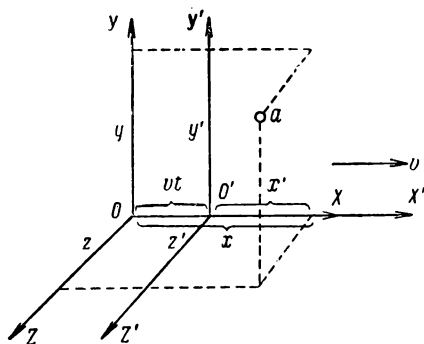


Рис. 197. Две координатные системы, движущиеся друг относительно друга со скоростью v .

в обеих координатных системах, координаты же в направлении движения будут связаны соотношением $x' = x - vt$. Таким образом, имеем следующую связь между координатами точки в обеих координатных системах:

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z. \quad (2)$$

Эти соотношения между координатами носят название *преобразований Галилея*. Так как скорость v постоянна, то из преобразований (2) следует $\ddot{x}' = \ddot{x}$, $\ddot{y}' = \ddot{y}$, $\ddot{z}' = \ddot{z}$, т. е. ускорения точки по отношению к обеим системам одинаковы, откуда следует, что уравнения Ньютона (1) одинаковы в обеих системах. Форма уравнений Ньютона не меняется при переходе от координат XYZ к координатам $X'Y'Z'$, или, как принято говорить, *уравнения механики Ньютона инвариантны по отношению к преобразованию Галилея*.

Из преобразований Галилея вытекает теорема сложения скоростей. Действительно, взяв производную по времени от первого уравнения (2), получим

$$\dot{x}' = \dot{x} - v \quad \text{или} \quad \dot{x} = \dot{x}' + v.$$

Очевидно, \dot{x} есть проекция скорости на ось OX (проекция „абсолютной“ скорости), \dot{x}' — проекция скорости на ось OX' (проекция относительной скорости), v — переносная скорость.

Следовательно, равенство $\dot{x} = \dot{x}' + v$ означает, что составляющая скорости точки a вдоль оси OX в координатной системе XYZ равна сумме проекции скорости точки a вдоль оси OX' в координатной системе $X'Y'Z'$ и переносной скорости v (направленной по предположению вдоль оси OX) координатной системы $X'Y'Z'$ относительно координатной системы XYZ .

Опыты Майкельсона показали, что не только с помощью механических, но и с помощью оптических явлений невозможно установить „абсолютное“ движение системы. При этом существенно отметить, что попытки обнаружить оптическим способом движение системы относительно эфира были основаны на предположении о применимости теоремы сложения скоростей в области оптических явлений. Расчет опыта Майкельсона производился согласно этой теореме. Отрицательный результат опыта Майкельсона можно, следовательно, толковать как неприменимость теоремы сложения скоростей в этой области, а следовательно, и неприменимость преобразований Галилея.

Лоренц, пользовавшийся моделью эфира при разработке электронной теории, показал, что опытные результаты о невозможности обнаружения движения относительно эфира согласуются с уравнениями теории, если принять гипотезу о сокращении тел, находящихся в движении относительно эфира, и, кроме того, ввести в движущейся координатной системе иную меру времени, чем в покоящейся. Этот результат математически был выражен Лоренцом в форме преобразований,

связывающих координаты и время в двух системах, находящихся в прямолинейном и равномерном движении друг относительно друга. Формулы преобразований Лоренца для систем, движущихся согласно рис. 197, имеют вид:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3)$$

Здесь $\beta = \frac{v}{c}$ — отношение скорости системы к скорости света.

Преобразования Лоренца для обычных скоростей количественно мало отличаются от классических преобразований Галилея, так как различие обоих преобразований определяется членами, содержащими величину $\beta = \frac{v}{c}$, которая обычно мала; в пределе $\beta \rightarrow 0$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

Лоренц приписывал полученным им преобразованиям формальный смысл, прямой же физический смысл он видел в гипотезе о сокращении длины тел, движущихся относительно эфира, и в необходимости вводить для движущихся координатных систем свое „местное время“. Однако анализ опытных данных приводит нас к выводу, что *преобразования Лоренца не связаны с гипотезой о существовании эфира и не являются вспомогательным математическим приемом, но выражают основные объективные свойства пространства и времени*, вытекающие из опытов. Если это так, и правильные преобразования координат и времени даются соотношениями (3), то преобразования Галилея лишь приближенны и пригодны в случае малых отношений $\frac{v}{c}$, что и имеет место в обычных механических опытах.

Классическая физика пользовалась метафизическими представлениями об „абсолютных“ пространстве и времени. Еще Ньютон следующим образом формулировал эти понятия: „Абсолютное, истинное и математическое время само по себе и в силу своей природы протекает равномерно и безотносительно к какому-либо другому объекту“, и „Абсолютное пространство в силу своей природы и безотносительности к какому-либо другому объекту всегда остается одинаковым и неподвижным“. Однако объективные свойства пространства и времени в действительности иные, они могут быть познаны лишь на основе опытных данных.

Основные положения теории относительности построены на последовательном применении следствий, вытекающих из опытных данных (см. § 297): 1) все системы, находящиеся в относительном равномерном и прямолинейном движении, эквивалентны, т. е. не существует опыта, произведенного в системе, который бы позволил определить ее „абсолютное“ движение; 2) скорость света, измеренная в любой

из систем, находящихся в относительном равномерном и прямолинейном движении, независимо от движения источника, одна и та же. Из этих положений, как можно показать (см. мелкий шрифт), вытекают формулы преобразования Лоренца. Таким образом, если отбросить гипотезу об эфире, который можно использовать в качестве системы отсчета, а пользоваться лишь указанными выводами из опытных данных, то преобразования Лоренца получаются без каких-либо дополнительных физических гипотез. Обратно, использование преобразований Лоренца позволяет разобрать любые физические явления, проявляющиеся при движении систем отсчета друг относительно друга, в том числе и явления оптики движущихся тел. При этом во всех случаях получается точное соответствие с опытными данными.

Теория относительности считает, что всякий физический закон должен удовлетворять преобразованиям Лоренца. Это означает, что закон природы, выраженный математически в координатах одной системы, должен сохранять свой вид при переходе к координатам другой системы по формулам (3), т. е. *должен быть инвариантен по отношению к преобразованию Лоренца*. Уравнения механики Ньютона, будучи инвариантными по отношению к преобразованию Галилея, не инвариантны по отношению к преобразованию Лоренца. Развитие идей теории относительности привело к изменению уравнений Ньютона в том смысле, что были установлены уравнения механики инвариантные по отношению к преобразованию Лоренца и переходящие в уравнения Ньютона в предельном случае бесконечно малого отношения $\beta = \frac{v}{c}$. Проверка следствий новых уравнений механики на опыте показала правильность этих новых уравнений. Что же касается уравнений электродинамики (уравнений Максвелла), то они оказались инвариантными относительно преобразований Лоренца. Таким образом, выяснилось, что законы классической физики в области электромагнетизма, а следовательно, и в области оптики удовлетворяют требованиям теории относительности, а в области механики (ньютоновской) справедливы лишь для скоростей $v \ll c$ и в общем случае требуют изменений. Обратим внимание на то, что для скоростей $v > c$ преобразования Лоренца теряют смысл. Это соответствует тому, что тела не могут двигаться со скоростями, превышающими скорость света.

Для вывода преобразований Лоренца рассмотрим две координатные системы: нештрихованную XYZ (условно неподвижную) и штрихованную $X'Y'Z'$ (условно подвижную, рис. 198), находящиеся в относительном движении. Оси обеих систем возьмем параллельными, постоянную относительную скорость v системы $X'Y'Z'$ относительно системы XYZ направим вдоль оси OX и предположим, что в исходный момент времени ($t = 0$, $t' = 0$) начала координат обеих систем совпадают. При этих условиях легко показать, что координаты y и z преобразуются очевидным соотношением:

$$y' = y, \quad z' = z,$$

и мы ими заниматься не будем. Рассмотрим, как преобразуются координата x и время t . Возьмем точку, соответствующую *началу координат подвижной системы*; ее координата x' , очевидно, равна нулю:

$$x' = 0. \quad (4)$$

Координата x этой же точки (в неподвижной системе) в момент времени t (отсчитанный в неподвижной системе) равна $x = vt$. Это равенство перепишем в виде:

$$x - vt = 0. \quad (5)$$

Сопоставляя равенства (4) и (5), замечаем, что в одной и той же точке пространства обращаются в нуль величины x' (в штрихованной системе) и $x - vt$ (в нештрихованной), поэтому естественно предположить, что x' и $x - vt$ для любых моментов времени отличаются друг от друга лишь постоянным множителем α :

$$x' = \alpha (x - vt). \quad (6)$$

Теперь рассмотрим точку, соответствующую началу координат неподвижной системы; ее координата x в этой системе равна нулю:

$$x = 0. \quad (7)$$

В подвижной системе эта же точка в момент времени t' (отсчитанный в подвижной системе) имеет координату x' , равную $x' = -vt'$, откуда для этой точки имеет место равенство:

$$x' + vt' = 0.$$

Рис. 198. К выводу формул преобразования Лоренца.

Сопоставляя последнее равенство с равенством (7), характеризующим ту же точку в другой системе, положим, как и выше:

$$x = \alpha (x' + vt'). \quad (8)$$

То, что коэффициенты пропорциональности α формул (6) и (8) должны быть одинаковыми, легко показать, основываясь на опытном положении об эквивалентности обеих систем, т. е. на невозможности установить, какая из систем находится в абсолютном движении.

Для нахождения закона преобразования надо определить коэффициент α . Используем для этого опытный факт, согласно которому скорость светового сигнала, измеренная в обеих системах, даст одно и то же значение c . Пусть световой сигнал в момент совпадения обоих начал координат (этот момент в обеих системах будем считать начальным: $t = t' = 0$) в направлении оси $OX(O'X')$. В произвольные моменты $t(t')$ сигналы в обеих системах будут доходить до точек, координаты которых определятся соответственно равенствами:

$$x = ct, \quad x' = ct'. \quad (9)$$

Из уравнений (6) и (8) имеем

$$xx' = \alpha^2 (x - vt)(x' + vt').$$

Подставляя сюда вместо x и x' их значения через ct и ct' по (9), найдем

$$c^2 = \alpha^2 (c^2 - v^2).$$

Решая это уравнение относительно α , имеем (для положительного знака перед корнем):

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Найденное значение α позволяет написать преобразование координат (6) и (8) в виде:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Отсюда легко найти и преобразование времени. Из второго равенства получаем

$$x \sqrt{1 - \beta^2} = x' + vt'.$$

Подставляя x' из первого равенства, найдем

$$x \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} + vt'.$$

Решая это равенство относительно t' , получим

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Аналогичным приемом получим для t :

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Объединяя все полученные соотношения, напомним выражение координат и времени в подвижной системе через координаты и время в неподвижной:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \\ t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

и выражение координат и времени в неподвижной системе — через координаты и время в подвижной:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \\ t &= \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (10a)$$

Формулы (10) и (10a) выражают преобразование координат и времени при переходе от одной системы отсчета к другой. Как видно, формулы (10) совпадают с преобразованиями Лоренца (3).

Заметим, что штрихованная системы эквивалентны, и преобразование (10) получается из преобразования (10a) заменой знака относительной скорости.

§ 299. Следствия из преобразований теории относительности. Рассмотрим наиболее важные следствия преобразований Лоренца.

а) Длина тел в разных системах. Преобразования Лоренца показывают, что одно и то же тело имеет разные линейные размеры в системе, в которой оно покоится, и в системе, находящейся в движении по отношению к этому телу. Предположим, что некоторый стержень, покоящийся в системе XYZ , расположен в направлении оси OX и имеет в этой системе длину l (равную разности координат его конца и начала):

$$l = x_2 - x_1.$$

Какова длина этого стержня в штрихованной координатной системе, движущейся относительно стержня со скоростью v в направлении его длины?

Для того чтобы найти эту длину l' , нужно ее выразить как разность координат конца и начала стержня в штрихованной системе x'_2 и x'_1 , при этом, пользуясь преобразованиями Лоренца, надо координаты x'_2 и x'_1 взять в один и тот же момент времени, определенный в штрихованной системе. Таким образом, связывая x'_2 и x'_1 с x_2 и x_1 по формулам (3) § 298 надо брать время штрихованной системы; полагая это время постоянным, имеем

$$x'_2 = x_2 \sqrt{1 - \beta^2} - vt', \quad x'_1 = x_1 \sqrt{1 - \beta^2} - vt',$$

откуда следует

$$x'_2 - x'_1 = (x_2 - x_1) \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \text{или} \quad l' = l \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Стержень в координатной системе, движущейся относительно него, короче, чем в системе, где стержень покоится:

$$l' < l.$$

Если бы мы взяли стержень, покоящийся в штрихованной системе, длина его была бы $l' = x'_2 - x'_1$; в нештрихованной системе его длина будет $l = x_2 - x_1$; теперь надо измерения вести в один и тот же момент времени нештрихованной системы t . Пользуясь преобразованиями Лоренца (3) § 298, выражаем x_2 и x_1 через x'_2 и x'_1 . Имеем

$$x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - \beta^2} \quad \text{или} \quad l = l' \sqrt{1 - \beta^2},$$

т. е. снова стержень длиннее в системе, в которой он покоится.

Заметим, что размеры тел в направлении осей OY и OZ одинаковы в обеих системах.

Этот вывод теории относительности заменяет гипотезу о сокращении размеров тел, движущихся относительно эфира. По теории

относительности стержень имеет наибольшую длину в той системе, *относительно которой он покоится*.

б) Длительность события в разных системах. Длительность события также различна в разных координатных системах. Предположим, что в точке A с координатой x в нештрихованной координатной системе XYZ (рис. 199) происходит некоторое событие, длительность которого равна $\tau = t_2 - t_1$, где t_2 и t_1 — моменты конца и начала этого события, отсчитанные в координатной системе XYZ . Какова будет длительность $\tau' = t'_2 - t'_1$ этого события в штрихованной координатной системе $X'Y'Z'$? Моментам t_1 и t_2 , отмеченным в координатной системе XYZ , соответствуют моменты t'_1 и t'_2 , отмеченные в координатной системе $X'Y'Z'$ для точки A , т. е. для одного и того же значения координаты x . Нам, следовательно, надо применить формулу преобразования (3) § 298, связывающую t' и t при одном и том же значении x . Таким образом, имеем

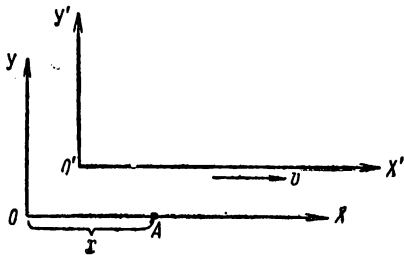


Рис. 199. К определению длительности событий в различных координатных системах.

$$\sqrt{1-\beta^2} \cdot t'_1 = t_1 - \frac{xv}{c^2}, \quad \sqrt{1-\beta^2} \cdot t'_2 = t_2 - \frac{xv}{c^2},$$

откуда следует

$$\sqrt{1-\beta^2} (t'_2 - t'_1) = t_2 - t_1 \quad \text{или} \quad \tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Промежуток τ' будет больше τ .

Можно поставить и обратную задачу. Пусть в штрихованной системе (x' постоянно) длительность некоего события $\tau' = t'_2 - t'_1$. Какова будет длительность этого события в нештрихованной системе?

Для ответа используем преобразование (3) § 298, в котором x' положим постоянным. Тогда получим:

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{или} \quad \tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Теперь промежуток τ больше промежутка τ' . Отсюда получаем следующее заключение: *длительность события, происходящего в некоторой точке A , меньше по отношению к той координатной системе, относительно которой точка A покоится*.

В соответствии с математической формой преобразований (3) § 298 различие в длительности события, определенного по отношению

к двум системам, тем значительнее, чем больше относительная скорость этих систем.

в) Теорема сложения скоростей. В механике Ньютона теорема сложения скоростей, как было отмечено, связана с преобразованием Галилея. Обычно эта теорема формулируется так: „абсолютная“ скорость точки u равна геометрической сумме ее относительной (u') и переносной (v) скоростей:

$$u = u' + v.$$

При этом „абсолютной“ скоростью (ее не следует смешивать с гипотетической „абсолютной“ скоростью относительно эфира) называют скорость точки по отношению к той системе, которая в условии данной задачи принята за неподвижную. Обозначим эту систему через XYZ . „Абсолютная“ скорость, следовательно, измеряется в нештрихованной системе. Относительной скоростью u' считаем скорость точки, измеренную в штрихованной системе, а переносной скоростью будет скорость штрихованной системы относительно нештрихованной. Из преобразований Лоренца следует иная связь между перечисленными выше скоростями, чем в механике Ньютона. Для установления этой связи поделим почленно первое уравнение (3) § 298 на последнее, получим:

$$\frac{x}{t} = \frac{x' + vt'}{t' + \frac{x'v}{c^2}} = \frac{\frac{x'}{t'} + v}{1 + \frac{x'}{t'} \frac{v}{c^2}}.$$

Замечая, что x/t — проекция „абсолютной“ скорости на ось OX (точнее, ее среднее значение), x'/t' — проекция относительной скорости на ось $O'X'$, а v — переносная скорость системы, напишем последнее выражение так:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x \frac{v}{c^2}}. \quad (1)$$

Аналогично получим для других проекций скорости:

$$u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + u'_x \frac{v}{c^2}}, \quad u_z = \frac{u'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + u'_x \frac{v}{c^2}}. \quad (1a)$$

Пользуясь уравнениями (3) § 298, можно таким же способом получить:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x \frac{v}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - u_x \frac{v}{c^2}}, \quad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - u_x \frac{v}{c^2}}.$$

Эти формулы (выведенные в предположении, что относительное движение систем происходит вдоль оси OX) заменяют обычные формулы классической теоремы сложения скоростей. Заметим, что выражения (1) и (1a) для „поперечной“ и „продольной“ проекций скорости различны. Результаты подсчетов по этим формулам особенно сильно разнятся от классических, если мы имеем дело со скоростями порядка скорости света. Рассмотрим, например, световой луч, идущий в штрихованной системе со скоростью c в направлении оси $O'X'$, и определим его скорость в нештрихованной системе. По формуле (1), полагая $u'_x = c$, получаем для искомой величины:

$$u_x = \frac{c + v}{1 + c \frac{v}{c^2}} = c.$$

Скорость в нештрихованной системе снова равна c . Классическая же формула, естественно, дала бы в этом случае скорость $c + v$. Конечно, этот результат и следовало ожидать, так как основным фактом, на котором базировался вывод преобразований Лоренца, являлся факт независимости скорости света от движения системы.

Отмеченный нами выше предельный характер скорости света ясно виден из формул сложения скоростей; взяв обе скорости u'_x и v равными c , мы для скорости u_x снова получим значение c .

§ 300. Оптика движущихся тел и теория относительности. Как было показано выше, несостоятельность теории эфира проявилась при попытке истолковать опыты Физо, Майкельсона и явление звездной абберации с единой точки зрения. Естественно возникает вопрос: как толкуются эти явления в теории относительности? Опыт Майкельсона не требует специального обсуждения, так как именно он был взят за исходный при установлении основных положений теории относительности.

Результаты опыта Физо получаются без всякого допущения о частичном увлечении эфира, как прямое следствие теоремы сложения скоростей. Рассмотрим опыт с этой точки зрения. Обозначив показатель преломления воды через n , получим относительную скорость света в воде u'_x равной:

$$u'_x = \frac{c}{n}.$$

Течение воды определяется переносной скоростью v . Картина интерференции будет зависеть от скорости u_x света относительно установки. Полагая v/c малым и пренебрегая членами, содержащими v/c во второй и более высоких степенях, получим по теореме

сложения скоростей (1) § 299:

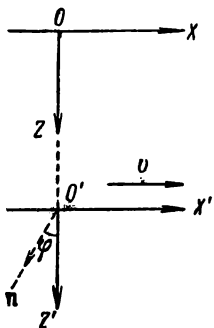
$$u_x = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{c}{n} \frac{v}{c^2}} \cong \left(\frac{c}{n} + v \right) \left(1 - \frac{v}{nc} \right).$$

Пренебрегая, далее, членом, содержащим v/c , будем иметь:

$$u_x = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right). \quad (1)$$

Этот результат совпадает с результатом обычной теоремы сложения скоростей в предположении, что коэффициент увлечения эфира равен $\left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$, т. е. этот результат соответствует опыту Физо. Таким образом, опыты Майкельсона и Физо толкуются с единой точки зрения.

Рассмотрим явление звездной аберрации. Для этого предположим, что нештрихованная система связана со звездой, которую мы наблюдаем, а штрихованная система — с Землей, на которой установлен телескоп (рис. 200). Пусть световой луч от звезды идет в направлении оси OZ . Определим, какой угол этот луч образует с осью $O'Z'$ (на Земле). Оси OX и $O'X'$ обеих систем направим параллельно скорости Земли v . Уравнение луча света, идущего в плоскости XOZ в направлении оси OZ , имеет вид



$$s = a \cos 2\pi\nu \left(t - \frac{z}{c} \right), \quad (2)$$

Рис. 200. К объяснению явления звездной аберрации.

где a — амплитуда, а ν — частота колебаний. Тот же луч в координатной системе $O'X'Z'$ будет распространяться не вдоль оси $O'Z'$, но в некотором направлении, определяемом вектором \mathbf{n} , лежащим в плоскости $O'X'Z'$. Уравнение этого луча можно записать в виде

$$s = a \cos 2\pi\nu' \left(t' - \frac{x'\alpha + z'\gamma}{c} \right), \quad (3)$$

где α и γ — косинусы углов, образуемых лучом с осями $O'X'$ и $O'Z'$, и t' — время, отсчитанное в системе $X'Y'Z'$.

Чтобы определить направление луча в системе, связанной с Землей, преобразуем координаты и время в уравнении (2) с помощью формул Лоренца и определим фазу колебания в штрихованной системе.

Пользуясь преобразованием (3) § 298, получим

$$s = a \cos 2\pi \left(t - \frac{z}{c} \right) = a \cos 2\pi \left(\frac{t' + x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{z'}{c} \right)$$

или

$$s = a \cos 2\pi \frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(t' + \frac{x' \frac{v}{c} - z' \sqrt{1-\beta^2}}{c} \right).$$

Сравнивая это выражение с формулой (3), получаем

$$v' = \frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \alpha = -\frac{v}{c}, \quad \gamma = \sqrt{1-\beta^2}. \quad (4)$$

Из формул (4) видно, что в координатной системе, связанной с Землей, свет от звезды образует с осью $O'Z'$ угол φ , косинус которого равен $\gamma = \sqrt{1-\beta^2}$; следовательно, труба телескопа на Земле должна быть наклонена на этот угол к вертикали. Синус этого угла φ равен $\beta = \frac{v}{c}$. Так как скорость Земли на ее орбите

равна $3 \cdot 10^6$ см/сек, а скорость света $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек, то $\beta = 10^{-4}$; при этих значениях β синус и тангенс практически одинаковы и мы получаем совпадение с классическим условием для звездной аберрации: *тангенс угла наклона оси телескопа равен v/c* . Мы разъяснили явление аберрации на частном примере; можно обобщить задачу на случай произвольного направления луча.¹

Весьма существенна роль преобразования Лоренца в истолковании явления Допплера, состоящего в изменении частоты света, воспринимаемой в системе, находящейся в движении по отношению к источнику света. Обычное явление Допплера для волн, распространяющихся в упругой среде, состоит в следующем (т. I, § 113). При движении источника в среде, в которой распространяются колебания, частота v' , воспринимаемая каким-либо прибором, регистрирующим колебания, будет отлична от частоты v , испущенной источником. Частота v' связана с частотой v соотношением:

$$v' = v \frac{V - v_1}{V - v_2}. \quad (5)$$

Здесь V — скорость распространения колебаний в среде, v_1 и v_2 — проекции скорости регистрирующего прибора и источника на соединяющую их прямую; v_1 и v_2 считаются положительными, если они направлены по направлению распространения света. Формула (5)

¹ Строго говоря, явление аберрации надо было бы объяснять, исходя из фактического (неинерциального) характера движения Земли вокруг Солнца, не заменяя это движение равномерным и прямолинейным.

показывает, что изменение частоты зависит не только от относительной скорости $v = v_1 - v_2$, но и от самих скоростей v_1 и v_2 по отношению к среде, в которой распространяется колебание. Следовательно, изменение частоты может служить для определения скорости источника (или регистрирующего прибора) в среде.

Пока считалось, что свет распространяется в эфире, можно было полагать, что изменение частоты при эффекте Допплера позволит обнаружить движение относительно эфира, т. е. „абсолютное“ движение. После установления невозможности обнаружения „абсолютного“ движения оказалось необходимым пересмотреть теорию явления Допплера для световых волн и согласовать ее с требованиями теории относительности.

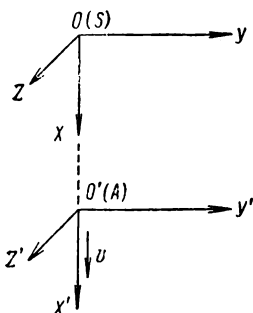


Рис. 201. К выводу выражения для явления Допплера.

Изменение частоты при относительном движении источника и той системы, в которой обнаруживается действие световых волн, легко получается из преобразования Лоренца. Предположим, что координатная система XYZ связана с источником S , а измерение частоты производится в системе $X'Y'Z'$; относительная скорость v систем направлена по оси $O'X'$.

Пусть свет от источника S (рис. 201) идет вдоль оси OX . При этом фаза колебания в системе XYZ равна $2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c}\right)$. Здесь ν — частота света, испускаемого источником; другими словами, ν есть число колебаний, воспринимаемых в системе XYZ за единицу времени (отсчитанную в этой системе). Преобразуем фазу $2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c}\right)$ к координатам и времени системы $X'Y'Z'$. По формулам (3) § 298 найдем

$$2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c}\right) = 2\pi\nu \left(\frac{t' + x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{x' + vt'}{c\sqrt{1 - \beta^2}} \right). \quad (6)$$

В системе $X'Y'Z'$ величина ν не будет числом колебаний в единицу времени (т. е. частотой света), так как в этой системе масштабы длины и времени иные. Частоту света ν' , воспринимаемую в системе $X'Y'Z'$, найдем, приведя правую часть выражения (6) к виду $2\pi\nu' \left(t' - \frac{x'}{c}\right)$. Из равенства

$$2\pi\nu' \left(t' - \frac{x'}{c}\right) = 2\pi\nu \left(\frac{t' + x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{x' + vt'}{c\sqrt{1 - \beta^2}} \right)$$

получаем

$$\nu' = \nu \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (7)$$

Выражение (7) можно также представить в виде:

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}, \quad (7a)$$

или приближенно

$$\nu' \cong \nu \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v}{c}\right) \cong \nu \left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

В том же приближении классическая формула (5) дает:

$$\nu' \cong \nu \left(1 - \frac{v_1 - v_2}{V}\right) = \nu \left(1 - \frac{v}{V}\right).$$

Отсюда видно, что в указанном приближении формулы теории относительности и классическая совпадают.

Однако между точной формулой (7a) и классической формулой (5) имеется существенная разница: в то время как в классическую формулу (5) входят раздельно скорости регистрирующего прибора v_1 и источника v_2 , в формулу (7a) *входит лишь относительная скорость v регистрирующего прибора и источника*. Таким образом, оказывается, что явление Допплера, как и все другие физические явления, не позволяет обнаружить „абсолютное“ движение какой-либо системы.

Вторым важным следствием теории относительности является так называемое *поперечное явление Допплера*, т. е. изменение частоты света в системе $X'Y'Z'$ при его распространении в направлении, перпендикулярном к скорости v .

Если применить преобразования Лоренца к случаю волны, распространяющейся в произвольном направлении, то вместо формулы (7) получится:

$$\nu' = \nu \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (8)$$

где φ — угол между направлением распространения света и направлением скорости v (отсчитанный в системе XYZ). При распространении света в направлении, перпендикулярном к скорости ($\varphi = \pi/2$), формула (8) дает:

$$\nu' = \frac{\nu}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cong \nu \left(1 + \frac{1}{2} \beta^2\right) \quad (8a)$$

[ср. с формулой (4)]. Если угол φ отсчитывать в системе $X'Y'Z'$, то в формулах (8) и (8a) следует поменять местами ν и ν' .

Поперечный эффект значительно меньше продольного, так как он зависит лишь от β^2 .

Первые опыты по непосредственному обнаружению явления Доплера в оптике были произведены А. А. Белопольским (1900 г.). Схема этих опытов следующая. При отражении света от движущегося зеркала изображение объекта движется. Пусть (рис. 202а) зеркало движется в направлении нормали со скоростью v , а луч падает под углом φ к направлению нормали. Тогда проекция скорости изображения S' на направление луча зрения $S'AP$ будет равна, как легко подсчитать, $2v \cos \varphi$. Если луч SA претерпевает n -кратное отражение от зеркал, движущихся навстречу друг другу (рис. 202б), то каждое отражение создает скорость $2v \cos \varphi$, и свет, идущий в направлении $A'P$, будет эквивалентен свету, идущему от источника, имеющего скорость в направлении $A'P$, равную $2vn \cos \varphi$. Таким образом, движение зеркал может заменить движение источника света. Если относительное движение зеркал таково, как указано на рис. 202б, то оно эквивалентно *приближению* источника к точке P . Наблюдаемая в этом случае частота должна быть больше частоты источника; смещение спектральной линии произойдет в сторону меньших длин волн. При противоположных направлениях движения зеркал смещение произойдет в сторону больших длин волн. А. А. Белопольский брал два вращающихся барабана с параллельными осями, на которых располагались зеркала B и B' , как указано на рис. 203. Луч света SA , падая на зеркало B , испытывал ряд последовательных отражений от зеркал B и B' и попадал по направлению $A'S'$ в спектральный прибор. Если барабаны приводились во вращение в направлениях, указанных на рисунке, зеркала B и B' двигались навстречу друг другу. При противоположном направлении вращения барабанов зеркала удалялись друг от друга. С помощью этих опытов А. А. Белопольскому удалось обнаружить доплеровское смещение и показать, что знак смещения соответствует знаку скорости,

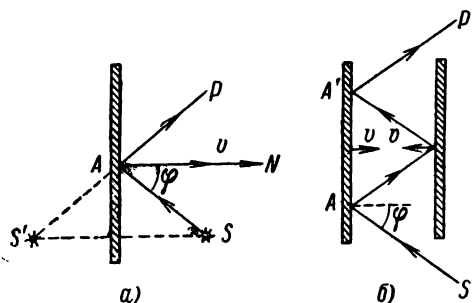


Рис. 202. Перемещение изображения при движении зеркала.

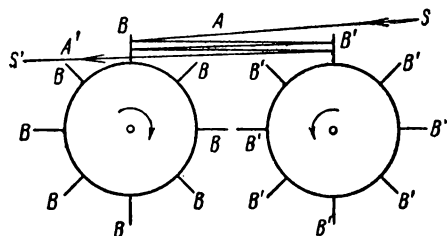


Рис. 203. Схема опыта А. А. Белопольского.

как указано на рис. 203. Луч света SA , падая на зеркало B , испытывал ряд последовательных отражений от зеркал B и B' и попадал по направлению $A'S'$ в спектральный прибор. Если барабаны приводились во вращение в направлениях, указанных на рисунке, зеркала B и B' двигались навстречу друг другу. При противоположном направлении вращения барабанов зеркала удалялись друг от друга. С помощью этих опытов А. А. Белопольскому удалось обнаружить доплеровское смещение и показать, что знак смещения соответствует знаку скорости,

как того требует теория. Впоследствии этот опыт более точно был повторен Б. Б. Голицыным.

Явление Допплера имеет большое значение в астрономических наблюдениях. Например, по смещению спектральных линий в спектре небесных тел делают заключение о лучевой скорости этих тел по отношению к Земле. Факт существования двойных звезд обнаруживается по спектральному раздвоению линий, что происходит из-за разных лучевых скоростей обеих звезд. Наблюдение фраунгоферовых линий от разных краев солнечного диска позволяет установить движение поверхности Солнца. Такого типа исследования постоянно производятся над спектрами светил и играют самую существенную роль в изучении их движений.

Приведенные выше опыты, однако, недостаточно точны, чтобы служить проверкой того, какие формулы лучше совпадают с действительностью: полученные на основе теории относительности или формулы классической теории. Существенное отличие результатов обеих теорий заключается в том, что теория относительности дает „поперечный эффект“, отсутствующий в старой теории. Вследствие малости этого эффекта экспериментальное наблюдение его затруднительно. Однако Айвс в 1938 г. обнаружил поперечный эффект, наблюдая свет, испускаемый канальными водородными лучами, имевшими скорость порядка 10^8 см/сек. Таким образом, была подтверждена формула эффекта Допплера, соответствующая теории относительности.

§ 301. Механика теории относительности. Рассуждения, приведенные выше, показывают, что преобразования Галилея, относительно которых инвариантны законы ньютоновской механики, являются предельными выражениями преобразований Лоренца при стремлении отношения v/c к нулю. Поэтому можно думать, что и уравнения механики Ньютона также являются предельными уравнениями некоторых более общих уравнений, инвариантных по отношению к преобразованиям Лоренца, как того требует теория относительности.

Найти вид уравнений механики теории относительности можно, внося в уравнения Ньютона такие изменения, которые делают их инвариантными по отношению к преобразованиям Лоренца.

Напишем уравнение механики Ньютона в векторной форме:

$$\frac{d}{dt}(mv) = f. \quad (1)$$

В механике Ньютона масса m считается величиной постоянной, независимой от состояния движения. Как можно показать, это предположение не совместимо с требованием инвариантности уравнений по отношению к преобразованиям Лоренца. Требование, чтобы в механике теории относительности, как и в механике Ньютона, для изолированной системы тел выполнялся в любой системе закон сохранения количества движения и учет законов преобразования скоростей

при переходе из одной системы в другую, приводит к выводу, что масса тела должна иметь разные значения в разных системах, находящихся в относительном движении. Закон преобразования масс при этом окажется следующим:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (2)$$

Здесь m_0 есть значение массы, измеренной в системе, в которой она покоится, а m — значение той же массы, измеренной в системе, движущейся относительно первой с постоянной скоростью v . Уравнения механики окажутся инвариантными по отношению к преобразованиям Лоренца, если в формуле (1) под массой m подразумевать величину, преобразующуюся по закону (2). Таким образом, уравнения механики теории относительности принимают форму:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v \right) = f. \quad (3)$$

Очевидно, что эти уравнения, отличающиеся от уравнений Ньютона, должны приводить к иным следствиям, чем уравнения классической механики. Проверка этих следствий на опыте является проверкой и самих уравнений.

Как известно, в классической механике уравнение движения может быть записано в виде: $\frac{d}{dt} \mathbf{p} = \mathbf{f}$, где \mathbf{p} — количество движения. Сравнивая его с (3), видим, что в механике теории относительности роль количества движения играет величина:

$$\mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m \mathbf{v}. \quad (4)$$

Связь между силой и ускорением, следующая из (3), будет различна в зависимости от того, действует ли сила по направлению начальной скорости или перпендикулярно к нему. В первом случае сила и ускорение называются продольными (f_t , ω_t), во втором — поперечными (f_n , ω_n). Для продольной силы получается:

$$\frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \omega_t = f_t$$

и для поперечной

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \omega_n = f_n$$

поэтому $\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ часто называется поперечной, а $\frac{m_0}{(1-\beta^2)^{1/2}}$ продольной массами. Последняя формула была, например, проверена для движения электронов в поперечном электрическом поле в опытах, разобранных в т. II, § 218, которые эту формулу полностью подтвердили.

Исключительно важным следствием механики теории относительности является связь между энергией и массой. Установим это соотношение, основываясь на формуле (3). В классической механике изменение кинетической энергии материальной точки определяется по работе, совершенной силами, приложенными к точке. Проведем соответственное рассмотрение для уравнения (3). Элементарная работа dA силы \mathbf{f} равна скалярному произведению силы на перемещение $d\mathbf{r}$ точки:

$$dA = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}.$$

Эта величина должна давать приращение кинетической энергии точки:

$$dA = dE_k.$$

На основании формулы (3) имеем

$$dE_k = dA = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \mathbf{v} \right) \cdot d\mathbf{r}.$$

Выполняя дифференцирование, получим

$$dE_k = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{m_0 \mathbf{v}}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}} \frac{dv}{dt} \right) \cdot d\mathbf{r},$$

или, так как $d\mathbf{r}/dt$ равно скорости \mathbf{v} , то

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{r} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot d\mathbf{v} = v dv; \quad \frac{dv}{dt} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = dv \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = v^2 dv,$$

следовательно,

$$dE_k = \frac{m_0 v}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}} dv.$$

С другой стороны, по формуле (2) находим

$$dm = \frac{m_0 v}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}} dv.$$

Из сопоставления двух последних формул получаем следующую связь между dE_k и dm :

$$dE_k = c^2 dm. \quad (5)$$

Изменение энергии пропорционально изменению массы, причем коэффициент пропорциональности является квадрат скорости света. Это положение естественно обобщить, считая, что *между энергией E и массой m имеется общая связь*, выражаемая соотношением:

$$E = mc^2. \quad (5a)$$

Масса и энергия являются характеристиками качественно различных свойств тех видов материи, которые рассматривает физика. Масса характеризует инерционные свойства материи (второй закон Ньютона) и свойства, проявляющиеся в явлениях всемирного тяготения. Энергия является величиной, изменение которой определяет совершаемые системой работы. Вытекающие из теории относительности соотношения (5) и (5a) указывают, что между этими двумя характеристиками имеет место связь: изменение одной из них ведет к эквивалентному изменению другой. Изменение массы системы может произойти не только за счет обмена с внешними телами веществом (атомами, молекулами), но и за счет передачи системе энергии. Например, если системе передается количество тепла ΔQ , в результате чего ее энергия возрастает на величину ΔE , то в соответствии с соотношением (5) одновременно возрастает и масса системы на величину $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$. Другой пример: если в результате излучения света энергия системы убывает на ΔE , то одновременно уменьшается ее масса на величину $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$. Для замкнутой системы сохраняется ее масса и сохраняется ее полная энергия.

Ввиду большого численного значения скорости света c в пустоте, определенному численному изменению энергии ΔE соответствует малое изменение массы Δm . При увеличении энергии системы E на $1 \text{ дж} = 10^7 \text{ эрг}$ ее масса увеличивается лишь на $\Delta m \cong 1,1 \cdot 10^{-14} \text{ г}$. Поэтому при обычных изменениях энергии тел изменение их массы настолько мало, что оно не может быть непосредственно замечено. Однако современная физика имеет возможность проверить соотношение между энергией и массой благодаря огромным количествам энергии, освобождаемым при ядерных превращениях (§ 369).

Из соотношения между энергией и массой вытекает форма связи между энергией и количеством движения. Подставив в (5a) вместо m его значение по (2), получим:

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2; \quad (6)$$

возводя это равенство в квадрат и производя алгебраические преобразования, найдем

$$m_0^2 c^4 = E^2 - E^2 \frac{v^2}{c^2}.$$

или на основании (4)

$$m_0^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2. \quad (7)$$

Рассмотренные следствия теории относительности вытекают из принципа, в силу которого любые физические процессы протекают одинаково во всех инерционных системах, т. е. системах, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно. Не так обстоит дело в случае ускоренных систем. В них (см. т. I) возникают инерционные силы. Эти инерционные силы проявляют себя, как добавочные по отношению к силам, действующим в инерционных системах. Таким образом, по величине инерционных сил можно определить ускорение системы.

Эйнштейн пытался обобщить понятие относительности и на ускоренные системы. Созданная им теория получила название „общей теории относительности“, в отличие от „специальной теории относительности“, рассматривающей лишь относительность прямолинейного, равномерного движения. По общей теории относительности силы инерции эквивалентны силам тяготения. Наблюдая инерционные силы в какой-либо системе отсчета, например, силы, ведущие к отклонению плоскости качания маятника на Земле (опыт Фуко), мы не можем решить, являются ли они инерционными силами, вызванными ускорением системы отсчета, или гравитационными силами, обязанными своим происхождением добавочному полю тяготения. Однако, как показал впоследствии В. А. Фок, такая эквивалентность несправедлива в пределах больших пространственных и временных масштабов. Инерциальная система отсчета, т. е. связанная с совокупностью неподвижных звезд, является преимущественной и ускорение в этой системе не имеет того относительного характера, который имеет скорость. Локально же принцип эквивалентности инерционных сил и сил тяготения, выдвинутый Эйнштейном, остается в силе и позволяет построить теорию тяготения, выводы из которой прекрасно подтверждаются опытами. К числу таких выводов относятся: отклонение световых лучей в поле тяготения и зависимость частоты световых колебаний от силы тяжести. Первый из этих выводов был подтвержден точными наблюдениями над положением звезд, видимых вблизи диска Солнца во время полного солнечного затмения. Видимое положение таких звезд оказывается смещенным из-за отклонения световых лучей, проходящих вблизи Солнца, где поле тяготения велико.

Второй вывод из общей теории относительности заключается в том, что частота света, источник которого находится в поле силы тяжести, меньше, чем частота света от источника, расположенного вне поля силы тяжести. Спектральная линия, излучаемая атомом, находящимся в интенсивном поле тяготения, сдвинута в красную часть спектра. Такой сдвиг действительно наблюдается для спектральных линий, излучаемых звездами, принадлежащими к типу „белых

карликов". Эти звезды характеризуются чрезвычайно большой плотностью вещества и поле тяготения у их поверхности настолько велико, что вызывает заметный сдвиг спектральных линий в красную сторону. В последнее время (1958 г.) влияние поля тяготения на частоту излучения подтверждено также наблюдениями над γ -излучением радиоактивных ядер (см. эффект Мёссбауэра, § 373).

Теория относительности, как и всякое крупное открытие в физике, потребовала пересмотра многих установившихся и привычных представлений, в частности представлений о независимости длины тел от состояния их движения, неизменности массы и т. д. Многие буржуазные философы пытались и пытаются до настоящего времени использовать эти открытия для обоснования своих идеалистических взглядов, для утверждений, что „материя исчезла“, и т. д. Полная несостоятельность этих утверждений была вскрыта В. И. Лениным в его книге „Материализм и эмпириокритицизм“. Здесь уместно еще раз привести указанное во введении к настоящему курсу (т. I, § 1) утверждение В. И. Ленина: «„Материя исчезает“ — это значит исчезает тот предел, до которого мы знали материю до сих пор, наше знание идет глубже; исчезают такие свойства материи, которые казались раньше абсолютными, неизменными, первоначальными (непроницаемость, инерция, масса и т. п.) и которые теперь обнаруживаются, как относительные, присущие только некоторым состояниям материи. Ибо *единственное* „свойство“ материи, с признанием которого связан философский материализм, есть свойство *быть объективной реальностью*, существовать вне нашего сознания».¹

Другая ошибочная тенденция, связанная с теорией относительности, заключалась в попытке оправдать философский релятивизм, т. е. идеалистическую философскую систему, утверждающую относительность всех наших знаний, зависимость их от произвольной точки зрения и т. д. В действительности такой вывод ни в коей мере не следует из физических предпосылок теории относительности. Тот факт, что одно и то же событие проявляется по-разному в разных системах отсчета, что среди систем, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, нет преимущественной, ни в коем случае не означает отказа от возможности объективного описания явлений природы. Теория относительности дает формулы перехода от одних движущихся систем отсчета к другим (формулы преобразования Лоренца), позволяет однозначно установить, как данное событие проявляется в любой из движущихся систем. Тем самым вскрываются объективные свойства пространственно-временных соотношений, объективные свойства движущейся материи.

¹ В. И. Ленин, т. 18. Госполитиздат, 1961, стр. 275.

Г Л А В А XXVII

СВЕТОВОЙ ПОТОК И ТЕРМОДИНАМИКА ИЗЛУЧЕНИЯ

§ 302. Функция видимости. Световой поток. Количество энергии, переносимой световыми волнами в единицу времени через какую-либо площадку, называется *потоком световой энергии*. Поток световой энергии имеет размерность мощности и может быть измерен по количеству тепла, переданного телу, которое нацело поглощает поток.

Свет лишь в редких случаях представляет собою волны приблизительно одной длины и воспринимается глазом, как „чистый“ спектральный цвет (монохроматический свет). В большинстве случаев мы имеем дело с наложением волн весьма различной длины, приходящихся на область как видимых, так и невидимых лучей. В белом свете, излучаемом накаливаемыми твердыми и жидкими телами, присутствуют волны всех возможных длин. Для полной энергетической характеристики такого света необходимо указать *распределение энергии по длинам волн*. Выделим в световом потоке с общей мощностью E интервал длин волн от некоторой длины λ_1 до некоторой другой длины λ_2 . Если интервал длин волн $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda$ выбрать весьма малым, то мощность $\Delta E_{\lambda, \lambda + \Delta\lambda}$, приходящуюся на этот интервал, можно считать пропорциональной интервалу $\Delta\lambda$:

$$\Delta E_{\lambda, \lambda + \Delta\lambda} = e_{\lambda} \cdot \Delta\lambda. \quad (1)$$

В пределе положим $\Delta\lambda$ бесконечно малым и запишем соотношение (1) в виде:

$$dE_{\lambda, \lambda + d\lambda} = e_{\lambda} \cdot d\lambda. \quad (1a)$$

Величина e_{λ} , равная мощности, отнесенной на единичный интервал длин волн вблизи данной длины волны λ , называется *функцией распределения энергии по длинам волн*. Она является функцией длины волны, вид которой зависит от природы излучающего тела и тех условий, при которых излучение происходит. Для некоторого частного случая e_{λ} как функция λ представлена на рис. 204. Мощность, приходящаяся на интервал длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, изобразится площадью заштрихованного столбика. Мощность,

приходящаяся на конечный интервал длин волн от λ_1 до λ_2 , выразится интегралом:

$$E_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} e_{\lambda} d\lambda. \quad (2)$$

Графически мощность E_{λ_1, λ_2} будет изображаться площадью фигуры $ABCD$.

Полный поток, относящийся ко всем длинам волн, получим, распространив интеграл в выражении (2) на всю область длин волн от $\lambda_1 = 0$ до $\lambda_2 = \infty$:

$$E = \int_0^{\infty} e_{\lambda} d\lambda. \quad (2a)$$

Указанная характеристика светового потока является исчерпывающей с энергетической точки зрения, но она ничего не говорит об интенсивности того субъективного ощущения, которое вызывает световой поток. Интенсивность ощущения зависит от степени чувствительности глаза к свету тех или других длин волн. Поток, в составе которого имеются инфракрасные или ультрафиолетовые лучи, но отсутствуют видимые, вовсе не вызывает зрительного ощущения даже в том случае, когда переносимая им энергия

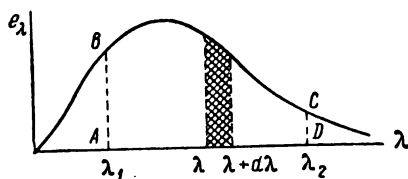


Рис. 204. Распределение мощности излучения по длинам волн.

весьма велика. Наоборот, поток, состоящий из лучей, к которым глаз наиболее чувствителен, вызывает и при малой мощности интенсивное зрительное ощущение. Глаз человека не одинаково чувствителен к видимым лучам различного цвета. Так, мощность лучей красного цвета должна быть значительно больше мощности лучей зеленого цвета, чтобы вызвать ощущение одинаковой интенсивности. Поэтому, чтобы ввести величину, характеризующую способность светового потока вызывать зрительное ощущение, необходимо рассмотреть чувствительность глаза к световым волнам различной длины. Так как в отношении чувствительности глаза встречаются значительные индивидуальные отклонения, то приходится рассматривать „среднюю“ чувствительность. „Средняя“ чувствительность получается в результате обследования большого количества лиц, из числа которых исключаются лица, обладающие явными дефектами зрения. Величина, характеризующая такую „среднюю“ относительную чувствительность человеческого глаза к световым волнам разных длин, называется *функцией видимости*. Построение функции видимости представляет трудности, так как с субъективной точки зрения не легко установить равенство „ярко-

стей" лучей различного цвета — например, красного и синего (подробнее см. § 306).

В настоящее время для построения функции видимости пользуются „ступенчатым“ методом, сводящимся к установлению одинаковости субъективной яркости двух пучков близких длин волн.

Пусть два соседних поля, например два соседних участка матового стекла, освещены двумя такими пучками. Благодаря малой разности длин волн оба освещенных поля будут казаться почти одного цвета, что позволит с достаточной степенью точности установить случай, когда субъективные яркости обоих полей одинаковы. Пусть первый поток состоит из волн, приходящихся на узкий интервал $d\lambda$ вблизи некоторой определенной длины волны λ_1 ; пусть второй поток состоит из волн, приходящихся на интервал $d\lambda$ вблизи длины волны λ_2 , близкой к длине волны λ_1 . Мощности обоих потоков равны $dE_{\lambda_1} = e_{\lambda_1} d\lambda$ и $dE_{\lambda_2} = e_{\lambda_2} d\lambda$. Если бы чувствительность глаза к потокам обеих длин волн λ_1 и λ_2 была одинакова, то оба поля показались бы одинаково яркими при равенстве мощностей: $dE_{\lambda_1} = dE_{\lambda_2}$. В действительности для равенства субъективных яркостей приходится подбирать различные мощности обоих потоков dE_{λ_1} и dE_{λ_2} : достаточно меньшей мощности того потока, к длинам волн которого чувствительность глаза больше.

Поэтому, характеризуя глаз функцией видимости $\Phi(\lambda)$, мы положим, что *численные значения функции видимости $\Phi(\lambda)$ для двух близких друг к другу длин волн λ_1 и λ_2 обратно пропорциональны мощностям dE_{λ_1} и dE_{λ_2} , вызывающим одинаковые ощущения яркостей:*

$$\frac{\Phi(\lambda_1)}{\Phi(\lambda_2)} = \frac{dE_{\lambda_2}}{dE_{\lambda_1}}. \quad (3)$$

Переходя последовательно от одного соседнего спектрального участка к другому, таким способом можно установить относительные значения функции видимости $\Phi(\lambda)$ в пределах всего видимого спектра. Наибольшей чувствительностью человеческий глаз обладает к зеленым лучам с длиной волны 0,555 мк. Значение функции видимости для этой длины волны принимается равным единице. Тогда для всех других длин волн $\Phi(\lambda) < 1$; за пределами видимого спектра $\Phi(\lambda) = 0$.

Значения функции видимости $\Phi(\lambda)$ для разных длин волн даны в табл. VII;¹ графически ход $\Phi(\lambda)$ в зависимости от длины волны приведен на рис. 205 (кривая I).

Из табл. VII, например, следует, что мощность красных лучей с длиной волны 0,650 мк должна быть почти в 10 раз больше

¹ В дальнейшем мы увидим (§ 306), что ход функции $\Phi(\lambda)$ зависит от абсолютного значения мощностей. В табл. VII приведены значения $\Phi(\lambda)$, относящиеся к средним дневным освещенностям.

мощности зеленых лучей с длиной волны $0,555 \text{ мк}$, чтобы вызвать ощущение одинаковой яркости.

Рассмотрев функцию видимости, мы можем ввести новую величину, которая характеризовала бы свет, с учетом его способности вызывать зрительное ощущение. Такая величина называется *световым потоком* и равна произведению потока световой энергии на функцию

Таблица VII

Численные значения функции видимости

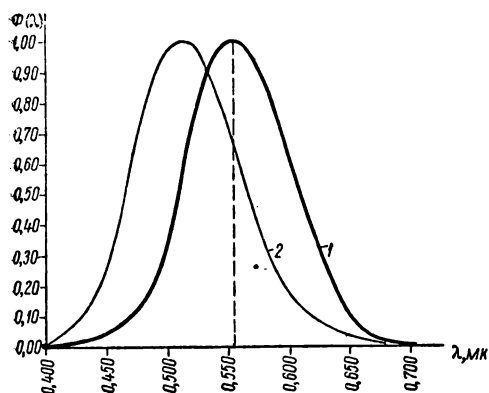


Рис. 205. Функция видимости дневного зрения (1) и сумеречного зрения (2).

$\lambda, \text{мк}$	$\Phi(\lambda)$
0,400	0,0004
0,450	0,038
0,500	0,323
0,550	0,995
0,555	1,000
0,560	0,995
0,590	0,757
0,650	0,107
0,700	0,0041
0,760	0,00006

видимости. Для монохроматического потока, относящегося к весьма узкому интервалу длин волн $d\lambda$ вблизи волны λ , световой поток

$$dF_{\lambda} = \Phi(\lambda) \cdot dE_{\lambda} = \Phi(\lambda) \cdot e_{\lambda} d\lambda. \quad (4)$$

Полный световой поток излучения F равен

$$F = \int_0^{\infty} \Phi(\lambda) e_{\lambda} d\lambda. \quad (4a)$$

Интегрирование ведется в пределах от 0 до ∞ , так как для всех длин волн, лежащих вне видимого спектра, $\Phi(\lambda) = 0$. Световой поток F позволяет судить, насколько интенсивное субъективное зрительное ощущение способен вызывать свет данной мощности и данного спектрального состава.

§ 303. Сила света, светимость и освещенность. Рассмотрим точечный источник света S (рис. 206), испускающий лучи во все стороны. Выделим в некотором направлении бесконечно узкий те-

лесный угол $d\omega$. Пусть в пределах этого телесного угла распространяется световой поток dF . Величина

$$I = \frac{dF}{d\omega} \quad (1)$$

называется силой света источника в данном направлении. Из соотношения (1) следует, что *сила света численно равна световому потоку, приходящемуся на единичный телесный угол*. Если источник является изотропным, т. е. его сила света во всех направлениях одинакова, то в соотношении (1) бесконечно узкий телесный угол $d\omega$ можно заменить конечным телесным углом Ω и тогда

$$I = \frac{F}{\Omega}.$$

Из последнего равенства для изотропного источника имеем

$$F = I \cdot \Omega. \quad (2)$$

Полагая в равенстве (2) телесный угол Ω равным 4π , получим полный поток F , испускаемый изотропным источником силой света I во все стороны:

$$F = 4\pi I. \quad (2a)$$

Для неизотропного источника сила света в различных направлениях разная. Вводя полярные координаты, мы получим, что сила света будет функцией полярных углов: $I = I(i, \varphi)$.

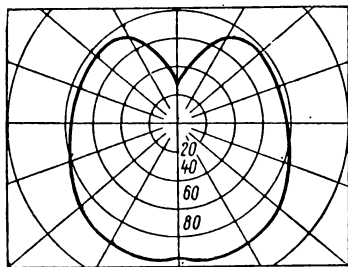


Рис. 207. Векторная диаграмма силы света электрической лампы.

Графически неизотропный источник света можно охарактеризовать, отложив из некоторой начальной точки O во всех направлениях радиусы-векторы, длины которых в каждом данном направлении пропорциональны силе света $I(i, \varphi)$ в том же направлении. Огибающая концов этих радиусов-векторов даст представление о силе света источника в различных направлениях. На рис. 207 дана такая векторная диаграмма для обыкновенной электрической лампы.

Для неизотропного источника можно ввести в рассмотрение среднюю сферическую силу света I_0 , определяемую соотношением:

$$I_0 = \frac{F}{4\pi}, \quad (3)$$

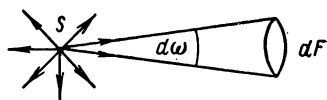


Рис. 206. Световой поток в пределах бесконечно узкого телесного угла $d\omega$.

где F — полный световой поток, испускаемый источником во все стороны.

Из сравнения равенств (3) и (2а) следует, что для изотропного источника средняя сферическая сила света совпадает с его истинной силой света I .

Световой поток, испускаемый неизотропным источником в пределах бесконечно узкого телесного угла $d\omega$, по (1) равен

$$dF = I(i, \varphi) \cdot d\omega. \quad (4)$$

Как известно, в полярных координатах телесный угол $d\omega = \sin i \cdot di \, d\varphi$, откуда формулу (4) можно переписать в виде

$$dF = I(i, \varphi) \sin i \cdot di \, d\varphi. \quad (4a)$$

Поток F в пределах конечного угла Ω получим, проинтегрировав выражение (4) или (4a):

$$F = \int_{\Omega} I(i, \varphi) d\omega = \int_{\varphi} \int_i I(i, \varphi) \sin i \, di \, d\varphi. \quad (5)$$

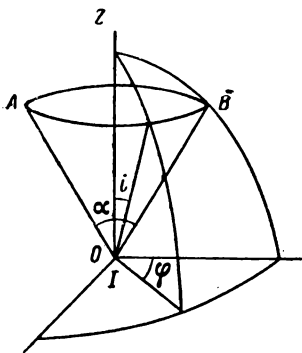


Рис. 208. К подсчету светового потока в пределах конуса с углом раствора α .

Определим теперь световой поток, испускаемый изотропным точечным источником силы света I в пределах конуса с углом раствора α .

Совместим ось конуса с осью OZ системы сферических координат (рис. 208). Угол раствора конуса равен углу между образующими OA и OB , лежащими в плоскости рисунка. Световой поток F , распространяющийся в пределах конуса, определится интегралом (5),

в котором силу света I , как величину в данном случае постоянную, можно вынести из-под знака интеграла:

$$F = I \int_{\varphi} \int_i \sin i \, di \, d\varphi.$$

Интегрирование можно распространить по углу φ от 0 до 2π и по углу i от 0 до $\alpha/2$. Таким образом, имеем:

$$F = I \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha/2} \sin i \, di \, d\varphi = 2\pi I \int_0^{\alpha/2} \sin i \, di = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) I. \quad (6)$$

Заменяя $1 - \cos \frac{\alpha}{2}$ через $2 \sin^2 \frac{\alpha}{4}$, окончательно получим

$$F = 4\pi I \sin^2 \frac{\alpha}{4}. \quad (7)$$

Из формулы (7) можно снова получить выражение (2а) для полного светового потока, испускаемого изотропным источником во все стороны. Действительно, положив в (7) $\alpha = 2\pi$, получим $F = 4\pi I$.

Предположим теперь, что мы имеем источник света конечных размеров, например раскаленное твердое тело. Выделим на нем элемент поверхности dS . Обозначим через dF (рис. 209) полный световой поток, испускаемый этой площадкой dS во все стороны (в пределах телесного угла 2π).

Величина

$$R = \frac{dF}{dS} \quad (8)$$

называется *светимостью* площадки dS . *Светимость численно равна полному световому потоку, испускаемому с единицы площади светящегося тела.*

Световой поток может исходить от тел не только в результате того, что они являются самостоятельными источниками световых колебаний (раскаленные тела, фосфоресцирующие тела и т. д.), но и в результате рассеяния или отражения от них света, испускаемого другими источниками. Поэтому при рассмотрении многих задач существенно знать, какое количество светового потока падает на ту или другую часть освещенного тела. Для этого вводится величина, называемая *освещенностью* и равная

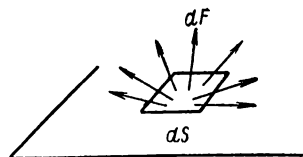


Рис. 209. Полный световой поток с площадки dS .

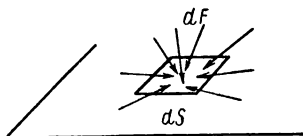


Рис. 210. Освещенность площадки dS определяется полным световым потоком dF , падающим на нее.

$$A = \frac{dF}{dS}, \quad (9)$$

где dF — полный поток, падающий на площадку dS (рис. 210). *Освещенность численно равна полному световому потоку, падающему на единицу площади освещаемого тела.*

Сравнение формул (8) и (9) показывает, что и светимость R и освещенность A выражаются одним и тем же отношением dF/dS . Разница заключается в том, что под dF подразумевается в выражении светимости световой поток, *испускаемый* площадкой dS , а в выражении освещенности — *падающий* на площадку dS .

Очевидно, светимость тела, которое является самостоятельным источником световых колебаний, вообще говоря, не связана с его освещенностью. Наоборот, светимость тела, испускающего свет за счет рассеяния или отражения падающих лучей, определяется его освещенностью. Чем больше освещенность A , тем больше светимость R такого тела:

$$R = kA; \quad (10)$$

величина k называется *коэффициентом рассеяния (отражения)*. Для всех реальных тел $k < 1$.

Большинство тел селективно рассеивает свет, т. е. для них k различно для разных длин волн. Такие тела представляются нам „окрашенными“: если на них падает белый свет, то рассеянный свет отличается по своему составу от белого и вызывает определенное цветовое ощущение. Белым называется тело, обладающее коэффициентом k , достаточно близким к единице и постоянным для всех длин волн в пределах видимого спектра. Черным является тело, имеющее для всех длин волн одинаковый и много меньший единицы коэффициент k . Для поверхности, покрытой слоем магнезии, или для поверхности свежеснеженного снега k может достигать значений 0,9 и несколько больше. Для черных матовых поверхностей $k \cong 0,01$.

Тела, обладающие разными коэффициентами рассеяния k при одной и той же освещенности имеют разную светимость. Например, если мы часть листа белой бумаги, для которой $k = 0,8$, оставим белой, а часть зачерним так, что для этой части k будет равно 0,02, то при равномерной освещенности светимость зачерненной части будет в 40 раз меньше светимости белой.

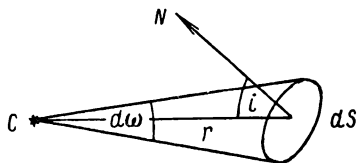


Рис. 211. К подсчету освещенности от точечного источника C .

В заключение настоящего параграфа рассмотрим, какую освещенность создает точечный источник силой света I на поверхности, отстоящей от него на расстоянии r . Пусть C — точечный источник света (рис. 211), dS — освещаемая им площадка. Предположим, что радиус-вектор r , проведенный от источника света C к середине площадки dS , составляет с нормалью к площадке угол i . Телесный угол, под которым площадка dS видна из места расположения источника C , обозначим через $d\omega$. Тогда поток, падающий от источника света C на площадку dS , по (1) равен

$$dF = I d\omega.$$

Но телесный угол

$$d\omega = \frac{dS}{r^2} \cos i,$$

откуда получаем

$$dF = dS \frac{I}{r^2} \cos i.$$

Освещенность A получим, поделив величину потока dF на величину площадки dS :

$$A = \frac{dF}{dS} = \frac{I}{r^2} \cos i. \quad (11)$$

Из формулы (11) видно, что освещенность, вызываемая точечным источником, пропорциональна его силе света I и обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника до освещаемой поверхности. Кроме того, освещенность зависит от угла i , под которым лучи падают на поверхность: чем более наклонно падают лучи, тем меньшую освещенность они создают.

§ 304. Яркость. Как было указано в предыдущем параграфе, светимость определяется световым потоком, испускаемым светящейся поверхностью *во все стороны*. Рассмотрим теперь световой поток dF , испускаемый элементом поверхности dS (рис. 212) в направлении, составляющем угол i с нормалью, в пределах бесконечно малого телесного угла $d\omega$. Этот поток пропорционален телесному углу $d\omega$, зависит от величины площадки dS , угла i и от того, насколько ярко светится поверхность. Ламберт предположил, что величина потока dF определяется видимыми размерами площади dS , т. е. размерами ее проекции dS_n на плоскость, перпендикулярную к направлению распространения потока. Такое предположение основано на том факте, что равномерно светящийся шар, например, Солнце, рассматриваемое через туман или закопченное стекло, представляется нам плоским диском одинаковой яркости. Так как $dS_n = dS \cos i$, то положим

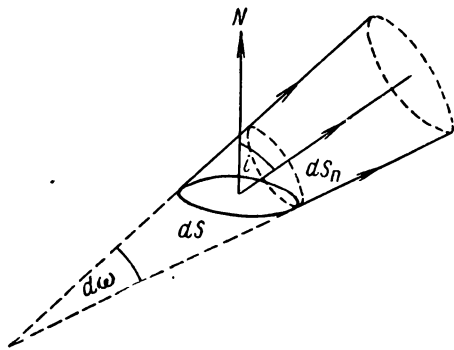


Рис. 212. К определению яркости.

$$dF = B \cos i dS d\omega. \quad (1)$$

Величина B зависит от свойств светящейся поверхности, она носит название *яркости*. Если предположение, что поток dF пропорционален видимым размерам площадки dS , оправдывается, то яркость B должна быть для данной светящейся поверхности величиной постоянной, не зависящей от угла i . В противном случае зависимость потока dF от угла i не исчерпается наличием в выражении (1) множителя $\cos i$, и яркость B сама еще будет представлять некоторую функцию от i . Опыт показывает, что для многих самосветящихся тел (например, для раскаленных твердых тел с шероховатой поверхностью) поток dF с достаточной степенью приближения пропорционален $\cos i$ и яркость B постоянна. Про такие тела говорят, что они подчиняются *закону Ламберта*; их называют также *косинусными излучателями*.

Вообще же говоря, следует учитывать зависимость яркости B от угла i , причем для каждого данного случая эта зависимость носит свой характер. В случае поверхностей, светящихся за счет рассеянного света, яркость редко бывает постоянной. Лишь для матовых поверхностей, какими, например, являются поверхности неглазирванного фарфора, чертежной бумаги, свежесвыпавшего снега, B с достаточной степенью приближения не зависит от угла i . Поверхность, рассеивающая с точным выполнением соотношения (1), называется идеальным рассеивателем. Для большинства реальных поверхностей B зависит не только от свойств самой поверхности, но и от направления падающего света. Во всех тех случаях, когда поверхность в той или иной мере „блестит“, яркость B больше в направлениях, близких к направлениям зеркального отражения, чем в других (ср. со сказанным в § 251).

Формула (1) дает поток dF , испускаемый элементом светящейся поверхности dS в пределах бесконечно малого телесного угла $d\omega$. Поток dF , испускаемый элементом поверхности dS в пределах конечного телесного угла Ω , получим, проинтегрировав выражение (1):

$$dF = dS \int_{\Omega} B \cos i d\omega. \quad (2)$$

Если яркость B данной поверхности постоянна, то ее можно вынести из-под знака интеграла и тогда

$$dF = B dS \int_{\Omega} \cos i d\omega. \quad (2a)$$

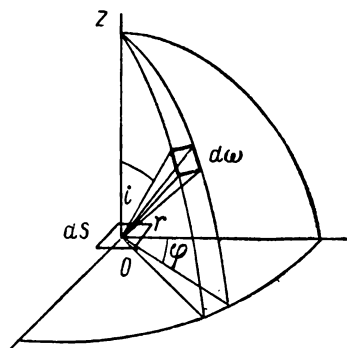


Рис. 213. К подсчету полного светового потока от площадки с заданной яркостью.

Установим связь между яркостью поверхности и ее светимостью. Для этого рассмотрим поток dF , испускаемый площадкой dS во всех направлениях. Введем систему полярных координат, ось OZ которой (рис. 213) проведем перпендикулярно к площадке dS . Телесный угол $d\omega$ в полярных координатах равен $d\omega = \sin i di d\varphi$. Поэтому поток dF от площадки dS в пределах бесконечно узкого телесного угла $d\omega$ выразится следующим образом:

$$dF = B \cos i \sin i di d\varphi dS. \quad (3)$$

Для того чтобы получить полный поток dF , испускаемый во все стороны, выражение (3) надо проинтегрировать по углу φ от 0 до 2π и по углу i от 0 до $\pi/2$:

$$dF = B dS \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{i=0}^{\pi/2} \cos i \sin i di d\varphi = 2\pi B dS \int_0^{\pi/2} \cos i \sin i di.$$

Так как

$$\int_0^{\pi/2} \sin i \cos i \, di = \frac{1}{2},$$

то

$$dF = \pi B \, dS. \quad (3a)$$

По сказанному в § 303, светимость той же поверхности R равна dF/dS , откуда получаем

$$R = \frac{dF}{dS} = \pi B$$

или

$$B = \frac{1}{\pi} R. \quad (4)$$

Полученное соотношение справедливо лишь для косинусного излучателя, так как только для него яркость B постоянна и ее можно в выражении (2) вынести из-под знака интеграла. Таким образом, *для косинусного излучателя яркость поверхности в π раз меньше его светимости.*

Если поверхность светит за счет рассеяния падающего на нее излучения, то, по сказанному в § 303, ее светимость R определяется через ее освещенность A выражением:

$$R = kA,$$

где k — коэффициент рассеяния.

Воспользовавшись соотношением (4), мы можем заменить светимость R через яркость B , тогда получим

$$B = \frac{k}{\pi} A. \quad (5)$$

Из (5) видим, что яркость поверхности, светящейся за счет рассеянного света, пропорциональна ее освещенности и коэффициенту рассеяния.

Установим далее связь между светимостью и силой света. Для этого перепишем выражение (1) в виде:

$$B = \frac{dF}{dS \cos i \, d\omega}, \quad (6)$$

но по равенству (1) § 303

$$\frac{dF}{d\omega} = I,$$

где I — сила света, откуда получаем

$$B = \frac{I}{dS \cos i}. \quad (6a)$$

Из этого выражения следует: *яркость поверхности равна силе света, даваемой поверхностью с единицы в нормальном направлении* ($i = 0$).

В заключение настоящего параграфа рассмотрим освещенность, создаваемую элементом поверхности dS с яркостью B на элементе поверхности dS' , отстоящем от него на расстоянии r . Пусть направление r составляет с нормалью к элементам поверхностей dS и dS' (рис. 214) углы i и i' . На площадку dS' падает световой поток, испускаемый элементом поверхности dS в

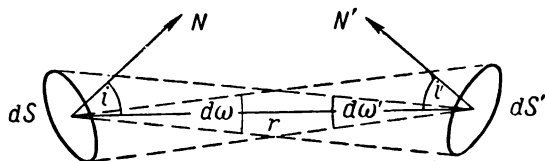


Рис. 214. К подсчету освещенности от площадки с заданной яркостью.

пределах телесного угла $d\omega$, под которым площадка dS' видна из места расположения площадки dS . По (1) этот поток равен

$$dF = B dS \cos i d\omega,$$

но $d\omega = \frac{dS' \cos i'}{r^2}$, откуда следует

$$dF = B \frac{dS dS' \cos i \cos i'}{r^2}. \quad (7)$$

Это последнее выражение можно преобразовать, заметив, что $\frac{dS \cos i}{r^2}$ представляет собою тот телесный угол $d\omega'$, под которым видна площадка dS из места расположения площадки dS' . Отсюда получаем:

$$dF = B dS' d\omega' \cdot \cos i'.$$

Искомая освещенность площадки dS' равна:

$$A' = \frac{dF}{dS'} = B d\omega' \cdot \cos i'. \quad (8)$$

Таким образом, освещенность, создаваемая светящимся элементом поверхности, пропорциональна яркости этого элемента и тому телесному углу, под которым этот элемент виден из точки, для которой определяется освещенность.

Сравнивая этот результат с формулой (11) § 303, видим: освещенность, создаваемая светящейся поверхностью, пропорциональна ее яркости, в то время как освещенность, создаваемая точечным источником света, пропорциональна его силе света.

§ 305. Единицы измерения фотометрических величин. Отдел физики, занимающийся измерениями светового потока и количественными характеристиками световых явлений, носит название *фотометрии*.

За основную фотометрическую единицу принимается единица силы света. В разное время эта единица устанавливалась разными способами. Первоначально за единицу принималась сила света, даваемая в определенном направлении пламенем свечи. Свеча стандартизировалась — указывались материал, диаметр свечи, длина фитиля. Затем пламя свечи было заменено пламенем лампы определенной конструкции, в которой горел чистый амилацетат. Позднее фитильная лампа была заменена электрической.

С 1948 г. был введен новый воспроизводимый световой эталон. Он осуществляется в виде абсолютно черного тела (см. § 309) при температуре затвердевания платины (2046,6° К). В СССР такой световой эталон осуществлен фотометрической лабораторией Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии, руководимой проф. П. М. Тиходевым. За единицу силы света — *свечу* (*св*) принимается $1/60$ силы света, излучаемого в направлении нормали с 1 см^2 указанного светового эталона. В 1960 г. эта единица утверждена в качестве единицы силы света в международной системе единиц („свеча“ или „канделла“).

Единицы измерения остальных фотометрических величин устанавливаются на основании закономерной связи этих величин с силой света.

Единица светового потока устанавливается на основании соотношения (1) § 303:

$$dF = I d\omega.$$

За единицу светового потока принимается *люмен* (сокращенно *лм*), равный световому потоку в пределах телесного угла в один стереadian от изотропного источника с силой света в 1 *св*.

Люмен может быть определен и непосредственно с помощью указанного светового эталона. А именно: люмен равен световому потоку, испускаемому абсолютно черным телом при температуре затвердевания платины с площади в $5,305 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$.

Полный поток, излучаемый изотропным источником силой света в 1 *св*, по формуле (2а) § 303 равен:

$$F = 4\pi I = 4\pi \text{ лм} \cong 12,566 \text{ лм}.$$

Единица освещенности устанавливается на основании соотношения (9) § 303:

$$A = \frac{dF}{dS}.$$

В международной системе единиц за единицу освещенности принимается *люкс* (сокращенно *лк*), равный освещенности, создаваемой потоком в 1 *лм*, равномерно распределенным на площади в 1 м^2 . Кроме люкса употребляется другая единица освещенности — *фот*

(сокращенно ϕ), равная освещенности, создаваемой потоком в 1 лм, равномерно распределенным на площади в 1 см². Очевидно, между люксом и фотом имеет место соотношение:

$$1 \text{ лк} = 10^{-4} \phi. \quad (1)$$

Светимость, определяемая соотношением $R = dF/dS$, измеряется также в люксах.

Для установления единицы измерения яркости воспользуемся соотношением (6а) § 304:

$$B = \frac{I}{dS \cos i}.$$

На основании этого соотношения в международной системе единиц за единицу яркости принимается яркость равномерно светящейся плоской поверхности, дающей в нормальном к ней направлении ($i=0$) силу света в 1 св с площади в 1 м². Эта единица яркости обозначается св/м². Наряду со св/м² употребляется другая единица яркости, называемая *стильбом*. Стильб равен яркости равномерно светящейся плоской поверхности, дающей в нормальном к ней направлении силу света в 1 св с площади в 1 см². Очевидно, между св/м² и стильбом имеется соотношение:

$$1 \text{ св/м}^2 = 10^{-4} \text{ сб}.$$

Для измерения яркостей поверхностей, светящихся за счет рассеянного света, иногда употребляется другая единица яркости, называемая *апостильб*. Апостильб равен яркости идеально белой рассеивающей поверхности, освещенность которой равна 1 лк. Под идеально белой (или абсолютно белой) поверхностью подразумевается поверхность, обладающая для всех длин волн и для всех направлений коэффициентом рассеяния $k=1$.

По формуле (5) § 304 яркость поверхности, светящейся за счет рассеянного света, равна:

$$B = \frac{k}{\pi} A,$$

где A — освещенность. Измеряя A в фотах, B — в стильбах и замечая, что $\frac{1}{\pi} \cong 0,318$, получим

$$B \text{ (стильб)} = 0,318 kA \text{ (фот)}.$$

Отсюда яркость идеально белой поверхности ($k=1$), на которой падающий поток создает освещенность в 1 люкс = 10^{-4} фота, равна

$$B = 0,318 \cdot 10^{-4} \text{ сб} = 3,18 \cdot 10^{-5} \text{ сб}.$$

Так как эта яркость одновременно принимается за один апостильб, то

$$1 \text{ апсб} = 3,18 \cdot 10^{-5} \text{ сб}.$$

Наряду с указанными фотометрическими единицами — силой света, освещенностью, светимостью и яркостью — можно рассматривать аналогичные им энергетические величины, получаемые с помощью

тех же соотношений с заменой лишь светового потока через энергетический поток E . Эти величины можно измерять в абсолютной мере, например, энергетическую освещенность в $\text{эрг/сек} \cdot \text{см}^2$ или вт/см^2 и т. д. В табл. VIII дан список основных фотометрических и энергетических величин и приведены единицы их измерения.

Таблица VIII

Величина	Единица измерения	
	фотометрическая	энергетическая
Световой поток F, E	люмен	$\frac{\text{эрг}}{\text{сек}}; \text{вт}$
Функция распределения e_λ	—	$\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}}; \frac{\text{вт}}{\text{см}}$
Сила света I	свеча	$\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{стер}}; \frac{\text{вт}}{\text{стер}}$
Освещенность A	люкс, фот	$\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2}; \frac{\text{вт}}{\text{см}^2}$
Светимость R	люкс, фот	$\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2}; \frac{\text{вт}}{\text{см}^2}$
Яркость B	св/м^2 , стильб	$\frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{стер} \cdot \text{см}^2}; \frac{\text{вт}}{\text{стер} \cdot \text{см}^2}$

Таблица IX

Освещенности	Люксы	Яркости	Стильбы
Под прямыми лучами Солнца (летом)	10^5	Поверхности Солнца через атмосферу	$1,47 \cdot 10^5$
На открытом месте днем без Солнца	$\sim 10^3$	Кратера электрической дуги	$1,5 \cdot 10^4$
Днем в комнате	$\sim 10^2$	Вольфрамовой нити газонаполненной лампы . .	$4,5 \cdot 10^2$
Необходимая для чтения	$3 \cdot 10$	Ясного неба в 75° от Солнца	$1,5 \cdot 10^{-1}$
Необходимая для тонких работ	10^2	Поверхности Луны через атмосферу	$2,5 \cdot 10^{-1}$
При полной Луне	$2,5 \cdot 10^{-2}$	Белой поверхности под прямыми лучами Солнца	3
От звезды 8-й величины .	$1,4 \cdot 10^{-9}$	Белой поверхности при освещенности 30 лк . .	10^{-3}

В табл. IX приведены приблизительные значения освещенностей и яркостей для ряда часто встречающихся случаев.

Световому потоку в 1 лм соответствует разная мощность, в зависимости от того, каков спектральный состав света. Но если условиться, что речь идет о свете некоторого вполне определенного спектрального состава, то потоку в 1 лм соответствует определенная мощность и, таким образом, можно установить связь между фотометрическими и энергетическими единицами. Принято рассматривать свет, относящийся к узкому интервалу длин волн вблизи $\lambda = 0,555$ мк, т. е. к интервалу, где чувствительность человеческого глаза максимальна. В этой области потоку в 1 лм соответствует мощность в 0,00155 вт:

$$1 \text{ лм } (\lambda = 0,555 \text{ мк}) = 0,00155 \text{ вт.} \quad (2)$$

Световому потоку в 1 лм при всяком другом спектральном составе соответствует большая мощность. Поэтому величина 0,00155 вт/лм носит название *минимального механического эквивалента света*. Из соотношения (2) следует:

$$1 \text{ вт } (\lambda = 0,555 \text{ мк}) = 650 \text{ лм.} \quad (3)$$

Для монохроматического света любой другой длины волны имеет место соотношение

$$1 \text{ вт } (\lambda) = 650 \cdot \Phi(\lambda) \text{ лм,} \quad (3a)$$

где $\Phi(\lambda)$ — значение функции видимости для той же длины волны.

Рассмотрим следующий пример.

На высоте $h = 4$ м над плоскостью расположен точечный изотропный источник силы света $I = 100$ св. Найти освещенность на плоскости в точке С,стоящей на расстоянии x от основания отрезка h (рис. 215).

Решение. По формуле (11) § 303 освещенность A в точке С равна

$$A = \frac{I \cos i}{r^2}, \quad (4)$$

где r — расстояние от источника до точки С. Из чертежа имеем

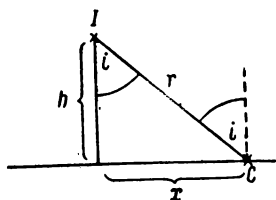


Рис. 215. К подсчету освещенности от точечного источника I .

$$r = \sqrt{h^2 + x^2}, \quad \cos i = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}},$$

после чего формула (4) принимает вид

$$A = \frac{Ih}{(h^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Выражая I в международных свечах, h и x — в метрах, получим A в люксах. Под самым источником света ($x = 0$)

$$A = \frac{100}{16} \text{ лк} = 6,2 \text{ лк.}$$

При $x \gg h$ в формуле (5) можно пренебречь h по сравнению с x и тогда

$$A \cong \frac{Ih}{x^3}.$$

Из приведенного примера следует, что на расстоянии нескольких метров от точечного источника силой света в 100 св освещенности значительно меньше, чем необходимо для чтения (30 лк). Вместе с тем известно, что в комнате, в которой имеется лампа в 100 св, вполне можно читать на расстоянии нескольких метров от нее. Дело заключается в том, что внутри помещения происходят многократные отражения света от потолка, стен и пола, что ведет к увеличению полной освещенности (ср. § 307).

§ 306. Восприятие света. Измерения фотометрических величин производятся либо с помощью визуальных наблюдений (визуальная фотометрия), либо с помощью той или другой воспринимающей аппаратуры (*объективная фотометрия*). Поэтому прежде всего необходимо ознакомиться с глазом как воспринимающим свет аппаратом, а также с другими объективными аппаратами, служащими для восприятия света.

Субъективное зрительное ощущение получается в результате раздражения зрительного нерва, вызываемого освещением сетчатой оболочки глаза. Разрез человеческого глаза дан на рис. 216, где A — прозрачная *роговая оболочка*, L — *хрусталик*, i — *радужная*, или *ирисовая*, оболочка, R — *сетчатая оболочка*, O — *зрительный нерв*. Пространство между роговой оболочкой и хрусталиком заполнено *водянистой влагой*, а между хрусталиком и сетчатой оболочкой — так называемым *стекловидным телом*. Радужная оболочка имеет отверстие, называемое *зрачком*. Размеры зрачка могут меняться и регулировать величину светового потока, попадающего внутрь глаза.

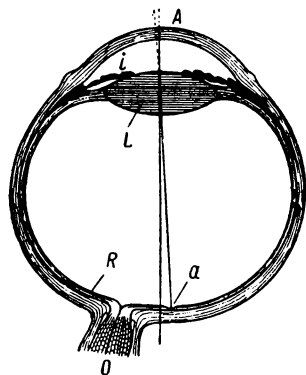


Рис. 216. Разрез глаза человека.

Сетчатая оболочка, обладающая весьма сложным строением, является разветвлением волокон зрительного нерва. Оптическая система глаза, которая будет рассмотрена ниже (§ 326), дает на сетчатой оболочке действительное изображение предметов, находящихся вне глаза. Интенсивность ощущения определяется *освещенностью*, которую создает на сетчатой оболочке световой поток, попадающий в глаз. Схематический разрез сетчатой оболочки приведен на рис. 217. Светочувствительными элементами являются так называемые *палочки* и *колбочки* (a , b). Число колбочек в человеческом глазе достигает 7 млн., а палочек более 100 млн. Периферические части сетчатой оболочки содержат только палочки. Колбочки расположены преимущественно в центре сетчатки.

шественно в центральной части сетчатой оболочки. Несколько в стороне от зрительного нерва расположено *желтое пятно с центральной ямкой* (а на рис. 216). В области центральной ямки расположены исключительно колбочки. Место, где в глаз входит зрительный нерв, не воспринимает света (*темное пятно*).

Палочки и колбочки играют различную роль при возникновении зрительного ощущения. Палочки обладают гораздо большей чувствительностью, чем колбочки, но не дают возможности различать цвета.

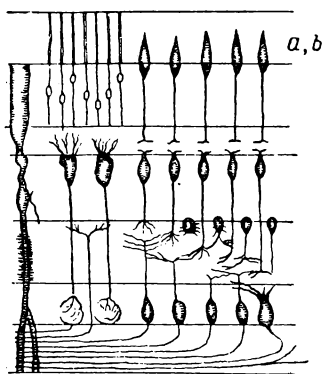


Рис. 217. Разрез сетчатой оболочки глаза.

Цветовые ощущения вызываются лишь при раздражении колбочек. Кроме того, области сетчатки, заполненные колбочками, позволяют различать значительно больше деталей, чем области, заполненные палочками. В соответствии с этим человек обладает двумя различными зрением. Одно из них, связанное с раздражением колбочек, действует при достаточно больших освещенностях, оно позволяет различать цвета и воспринимать большое число деталей. Это зрение называется *дневным зрением*. Второе связано с раздражением палочек и называется *сумеречным зрением*. Так как палочки расположены преимущественно по периферии сетчатой оболочки, то его называют также *периферическим зрением*. Обычно

одновременно действуют в той или иной мере оба зрения, но при очень малых освещенностях действует лишь сумеречное зрение.

При переходе от больших освещенностей к малым палочки не сразу достигают максимальной чувствительности, в результате чего переход от дневного к сумеречному зрению происходит сравнительно медленно. Общеизвестно, что при переходе днем с улицы в плохо освещенное помещение сперва ничего не видно. Лишь постепенно, по мере того как глаз „привыкает“, становится возможным различать предметы. Процесс включения сумеречного зрения называется *адаптацией*. Для полной адаптации необходимо выдержать глаз в темноте 30—40 мин. Чувствительность полностью адаптированного глаза весьма велика: он способен реагировать на потоки световой энергии порядка $4 \cdot 10^{-10}$ эрг/сек. Для зеленых лучей это соответствует освещенности на зрачке порядка $5 \cdot 10^{-13}$ лк. Минимальный световой поток, способный вызвать зрительное ощущение, носит название *порога видимости*. Очевидно, имеет смысл говорить лишь о пороге видимости адаптированного глаза. При дневном зрении глаз способен воспринимать потоки до 200 эрг/сек. При больших мощностях

возникают болезненные ощущения и могут произойти поражения сетчатой оболочки. Поражения могут произойти и при чрезмерно быстром переходе от малых потоков к большим, хотя последние могут и не превосходить того предела, который, вообще говоря, глаз способен еще безболезненно переносить.

Субъективная яркость предметов, видимых под конечным углом зрения, как мы увидим дальше (§ 327), обусловлена их фотометрической яркостью.

При сумеречном зрении свет различных длин волн вызывает одинаковое ощущение голубовато-серого цвета. Чувствительность же сумеречного зрения для света различных длин волн разная. Сумеречное зрение можно охарактеризовать функцией видимости, отличной от функции видимости дневного зрения. Функция видимости сумеречного зрения уже иллюстрировалась кривой 2 на рис. 205. Максимум кривой 2 сдвинут в область более коротких длин волн по сравнению с кривой 1, дающей функцию видимости дневного зрения; он лежит около 0,510 μ .

Знание указанных особенностей зрения весьма существенно при использовании глаза в качестве воспринимающего аппарата при фотометрических измерениях.

Переход от дневного зрения к сумеречному и характерные особенности последнего можно продемонстрировать сравнительно просто. Для этого в полностью затемненном помещении на экран проектируются с помощью проекционного фонаря два соприкасающихся полукружка разного цвета, например, один красный, а другой синий. Цвета этих кружков надо подобрать так, чтобы они казались одинаково яркими. Затем следует постепенно ослаблять световой поток, с помощью которого образуются оба цветных изображения. Это можно сделать, поместив у объектива фонаря, где пучки еще не разделены, два николя. При постепенном переходе николей из «параллельного» в «скрещенное» положение мощности потоков, образующих красное и синее изображения, ослабляются в одинаковое число раз. Однако при очень малых освещенностях синий полукружок покажется ярче красного. При дальнейшем ослаблении потоков красный пропадет раньше синего, причем синий потеряет свой цвет и будет казаться сероватым. Этот опыт ясно показывает исчезновение цветового ощущения при действии одного сумеречного зрения и большую чувствительность сумеречного зрения к синим лучам, чем к красным.

Из объективных воспринимающих аппаратов мы отметим аппараты, действующие на следующих принципах: фотоэлектрическом, термоэлектрическом, фотографическом и тепловом.

Аппараты, действующие на принципе фотоэлектрического явления (§ 333), носят название *фотоэлементов*. Фотоэлементы бывают вакуумные и твердые. Под влиянием падающего света в цепи, в которую включен фотоэлемент, возникает электрический ток. Сила возникающего тока определяется *световым потоком*, падающим на фотоэлемент. Для вакуумных фотоэлементов имеет место прямая

пропорциональность между силой тока насыщения и мощностью света (при данной длине волны).

Твердые фотоэлементы употребляются двух родов. К первым из них принадлежат фотоэлементы с *внутренним фотоэффектом*, называемые также *фотосопротивлениями* (селен, сернисто-таллиевые соединения и др.). При освещении падает их омическое сопротивление. Пластика из вещества с внутренним фотоэффектом включается в цепь, содержащую источник электродвижущей силы \mathcal{E} . При отсутствии освещения в цепи идет темновой ток i_t ; при освещении добавляется фототок i_ϕ , пропорциональный корню квадратному из светового потока \mathcal{F} . Таким образом, полный ток

$$i = i_t + i_\phi = (\sigma_t + \beta \sqrt{\mathcal{F}}) \mathcal{E},$$

где σ_t — темновая проводимость твердого фотоэлемента. Другой тип твердых фотоэлементов — это фотоэлементы с *запирающим слоем*. В цепь, в которую включен фотоэлемент с запирающим слоем, при освещении возникает ток, без того чтобы в цепь была включена добавочная электродвижущая сила \mathcal{E} . Примером твердого фотоэлемента с запирающим слоем может служить купрокс, представляющий собой тонкий слой закиси меди Cu_2O , нанесенный на медную подложку (см. § 336). Фотоэлементы обладают сильно выраженной селективностью: их чувствительность к свету различных длин волн разная. Кривая чувствительности зависит от природы светочувствительного слоя и для разных слоев весьма различна. Чувствительность всех фотоэлементов ограничена со стороны больших длин волн. Вакуумный фотоэлемент с поверхностью из чистого цезия чувствителен до $\lambda = 0,63 \text{ мк}$; фотоэлемент с кислородно-цезиевым катодом чувствителен до $\lambda = 1,2 \text{ мк}$; твердые сернисто-таллиевые (таллофидные) фотоэлементы чувствительны до $\lambda = 1,4 \text{ мк}$, а селено-свинцовые и теллуридо-свинцовые — до $\lambda = 5,5 \text{ мк}$.

Вакуумные фотоэлементы практически лишены инерции и поэтому могут применяться для регистрации весьма кратковременных световых импульсов или для изучения изменения световых потоков со временем.

Чувствительность фотоэлементов весьма велика и достигает 100 мка на люмен. Твердые фотоэлементы имеют еще более высокую чувствительность, достигающую 500 мка/л.м . Пороговая чувствительность таллофидов достигает $3 \cdot 10^{-8} - 6 \cdot 10^{-9} \text{ вт}$.

Для повышения чувствительности фотоэлектрических приборов в настоящее время применяются усилительные схемы с помощью электронных ламп. Для усиления фототока используется также предложенный впервые Г. А. Кубецким принцип, основанный на явлении вторичной электронной эмиссии (т. II, § 173). Схема построенного на этом принципе фотоэлектрического умножителя (ФЭУ) представлена на рис. 218, где K — фоточувствительный катод, с которого под влиянием падающего света вырываются фотоэлектроны. Эти электроны, под влиянием приложенного электрического поля, уско-

ряются к электроду b_1 . Благодаря вторичной электронной эмиссии, с электрода b_1 срывается больше электронов, чем на него упало. Возникшие электроны вновь ускоряются по направлению к электроду b_2 , с которого срывается еще большее число электронов и т. д. В конечном счете анода A достигает гораздо большее число электронов, чем было вырвано с катода K падающим светом и в цепи, в которую включен ФЭУ, возникает достаточно сильный ток, чтобы его легко было измерить. Чувствительность современных ФЭУ достигает нескольких ампер на люмен.

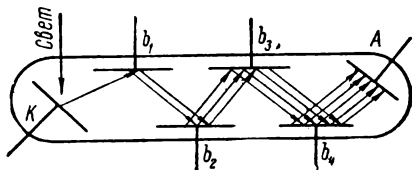


Рис. 218. Фотоэлектрический умножитель.

Термоэлектрические приборы были описаны в т. II, § 170. В них электрический ток возникает в результате нагревания спаев и в широких пределах пропорционален мощности излучения. Кроме того, при хорошем зачернении спаев термоэлектрические приборы не обладают селективностью и в принципе пригодны для измерения потоков любых длин волн. В отличие от фотоэлементов термоэлектрические приборы обладают заметной инерцией.

Фотографическая пластинка также широко используется для регистрации и измерения световых потоков. Почернение фотографической пластинки *определяется освещенностью*. Один и тот же поток может вызвать весьма разное почернение в зависимости от того, на какую площадь он распределен. Фотопластинка обладает *интегрирующим действием*; увеличение времени освещения приводит к увеличению почернения. Это позволяет обнаруживать с помощью фотопластинки потоки чрезвычайно малой мощности, если только они могут действовать достаточно долго. Современные фотографические методы используются для регистрации световых потоков от сколь угодно коротких длин волн до длин волн, равных приблизительно $1,2 \text{ мк}$.

Тепловые методы основаны на вторичных явлениях, возникающих в результате нагревания под влиянием поглощаемого светового потока. Эти методы в последнее время успешно разрабатывались советскими физиками.

В. Л. Вейнгеров разработал метод регистрации излучения по тепловому расширению тел. На весьма тонкую пленку плавленого кварца наносится тонкий зачерненный слой металлического висмута. Такая двойная пленка подвешивается в вакууме. При падении на нее излучения она несколько нагревается и при этом, благодаря сильному различию в коэффициентах расширения плавленого кварца и висмута, изгибается. Изгиб можно наблюдать либо непосредственно в микроскоп, либо по смещению луча, отраженного от конца пленки.

Второй тепловой метод основан на изменении омического сопротивления металлической полоски при ее нагревании под влиянием

поглощаемого света. Этот метод, под названием болометрического, применялся еще в прошлом столетии для регистрации инфракрасных лучей, но затем был оставлен, как недостаточно чувствительный. В последнее время Б. П. Козырев настолько усовершенствовал его, что он не уступает по своим качествам другим. Полоска из чрезвычайно тонкой зачерненной золотой фольги подвешивается в вакууме. Изменение омического сопротивления этой полоски измеряется по методу моста (т. II, § 167), с последующим усилением тока. Благодаря малой массе полоски тепловая инерция прибора ничтожна.

Инфракрасное излучение может также регистрироваться с помощью приборов, основанных на *оптико-акустическом явлении*. Это явление заключается в следующем: на закрытый сосуд, содержащий газ, падает излучение, прерываемое (например, с помощью вращающегося диска с отверстиями) с акустической частотой. Если газ поглощает излучение, то его давление, вследствие нагревания, будет периодически меняться с той же частотой, с которой прерывается свет, — в газе возникнут акустические колебания. М. Л. Вейнгеров построил оптико-акустический прибор, в котором колебания газа передавались микрофонной мембране, а затем воспринимались с помощью телефона. С. М. Лучин предложил для избежания селективности поглощать излучение пластинкой, покрытой сажой. Нагревание пластинки передается газу и вызывает в нем акустические колебания. На том же принципе построен *пневматический индикатор Голея*, представляющий собой маленькую камеру, в которой имеется миниатюрный канал, содержащий газ. С одной стороны этот канал закрыт зачерненной пленкой, с другой — индикаторной мембраной. Колебания мембраны регистрируются интерферометрически. Пороговая чувствительность пневматического индикатора достигает 10^{-10} вт.

В настоящее время для регистрации инфракрасного излучения используются еще так называемые *термисторы*. Это тела, омическое сопротивление которых сильно меняется под влиянием даже очень слабого нагревания. В качестве термисторов употребляются Ag_2S , PbSe , UO_2 и некоторые другие соединения. Пороговая чувствительность термисторов достигает 10^{-9} вт.

§ 307. Измерение фотометрических величин. Глаз, как и другие органы чувств, не в состоянии делать количественных оценок раздражителя, т. е. не может на основании интенсивности субъективного зрительного ощущения установить, во сколько раз один световой поток больше другого. Зато глаз позволяет с большой степенью точности установить *одинаковость освещенностей* двух соседних полей, при условии, что они освещены светом одного и того же цвета. Поэтому все методы визуальной фотометрии сводятся к выравниванию наблюдаемых глазом освещенностей. В простейшем виде этот принцип осуществлен в фотометре с трехгранной призмой

(рис. 219). Белая трехгранная призма ABC помещена внутри зачерненной трубы. Ее две симметричные грани AB и AC освещаются двумя источниками S_1 и S_2 . При рассматривании глазом O обеих граней AB и AC легко установить условие, при котором их освещенности равны.

Указанный фотометр позволяет сравнивать силы света источников. Если размеры источников малы и они расположены достаточно далеко от призмы, то их можно считать точечными.

В этом случае по формуле (11) § 303 освещенности граней AB и AC равны:

$$A_1 = \frac{I_1}{r_1^2} \cos i, \quad A_2 = \frac{I_2}{r_2^2} \cos i, \quad (1)$$

где I_1 и I_2 — силы света соответственно источников S_1 и S_2 , r_1 и r_2 — их расстояния до призмы и i — угол падения лучей на грани

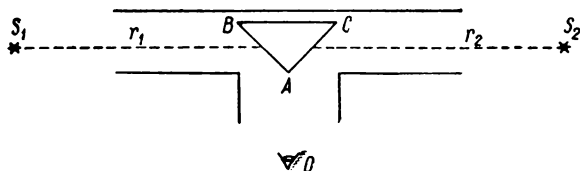


Рис. 219. Фотометр с трехгранной призмой.

призмы (при симметричном расположении источников S_1 и S_2 лучи падают на грани AB и AC под одинаковыми углами). Меняя одно из расстояний, например r_2 , можно добиться равенства освещенностей: $A_1 = A_2$, тогда из соотношений (1) получаем

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2.$$

Таким образом можно измерить отношение сил света двух источников по отношению расстояний r_1 и r_2 . Если сила света одного из источников известна, то тем самым оказывается измеренной сила света другого.

Соотношения (1) имеют место при условии, что свет на грани AB и AC призмы падает непосредственно от источников S_1 и S_2 и отсутствует свет, отраженный или рассеянный от окружающих предметов. Поэтому при фотометрировании сзади и с боков от источников следует располагать зачерненные поверхности.

Для источников конечных размеров вызываемые ими освещенности пропорциональны их яркостям B . По формуле (7) § 304 поток, падающий на площадку dS' от светящейся площадки dS , равен

$$dF = B \frac{dS dS' \cos i \cos i'}{r^2},$$

где r — расстояние между площадками и i и i' — углы, которые лучи составляют с нормальными к обеим площадкам. Основываясь на этом соотношении, можно с помощью указанного фотометра сравнить яркости двух светящихся поверхностей. Пусть сравнимые источники S_1 и S_2 представляют собою небольшие равномерно светящиеся площадки dS_1 и dS_2 , расположенные нормально к оси фотометра ($i_1 = i_2 = 0$), тогда освещенности граней AB и AC соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{dF_1}{dS'} = B_1 \frac{dS_1 \cos i'}{r_1^2}, \\ A_2 &= \frac{dF_2}{dS'} = B_2 \frac{dS_2 \cos i'}{r_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь dS' — поверхность одной из граней призмы AB или AC и i' — угол падения лучей на эти грани. Подобрав соответственным образом расстояния r_1 и r_2 , мы снова можем добиться равенства освещенностей A_1 и A_2 , тогда из (2) имеем

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{dS_2}{dS_1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2.$$

Отсюда, зная отношение площадей dS_2/dS_1 и отношение расстояний r_1/r_2 , находим отношение яркостей обеих светящихся поверхностей.

В более точных визуальных фотометрах призма ABC заменяется так называемым кубиком Луммера—Бродхуна. Этот кубик (рис. 220)

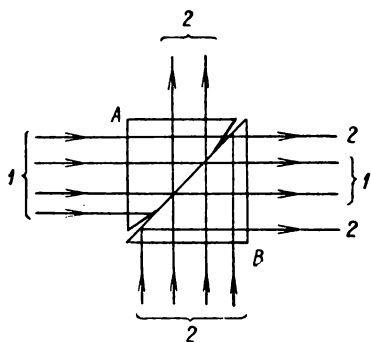


Рис. 220. Кубик Луммера—Бродхуна.

состоит из двух прямоугольных стеклянных призм A и B , у одной из которых (призма A) грань, соответствующая гипотенузе, оставлена плоской только в центре; края у нее сошлифованы. Призмы прижаты друг к другу так, что в месте соприкосновения они ведут себя, как однородное прозрачное тело (поставлены на „оптический контакт“). Пусть на кубик падают световые потоки 1 и 2. Поток 1 пройдет в месте контакта через кубик и выйдет направо. В тех местах, где грань призмы A сошлифована, лучи потока 1 рассеются в стороны.

Поток 2 в месте контакта пройдет через кубик наверх. В остальных местах он испытает полное внутреннее отражение и выйдет направо. Благодаря этому направо выходят лучи из обоих потоков, что позволяет одновременно наблюдать два освещенных поля. Общая схема фотометра с кубиком Луммера—Бродхуна изображена на рис 221, где S_1 и S_2 — измеряемые источники, E — белый экран, вполне одинаковый с обеих сторон, E' и E'' — два других белых

экрана, AB — кубик Луммера — Бродхуна, L — лупа, O — глаз наблюдателя. При наблюдении центр кубика освещен лучами, идущими от источника S_1 , а внешняя часть кубика — лучами от источника S_2 . Таким образом, поле, освещенное одним источником, окружает поле, освещенное другим, и при неравенстве освещенностей граница между ними резко выступает. При равенстве освещенностей граница пропадает.

Выравнивание освещенностей может достигаться не только изменением расстояний до источников, но и с помощью ряда других приспособлений. Наиболее употребительные из них: поглощающие клинья и поляризационные системы.

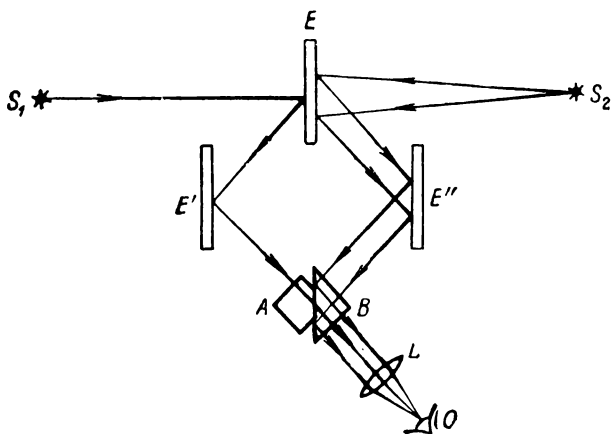


Рис. 221. Схема фотометра с кубиком Луммера — Бродхуна.

Для ослабления световых пучков применяются также сетки с большим или меньшим отношением площади просветов к площади проволочек и вращающиеся диски с прорезями определенных размеров. Последние фактически ослабляют не поток, а время его действия, что не вполне эквивалентно.

Разобранные методы визуальной фотометрии не пригодны для сравнения потоков разного цвета (*гетерохромная фотометрия*), так как визуально нельзя установить равенство освещенностей двух полей, если эти освещенности вызваны световыми потоками, сильно различными по окраске. Задачи гетерохромной фотометрии визуально могут быть решены лишь при использовании адаптированного глаза (метод С. И. Вавилова, см. мелкий шрифт).

С. И. Вавиловым и его сотрудниками было показано, что порог адаптированного зрения отличается большим постоянством. Это позволяет создать метод визуального фотометрирования весьма слабых источников света. Для

более точной фиксации момента пропадания зрительного ощущения применяется метод миганий. Схема этого метода изображена на рис. 222. Глаз наблюдателя O фиксируется на вспомогательный слабый постоянный источник света S' . Поток от измеряемого источника света S попадает на периферическую часть сетчатой оболочки глаза, что обеспечивает восприятие света от этого источника периферическим (сумеречным) зрением. На пути луча SO ставится вращающийся диск A с отверстием, вызывающий мигания источника света S . С помощью

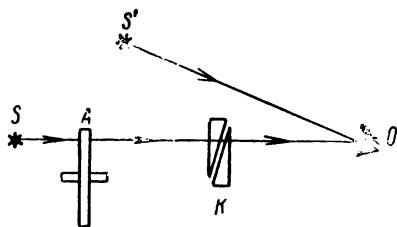


Рис. 222. Схема метода С. И. Вавилова фотометрирования по порогу адаптированного зрения.

клина K поток от источника света S можно ослаблять в определенное число раз. Когда мощность света станет меньше порога видимости, мигания исчезнут.

Предположим, что для пропадания миганий первоначальный поток F , попадающий от источника света в зрачок, пришлось ослабить в k раз. Тогда

$$\frac{F}{k} = F_0, \quad (3)$$

где F_0 — поток, соответствующий порогу видимости. Если порог для адаптированного зрения данного наблюдателя заранее промерен, то соотношение (3) позволяет определить F . Измерив порог видимости для лучей разных длин волн, можно таким способом сравнивать между собою не только источники одинакового цвета, но и источники, дающие свет разных длин волн, т. е. решать визуальным методом задачи гетерохромной фотометрии.

В методах объективной фотометрии используется один из упомянутых в предыдущем параграфе аппаратов, воспринимающих свет. Аппарат может употребляться лишь для установления равенства двух потоков. Такого рода методы носят название *дифференциальных* и не требуют пропорциональности между потоком световой энергии, падающей на аппарат, и его показаниями. Простая схема дифференциального фотометра с двумя фотоэлементами представлена на рис. 223, где S_1 и S_2 — сравниваемые источники света, C_1 и C_2 — два одинаковых фотоэлемента, B_1 и B_2 — батареи и G — гальванометр. Точка цепи E заземлена. При освещении фотоэлементов через них идут токи I_1 и I_2 в направлении стрелок. Как видно, через гальванометр проходит ток, равный разности токов $I_1 - I_2$. Пусть источник S_2 интенсивнее источника S_1 , тогда, вводя на пути пучка света от источника S_2 клин K , можно выравнивать потоки, падающие на оба фотоэлемента, в результате чего разность токов $I_1 - I_2$ станет равной нулю, а стрелка гальванометра G перестанет отклоняться. Если для этого придется ослабить световой поток F_2 от источника S_2 в k раз, то

$$\frac{1}{k} F_2 = F_1,$$

где F_1 — световой поток от источника S_1 . Отсюда получаем отношение потоков от обоих источников:

$$\frac{F_2}{F_1} = k.$$

В указанной схеме гальванометр используется лишь для фиксации равенства нулю разности токов $I_1 - I_2$. Измерительной частью схемы является клин. Современная радиотехника позволяет создать установки, в которых непосредственно, с помощью стрелочного прибора или самописца, измеряется отношение сил токов I_1/I_2 . Обычно измеряется $\lg I_1/I_2$ („логометрические схемы“).

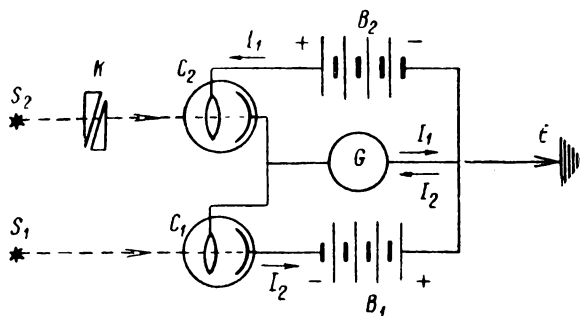


Рис. 223. Схема дифференциального фотоэлектрического фотометра.

Вакуумный фотоэлемент и термопара, для которых сила возникающего электрического поля пропорциональна падающему на них световому потоку, могут непосредственно употребляться для измерения потоков. При этом термопара, а также тепловые приборы М. Л. Вейнгера и Б. П. Козырева, будучи хорошо зачернены, пригодны и для сравнения мощностей потоков разных длин волн, т. е. для решения задач гетерохромной фотометрии.

Для увеличения токов, возникающих под влиянием освещения в фотоэлементах или термопарах, употребляются радиотехнические усилительные схемы. Применение таких усилительных схем позволяет во много раз повысить чувствительность объективных методов регистрации и измерения световых потоков.

Фотоэлементы, ввиду их селективности, непосредственно не пригодны для решения задач гетерохромной фотометрии. Однако, если воспользоваться источником с известным распределением энергии по спектру, то можно определить отношения мощностей и двух световых потоков различных длин волн. Для этого каждый из потоков сравнивается с соответствующим участком спектра источника с известным распределением энергии. Отсюда находят и отношение мощностей излучаемых потоков. В качестве источника с известным

распределением энергии по спектру берется источник, по возможности близкий по своим свойствам к абсолютно черному телу (см. § 309).

На практике часто приходится решать вопрос об освещенностях в определенном месте, в частности на рабочем месте. Приборы, измеряющие освещенность и градуированные в люксах, носят название *люксметров*. В простейших люксметрах измеряемая освещенность сравнивается с освещенностью, вызванной стандартной лампой. В последнее время стали широко распространяться люксметры, состоящие из твердого фотозлемента, соединенного с гальванометром. Шкала гальванометра градуируется в люксах. Такие люксметры не отличаются большим постоянством и точностью, но для решения большинства практических задач они вполне пригодны и удобны.

В светотехнике весьма важной задачей является определение средней сферической силы света источника.

Однако в том случае, когда источник света анизотропен, что обычно имеет место на практике (например, электрическая лампа), определение средней сферической силы света представляет значительные трудности. Оно потребовало бы многочисленных измерений силы света в различных направлениях и усреднения полученных результатов. Эта трудность обходится с помощью так называемого *интегрального фотометра*, представляющего собою полый выбеленный изнутри сосуд. Наиболее удобный вид этого сосуда — шаровой («шаровой фотометр»). Измеряемый источник (рис. 224) помещается внутри шара. В результате многократных отражений света внутри шара создается освещенность, определяемая средней сферической силой света источника. Для измерения этой освещенности в шаре делается отверстие, закрываемое матовым стеклом *a*. Непрозрачная пластинка *E* защищает матовое стекло от прямых лучей источника *S*.

Рис. 224. Шаровой фотометр.

Расчет показывает, что освещенность внутри шара на его поверхности равна:

$$A = A_0 + \frac{kI_0}{(1-k)R^2}, \quad (4)$$

где I_0 — средняя сферическая сила света источника, k — коэффициент рассеяния света стенками, R — радиус шара и A_0 — прямая освещенность от источника.

В шаровом фотометре (рис. 224) матовое стекло *a* защищено пластинкой *E* от прямой освещенности, поэтому для него $A_0 = 0$ и

$$A = \frac{kI_0}{(1-k)R^2},$$

т. е. освещенность определяется средней сферической силой света I_0 . Как видно, в этом случае A не зависит от места расположения источника внутри шара. Зная k и R , по измеренной освещенности A находят искомую среднюю сферическую силу света I_0 .

Выражение (4) интересно для нас еще в одном отношении: оно показывает, что освещенность, получаемая в результате многократного рассеяния света от внутренних стенок сферы, может при k , близких к единице, значительно превышать освещенность от прямых лучей (ср. со сказанным в § 305).

Для примера рассмотрим случай, когда точечный источник с силой света I расположен в центре шара.

Тогда имеем $A_0 = \frac{I}{R^2}$, и полная освещенность A равна:

$$A = \frac{I}{R^2} + \frac{kI}{(1-k)R^2} = \frac{1}{1-k} \frac{I}{R^2},$$

т. е. она в $\frac{1}{1-k}$ раз больше прямой освещенности A_0 . При $k = 0,9$ имеем $\frac{1}{1-k} = 10$, т. е. полная освещенность в 10 раз больше той, которую мы получили бы от того же источника света при зачерненной внутренней поверхности шара.

§ 308. Температурное излучение. Как мы указывали в § 275, испускание и поглощение света происходит в результате колебаний заряженных частиц в атомах и молекулах. Поэтому полное описание явлений испускания и поглощения света можно дать лишь на основании законов взаимодействия между заряженными частицами и излучением. Впоследствии (§ 332) мы увидим, что эти законы выходят за пределы классической электродинамики и носят особый, квантовый характер. Однако ряд явлений, связанных с испусканием и поглощением света, можно разобрать, не касаясь их механизма, а рассматривая их лишь с энергетической (термодинамической) точки зрения. Раздел физики, занимающийся такого рода рассмотрениями, носит название *термодинамики излучения*.

Всякое излучение тела сопровождается потерей энергии. Поэтому излучение может происходить либо за счет убыли энергии самого тела, либо за счет того, что тело получает энергию извне.

Приведем несколько примеров.

1. Происходит процесс *фотолюминесценции* (§ 332): тело, предварительно поглотившее свет, затем само светится. При поглощении света в теле произошли изменения, в результате чего оно приобрело некоторую энергию, называемую энергией возбуждения (или активации). Последующее излучение происходит за счет этой энергии возбуждения.

2. Тело светит в результате происходящих химических реакций (*хемилюминесценция*), например фосфор светится при медленном окислении кислородом воздуха. Энергия излучения в этом случае возникает за счет энергии, освобождающейся при химическом процессе.

3. Происходит свечение разреженного газа при прохождении через него электрического тока. Энергия, которую газ отдает на излучение, пополняется энергией, передаваемой атомам или молекулам газа электронами при ударе.

4. Светит нагретое до определенной температуры тело.

Если тело получает от окружающих тел, путем поглощения излучения или поглощения тепла, количество энергии, как раз компенсирующее убыль его энергии за счет его собственного излучения, то процесс излучения происходит *равновесно*. При этом состояние излучающего тела может быть охарактеризовано определенной постоянной температурой T . Напомним (т. I, § 66), что понятие температуры применимо лишь в том случае, когда имеется статистическое равновесие. Поэтому указанное равновесное излучение и называется температурным.

В случае, когда получаемого телом извне количества тепла, или энергии, недостаточно для полной компенсации энергии излучения, энергия излучения отчасти берется за счет запаса внутренней энергии тела. Вообще говоря, при этом нарушится равновесное распределение частиц, и излучение перестанет быть равновесным. Но если излучение происходит настолько медленно, что распределение внутренней энергии в теле успевает выравниваться и продолжает оставаться равновесным, то излучение будет также носить равновесный характер. В этом случае температура тела будет падать, но в каждый данный момент состояние тела можно рассматривать как равновесное и приписывать ему определенную температуру.

Введем в рассмотрение *энергетическую светимость* тела R_9 , определив ее, в соответствии со сказанным в § 303, как величину, численно равную потоку световой энергии dE , испускаемой с единицы поверхности светящегося тела:¹

$$R_9 = \frac{dE}{dS}. \quad (1)$$

Здесь под dE подразумевается *интегральный поток световой энергии*, т. е. поток, относящийся ко всем длинам волн, испускаемых телом. По (1) для dE имеем

$$dE = R_9 dS. \quad (2)$$

Как в § 302 мы вводили функцию e_λ , характеризующую распределение энергии в потоке по длинам волн, так же мы можем ввести и для энергетической светимости R_9 функцию распределения по длинам волн r_λ . Тогда для потока световой энергии dE_λ , относящегося к интервалу длин волн $\lambda, \lambda + d\lambda$ и испускаемого с поверхности тела площадью dS , получим

$$dE_\lambda = r_\lambda d\lambda dS. \quad (3)$$

¹ Различие между светимостью R и энергетической светимостью R_9 связано с тем обстоятельством, что световой поток и поток световой энергии, приходящиеся на интервал длин волн $d\lambda$, отличаются множителем Φ (функцией видимости; см. § 302).

Величина r_λ представляет собою энергетическую светимость, отнесенную к единичному интервалу длин волн вблизи данной длины волны λ ; ее называют *испускающей способностью* тела.

Интегральная энергетическая светимость R_λ , относящаяся ко всем длинам волн, очевидно, выразится интегралом:

$$R_\lambda = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda. \quad (4)$$

Рассмотрим теперь поглощение света. Пусть на тело падает поток световой энергии dE_λ , относящийся к малому интервалу длин волн $d\lambda$ вблизи некоторой определенной длины волны λ . Часть этого потока рассеется и отразится от тела (для прозрачных тел частично пройдет сквозь тело), часть поглотится. Обозначим поглощенный поток, отнесенный к тому же интервалу длин волн $d\lambda$, через dE'_λ . Величина

$$a_\lambda = \frac{dE'_\lambda}{dE_\lambda} \quad (5)$$

показывает, какая доля от общего потока, вблизи данной длины волны λ , поглотилась; она называется *поглощательной способностью* тела. Практически все тела обладают селективностью, т. е. не одинаково поглощают потоки разных длин волн. Для них a_λ является функцией длины волны. Если какое-либо тело поглощает в некотором интервале длин волн световой поток нацело, то для этих длин волн для него $a_\lambda = 1$. Во всех же случаях, когда поток поглощается не целиком, $dE'_\lambda < dE_\lambda$ и, по (5), $a_\lambda < 1$.

Опыт показывает, что между испускающей способностью r_λ и поглощательной способностью a_λ тел имеется определенная связь. Предположим, что несколько тел A_1, A_2, A_3 (рис. 225) помещены внутрь оболочки C , поддерживаемой при постоянной температуре T .

Пусть внутри оболочки пустота, так что тела могут обмениваться энергией с оболочкой и между собою лишь путем испускания и поглощения света. Опыт показывает, что такая система тел через некоторое время придет в тепловое равновесие, т. е. все тела примут одну и ту же температуру T , равную температуре оболочки. Однако тело, обладающее большей энергетической светимостью R_λ , теряет в единицу времени с единицы площади больше энергии, чем тело, обладающее меньшей светимостью. Отсюда следует, что оно может находиться при постоянной температуре T , одинаковой с температурой других тел, только в том случае, если оно и больше поглощает.

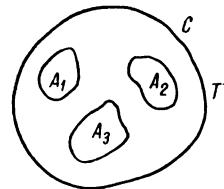


Рис. 225. Тела внутри оболочки с постоянной температурой T .

Таким образом, из возможности термодинамического равновесия тел, обменивающихся энергией лишь путем излучения и поглощения, вытекает необходимость пропорциональности между испускательной и поглощательной способностями тел. Кирхгоф показал, что эта пропорциональность должна выполняться для каждого интервала длин волн в отдельности. Если тела A_1, A_2, A_3, \dots характеризуются соответственно испускательными и поглощательными способностями $r_{\lambda_1}, r_{\lambda_2}, r_{\lambda_3}, \dots; a_{\lambda_1}, a_{\lambda_2}, a_{\lambda_3}, \dots$, то

$$\frac{r_{\lambda_1}}{a_{\lambda_1}} = \frac{r_{\lambda_2}}{a_{\lambda_2}} = \frac{r_{\lambda_3}}{a_{\lambda_3}} = \dots = f(\lambda, T). \quad (6)$$

Соотношение (6) выражает закон Кирхгофа: *отношение испускательной способности к поглощательной способности r_λ/a_λ не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же функцией $f(\lambda, T)$ от длины волны λ и температуры T .*

Связь между испускательной и поглощательной способностями может быть легко продемонстрирована. В качестве излучателя берется сосуд A в виде параллелепипеда, одна из сторон которого S_1 (рис. 226) сделана из хорошо отполированного металла, а другая (S_2) — зачернена. Сосуд заполняется горячей водой, в результате чего он становится излучателем инфракрасных лучей достаточной мощности. Поверхность S_1 отражает большую часть падающих на нее лучей и, следовательно, слабо поглощает. Поверхность S_2 поглощает сильно. По закону Кирхгофа, поверхность S_1 должна и излучать слабее поверхности S_2 . В качестве приемника излучения берется замкнутый сосуд B , соединенный с манометром. Одна из стенок этого сосуда зачернена. Если его повернуть зачерненной поверхностью к зачерненной же поверхности S_2 излучателя A (этот случай изображен на рис. 226), то сосуд B заметно нагреется за счет поглощаемого излучения, и находящийся в нем воздух расширится, что можно обнаружить по показанию манометра. Если сосуд A повернуть так, чтобы против зачерненной поверхности приемника оказалась полированная поверхность S_1 , то расширение воздуха окажется значительно меньше. Это показывает, что полированная поверхность S_1 испускает при той же температуре меньше, чем зачерненная поверхность S_2 .

§ 309. Абсолютно черное тело. Предположим, что можно осуше-

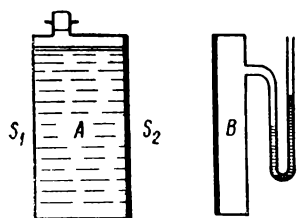


Рис. 226. Демонстрация различной испускательной способности полированной и зачерненной поверхностей.

жется, независимо от температуры, равной единице для всех длин волн: $a_\lambda = 1$. Такое тело носит название *абсолютно черного тела*.

По закону Кирхгофа, выражаемому формулой (6) § 308, для всех тел отношение испускательной способности r_λ к поглощательной способности a_λ есть одна и та же функция длины волны и температуры:

$$\frac{r_\lambda}{a_\lambda} = f(\lambda, T).$$

Для абсолютно черного тела $a_\lambda = 1$ и, следовательно, его испускательная способность r_λ выражается непосредственно через $f(\lambda, T)$:

$$r_\lambda = f(\lambda, T). \quad (1)$$

Так как по определению испускательная способность r_λ есть функция распределения светимости по длинам волн, то, следовательно, из соотношения (1) мы получаем: *все абсолютно черные тела при данной температуре обладают одним и тем же распределением излучаемой энергии по длинам волн; светимость всех абсолютно черных тел одинаково меняется с температурой.*

В природе не существует тел, совпадающих по своим свойствам с абсолютно черным телом. Тела, покрытые слоем сажи или платиновой черни, имеют поглощательную способность a_λ , близкую к единице лишь в ограниченном интервале длин волн; в далекой инфракрасной области их поглощательная способность заметно меньше единицы. Однако искусственно можно сколь угодно приблизиться к абсолютно черному телу. Возьмем почти замкнутый сосуд A , имеющий лишь небольшое отверстие C (рис. 227). Всякий луч, попавший внутрь сосуда через отверстие C , выйдет из него обратно, лишь испытав многочисленные отражения. Пусть при одном падении луча на внутреннюю поверхность сосуда A отражается k -я доля потока световой энергии. При n падениях отразится доля, выражаемая величиной k^n . Так как k всегда меньше единицы, то при достаточно большом n величина k^n станет весьма малой. Таким образом, лишь ничтожно малая доля лучей, упавших на отверстие C , выйдет обратно, и поглощательная способность отверстия C окажется для всех длин волн близка к единице.

Простым примером к указанному выводу могут служить раскрытые окна домов, рассматриваемые с улицы. Так как размеры окон обычно малы по сравнению с размерами комнаты, то даже при хорошем отражении света от стен комнаты обратно из окон на улицу выходит лишь небольшая часть падающего на них светового потока. Поэтому

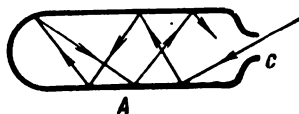


Рис. 227. Модель абсолютно черного тела.

окна кажутся черными, независимо от того, какого цвета стены внутри. Также в результате ослабления лучей при повторных отражениях шероховатая поверхность какого-либо тела кажется более темной, чем полированная поверхность того же тела. Луч, падающий на шероховатую поверхность, в большинстве случаев должен отразиться несколько раз, раньше чем он выйдет обратно (рис. 228).

По закону Кирхгофа светимость поверхности, для которой a_λ близко к единице, близка к светимости абсолютно черного тела. Таким образом, если стенки сосуда A (рис. 227) находятся при некоторой температуре T , то из отверстия C выходит излучение, весьма близкое к излучению абсолютно черного тела при той же температуре T .

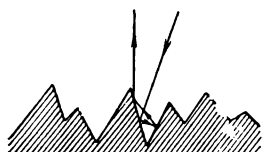


Рис. 228. Отражение света от шероховатой поверхности.

Практически указанная модель абсолютно черного тела обычно осуществляется в виде длинной и узкой трубки из тугоплавкого материала. Внутри трубки, для избежания однократных отражений при косых падениях света, делается ряд перегородок с отверстиями.

Трубка вставляется внутрь электрической печи, с помощью которой ее стенки могут нагреваться до желательной температуры T . Излучение, выходящее из конца трубки, по своим свойствам сходно с излучением абсолютно черного тела. С помощью такой модели абсолютно черного тела можно изучать светимость до температур порядка 3000°K .

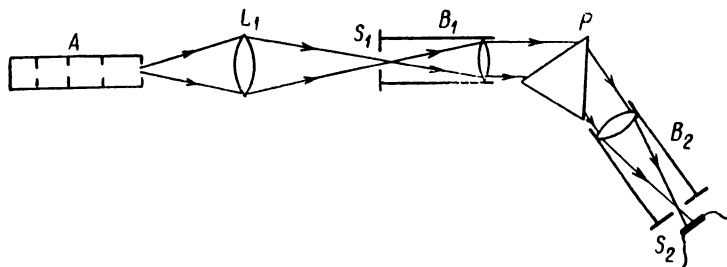


Рис. 229. Схема опыта по определению светимости абсолютно черного тела.

На рис. 229 представлена схема опыта, позволяющего изучить распределение светимости абсолютно черного тела по длинам волн: A — накаливаемая трубка, служащая абсолютно черным телом; L_1 — линза, отбрасывающая пучок света от A на щель S_1 трубы B_1 . Труба B_1 дает поток параллельных лучей, падающих на призму P .

Призма¹ P отклоняет пучки различных длин волн на разные углы (см. § 281). При данном угле поворота трубы B_2 через ее щель S_2 выходит поток, относящийся к участку длин волн от некоторого определенного λ_1 до $\lambda_1 + \Delta\lambda_1$. Этот поток падает на зачерненный термоэлемент, который измеряет мощность потока световой энергии ΔE_{λ_1} . При другом повороте трубы B_2 термоэлемент измерит мощность потока ΔE_{λ_2} , относящегося к другому интервалу длин волн $\lambda_2, \lambda_2 + \Delta\lambda_2$. По формуле (3) § 308 отношение $\Delta E_{\lambda_1}/\Delta E_{\lambda_2}$ этих потоков связано с испускательными способностями r_λ :

$$\frac{\Delta E_{\lambda_1}}{\Delta E_{\lambda_2}} = \frac{r_{\lambda_1}}{r_{\lambda_2}} \frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2},$$

откуда

$$\frac{r_{\lambda_1}}{r_{\lambda_2}} = \frac{\Delta E_{\lambda_1}}{\Delta E_{\lambda_2}} \frac{\Delta\lambda_2}{\Delta\lambda_1}. \quad (2)$$

Таким образом могут быть получены относительные значения испускательных способностей r_λ абсолютно черного тела при данной температуре T для различных длин волн λ . Трудность измерений состоит в невозможности избежать селективности воспринимающего прибора (термопары) и искажений, вносимых оптической частью прибора. Тем не менее в настоящее время распределение светимости абсолютно черного тела по длинам волн хорошо изучено. При данной температуре T зависимость испускательной способности r_λ от длины волны имеет вид, представленный на рис. 230. Разные кривые рис. 230 относятся к разным температурам. Как видно, излучательная способность абсолютно черного тела r_λ быстро возрастает с температурой. Каждая кривая имеет один максимум, который при возрастании температуры смещается в сторону коротких длин волн и становится более острым. Вид этих кривых объясняет хорошо известный факт, что светимость, а следовательно, и яркость тел быстро возрастают с повышением температуры и что одновременно с этим меняется и цвет испускаемого света. При низкой температуре макси-

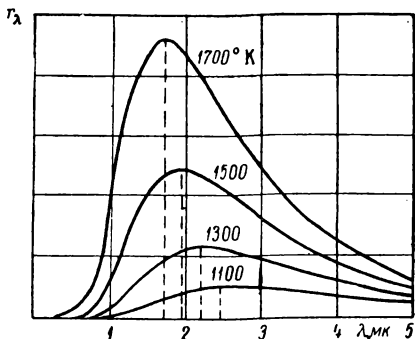


Рис. 230. Кривые распределения светимости абсолютно черного тела по длинам волн.

¹ Вместо призмы выгоднее употреблять дифракционную решетку, позволяющую измерять по углу поворота длины волн (§ 270), но такая замена не меняет принципиальной схемы установки.

мум излучательной способности лежит в области больших длин волн и тело испускает преимущественно инфракрасные лучи. Доля мощности, приходящейся на видимые лучи, при этом так мала, что глаз не воспримет света. Таков состав излучения при температурах порядка нескольких сот градусов. При температуре около 600°C мощность, приходящаяся на длинноволновой край видимого спектра, скажется достаточной, чтобы вызвать зрительное ощущение, и тело представится светящимся темнокрасным цветом. При дальнейшем возрастании температуры максимум все больше и больше смещается в сторону коротких длин волн, доля мощности, приходящейся на видимые лучи, возрастает, и свечение тела представляется все более и более белым.

Абсолютно черное тело является косинусным излучателем (§ 304). Поэтому между энергетической светимостью R_{Σ} и энергетической яркостью B_{Σ} абсолютно черного тела имеет место простое соотношение:

$$B_{\Sigma} = \frac{1}{\pi} R_{\Sigma}.$$

Наряду с энергетической светимостью r_{λ} , отнесенной к единичному интервалу длин волн (испускательной способностью), можно ввести в рассмотрение и энергетическую яркость, отнесенную к единичному интервалу длин волн b_{λ} . Величина b_{λ} связана с испускательной способностью абсолютно черного тела r_{λ} соотношением.

$$b_{\lambda} = \frac{1}{\pi} r_{\lambda}.$$

Отсюда вытекает, что распределение энергетической яркости абсолютно черного тела по длинам волн совпадает с распределением его энергетической светимости.

§ 310. Законы излучения абсолютно черного тела. Из сказанного в предыдущих параграфах следует, что характер свечения абсолютно черного тела однозначно определяется его температурой T . Излучательная способность абсолютно черного тела r_{λ} есть определенная функция от длины волны и температуры: $r_{\lambda} = f(\lambda, T)$. Чисто термодинамические рассуждения не позволяют найти вид этой функции. Однако из термодинамических рассмотрений можно установить ряд общих законов, которым должно подчиняться излучение абсолютно черного тела. Первый закон относится к интегральной светимости: *интегральная энергетическая светимость абсолютно черного тела R_{Σ} возрастает пропорционально четвертой степени абсолютной температуры тела:*

$$R_{\Sigma} = \sigma T^4. \quad (1)$$

Этот закон носит название *закона Стефана—Больцмана*. Так как интегральная светимость связана с испускательной способностью r_{λ}

соотношением (4) § 308, то закон Стефана — Больцмана можно записать также в виде

$$\int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \sigma T^4. \quad (1a)$$

Измерения дают для постоянной σ следующее значение:

$$\sigma = 5,71 \cdot 10^{-5} \frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{град}^4} = 5,71 \cdot 10^{-12} \frac{\text{вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^4}.$$

На графиках рис. 230 интегральная светимость R , изображается площадью, заключенной между соответствующей кривой распределения излучательной способности и осью абсцисс.

Второй закон касается положения максимума кривых распределения рис. 230. По этому закону, носящему название закона *смещения Вина*, длина волны λ_{max} , на которую приходится максимум излучательной способности r_{λ} , *меняется обратно пропорционально абсолютной температуре*:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{C'}{T}, \quad (2)$$

где C' — определенная константа.

Чем выше температура абсолютно черного тела, тем на более короткую длину волны λ приходится максимум излучательной способности r_{λ} . Измерения дают для постоянной C' следующее численное значение:

$$C' = 2886 \text{ мк} \cdot \text{град}.$$

Из закона Вина следует, что длина волны λ_{max} , на которую приходится максимум излучения, выраженная в микронах, равна

$$\lambda_{\text{max}} (\text{мк}) = \frac{2886}{T}, \quad (2a)$$

где T измерена в абсолютной шкале температур. Из соотношения (2a) видно, что при практически достижимых температурах длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности абсолютно черного тела, лежит в инфракрасной области. При температуре в 3000°К максимум излучательной способности лежит еще за пределами видимого спектра, вблизи $\lambda = 0,96 \text{ мк}$. Только при температуре в 5000°К максимум попадает в желто-зеленую область спектра ($\lambda_{\text{max}} = 0,577 \text{ мк}$). При температурах выше 7200°К максимум попадает в ультрафиолетовую область.

Третий закон указывает, что *максимальная излучательная способность абсолютно черного тела $r_{\lambda_{\text{max}}}$ возрастает пропорционально пятой степени абсолютной температуры*:

$$r_{\lambda_{\text{max}}} = C'' T^5. \quad (3)$$

Измерения дают для постоянной C'' следующее численное значение:

$$C'' = 1,301 \cdot 10^{-15} \frac{\text{вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{мк} \cdot \text{град}^5}.$$

В табл. X приведены значения λ_{max} , интегральные светимости и яркости абсолютно черного тела при разных температурах.

Таблица X

$T, ^\circ\text{K}$	$\lambda_{\text{max}}, \text{мк}$	$R_\lambda, \text{вт/см}^2$	$R, \text{лм/см}^2$	$B, \text{сб}$
1 200	2,405	11,84	0,0452	0,0144
1 600	1,804	37,41	6,55	2,08
2 000	1,443	91,34	139,1	44,2
3 000	0,962	462,4	888,1	2824
4 000	0,721	1 461	$7,351 \cdot 10^4$	$2,338 \cdot 10^4$
5 000	0,577	3 568	$2,642 \cdot 10^5$	$8,402 \cdot 10^4$
6 000	0,481	7 399	$6,230 \cdot 10^5$	$1,981 \cdot 10^5$
8 000	0,361	23 384	$1,830 \cdot 10^6$	$5,819 \cdot 10^6$
10 000	0,289	57 090	$3,503 \cdot 10^6$	$1,114 \cdot 10^6$

Как видно из табл. X, светимость абсолютно черного тела чрезвычайно быстро возрастает с температурой и при высоких температурах достигает очень больших значений. При температуре в 6000°K с каждого квадратного сантиметра абсолютно черного тела излучается поток мощностью 7399 вт, т. е. в 10 „лошадиных сил“ с лишним.

§ 311. Распределение светимости абсолютно черного тела по длинам волн. Первую попытку найти аналитический вид функции $r_\lambda = f(\lambda, T)$, удовлетворяющей экспериментальным кривым, сделал московский физик В. А. Михельсон. Однако найденный им вид функции не удовлетворял термодинамическим законам (1), (2) и (3) § 310.

Релей и Джинс сделали в конце прошлого столетия попытку определить вид функции $f(\lambda, T)$, исходя из требования статистической физики о равнораспределении энергии по степеням свободы. Представим себе замкнутый пустой сосуд с идеально отражающими стенками, в котором имеется электромагнитное излучение. В результате отражений от стенок в сосуде образуется система бесконечно большого числа стоячих волн. Если излучение является равновесным, соответствующим температуре T , то по закону равнораспределения энергии по степеням свободы на каждое собственное колебание должна приходиться одна и та же энергия, пропорциональная T . Электромагнитным колебаниям соответствуют два вида энергий — электрическая и магнитная — поэтому на каждое собственное колеба-

ние придется энергия $2 \frac{1}{2} kT = kT$, где k — постоянная Больцмана (аналогично тому, как на каждую колебательную степень свободы частиц в твердом теле приходится энергия kT , соответствующая наличию кинетической и потенциальной энергий колебаний). Число собственных колебаний, устанавливающихся внутри рассматриваемого сосуда объема V с абсолютно отражающими стенками, равно числу собственных колебаний, которые способна совершать сплошная среда того же объема V . Это число собственных колебаний было подсчитано Релеем и Джинсом, в результате чего было получено выражение для плотности энергии излучения внутри сосуда, приходящейся на интервал длин волн $d\lambda$:

$$u_{\lambda} d\lambda = 8\pi kT \lambda^{-4} d\lambda. \quad (1)$$

Формула (1) носит название формулы Релея — Джинса. В шкале частот ν она принимает вид:

$$u_{\nu} d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT d\nu. \quad (1a)$$

Легко видеть, что формула Релея — Джинса приводит к абсурдному результату: интегральная плотность энергии оказывается равной бесконечности. Действительно, для интегральной плотности энергии излучения U получаем

$$U = \int_0^{\infty} u_{\nu} d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty.$$

Это означает, что равновесие между телами и излучением могло бы наступить только при бесконечно большой плотности излучения, что резко противоречит наблюдениям. Кривая распределения светимости абсолютно черного тела по длинам волн, соответствующая формуле Релея — Джинса, дает монотонное и быстрое возрастание с убыванием длины волны. В действительности же распределение светимости по спектру абсолютно черного тела имеет колоколообразный вид (рис. 230). Лишь в 1900 г. Планку удалось найти вид функции $f(\lambda, T)$, в точности соответствующий опытным данным и из которого непосредственно вытекают, как частные случаи, термодинамические законы (1), (2) и (3) § 310.

По Планку:

$$r_{\lambda, T} = f(\lambda, T) = 2\pi \hbar c^2 \frac{\lambda^{-5}}{e^{\hbar c / kT} - 1}, \quad (2)$$

где c — скорость света, k — постоянная Больцмана и \hbar — новая постоянная, равная

$$\hbar = 6,624 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек.}$$

Эта постоянная носит название *постоянной Планка*. На рис. 231 кривая 1 соответствует формуле Планка при температуре $T = 1600^\circ\text{K}$; точки изображают экспериментальные данные, относящиеся к той же температуре; кривая 2 изображает ход функции распределения, даваемый формулой Релея — Джинса. Таким образом, эксперимент не оставляет никакого сомнения, что действительности соответствует формула (2), а не формула Релея — Джинса. Однако для вывода формулы (2) Планку пришлось сделать предположение, совершенно чуждое классическим представлениям, а именно, положить, что *свет испускается в виде отдельных порций энергии $\epsilon = h\nu$* , где ν — частота излучения, а h — постоянная Планка.

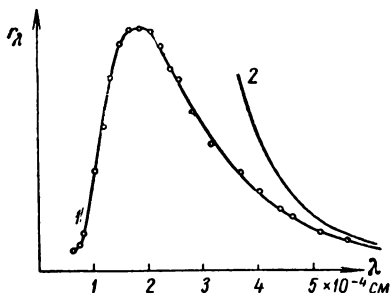


Рис. 231. Сравнение экспериментальных данных с формулами Планка (1) и Релея — Джинса (2).

На этом предположении, подтверждаемом многочисленными опытами и имеющем исключительно большое значение для развития наших знаний о природе света и природе внутриатомных процессов, мы остановимся ниже (гл. XXIX и XXX).

Если распределение энергии по спектру абсолютно черного тела представлять в шкале частот, то вместо $r_{\lambda,T}$ надо ввести светимость $r_{\nu,T}$, отнесенную к единичному интервалу частот. Тогда

$$dR = r_{\lambda,T} d\lambda = r_{\nu,T} d\nu. \quad (3)$$

Так как $\lambda = \frac{c}{\nu}$, где c — скорость света в пустоте, то $|d\lambda| = \frac{c}{\nu^2} d\nu$, и из (3) получаем

$$r_{\nu,T} = r_{\lambda,T} \frac{|d\lambda|}{d\nu} = r_{\lambda,T} \frac{c}{\nu^2}.$$

Воспользовавшись этим соотношением между $r_{\nu,T}$ и $r_{\lambda,T}$, находим для формулы Планка (2) в шкале частот следующее выражение:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (4)$$

Для области больших частот, где $h\nu \gg kT$, в формуле (4) в знаменателе можно пренебречь единицей и тогда получаем приближенно:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}. \quad (5)$$

Также из формулы (2) при $\lambda T \ll hc/k$ приближенно имеем

$$r_{\lambda,T} = C_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}, \quad (5a)$$

где для краткости постоянные множители $2\pi\hbar c^2$ и $\hbar c/k$ соответственно обозначены через C_1 и C_2 ; они имеют следующие численные значения: $C_1 = 3,70 \cdot 10^{-5} \text{ эрг} \cdot \text{см}^2/\text{сек}$ и $C_2 = 1,433 \text{ см} \cdot \text{град}$.

Формулы (5) и (5а) пригодны для приближенного представления той части кривой излучательной способности абсолютно черного тела, которая лежит в сторону малых длин волн от максимума.

Легко проверить, что термодинамические законы (1), (2) и (3) § 310 вытекают из формулы Планка. Для этого введем в формулу Планка (2) новую переменную $x = \frac{C_2}{\lambda T}$ и заменим $2\pi\hbar c^2$ через C_1 , тогда получим

$$r_{\lambda, T} = f(x) = \frac{C_1 T^5}{C_2^5} \frac{x^5}{e^x - 1}. \quad (6)$$

Отсюда для интегральной энергетической светимости R_3 найдем:

$$R_3 = \int_0^\infty r_{\lambda, T} d\lambda = \frac{C_1 T^4}{C_2^4} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx.$$

Определенный интеграл, стоящий в правой части этого выражения, имеет следующее значение

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 6,4939,$$

откуда получаем

$$R_3 = 6,4939 \frac{C_1}{C_2^4} T^4.$$

Обозначив $6,4939 \frac{C_1}{C_2^4}$ через σ , получим

$$R_3 = \sigma T^4,$$

что совпадает с законом Стефана — Больцмана (1) § 310.

Для вывода законов (2) и (3) § 310 найдем положение максимума функции $f(x)$, даваемой равенством (6). Беря производную от $f(x)$ и приравнявая ее нулю, получим

$$f'(x) = \frac{5x^4(e^x - 1) - x^5 e^x}{(e^x - 1)^2} = 0.$$

откуда следует, что

$$5(e^x - 1) - x e^x = 0 \quad \text{или} \quad 5e^x - x e^x - 5 = 0.$$

Решением этого трансцендентного уравнения является

$$x_{\max} = 4,9650.$$

Это решение соответствует максимуму функции $f(x)$. Отсюда получаем, что координаты максимума кривой λ_{\max} и $r_{\lambda\max}$ равны

$$\lambda_{\max} = \frac{C_2}{x_{\max} T} = \frac{C_2}{4,9650} \frac{1}{T},$$

$$r_{\lambda\max} = \frac{C_1 T^5}{C_2^5} \frac{(4,9650)^5}{e^{4,9650} - 1} = 21,202 \frac{C_1}{C_2^5} T^5.$$

Обозначив $\frac{C_2}{4,9650}$ и $21,202 \frac{C_1}{C_2^5}$ соответственно через C' и C'' , получим

$$\lambda_{\max} = \frac{C'}{T}, \quad r_{\lambda\max} = C'' T^5,$$

что совпадает с термодинамическими законами (2) и (3) § 310.

Формулу Планка (2) можно преобразовать, введя в нее относительные координаты:

$$\xi = \frac{\lambda}{\lambda_{\max}}, \quad \eta = \frac{r_{\lambda}}{r_{\lambda\max}}, \quad (7)$$

где λ_{\max} и $r_{\lambda\max}$ — координаты максимума кривой распределения энергии по спектру. Воспользовавшись для λ_{\max} и $r_{\lambda\max}$ их значениями по (2) и (3) § 310, найдем

$$\lambda = \lambda_{\max} \xi = \frac{C'}{T} \xi, \quad r_{\lambda} = r_{\lambda\max} \eta = C'' T^5 \eta.$$

Подставляя эти значения λ и r_{λ} в (2), получим формулу Планка в приведенном виде:

$$\eta = \frac{C_1}{C'' \cdot C'^5} \frac{\xi^{-5}}{e^{C' \xi} - 1}. \quad (8)$$

Если ввести сюда численные значения постоянных C_1 , C_2 , C' и C'' , то формула (8) примет вид:

$$\eta = 142,32 \frac{\xi^{-5}}{e^{\frac{4,9650}{\xi}} - 1}. \quad (8a)$$

Формулы (8) и (8a) не содержат в явном виде температуры T . Они дают кривую, изображенную на рис. 232. Кривая имеет максимум при $\xi_{\max} = 1$, $\eta_{\max} = 1$.

Найдем теперь, *какая доля общей мощности* излучения абсолютно черного тела приходится на интервал длин волн от λ_1 до λ_2 . Очевидно, эта часть дается отношением:

$$k = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} r_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda} = \frac{\int_{\xi_1}^{\xi_2} \eta d\xi}{\int_0^{\infty} \eta d\xi}, \quad (9)$$

где ξ_1 и ξ_2 — значения переменной ξ , соответствующие длинам волн λ_1 и λ_2 .

Интеграл $\int_{\xi_1}^{\xi_2} \eta d\xi$ можно представить в виде:

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} \eta d\xi = \int_0^{\xi_2} \eta d\xi - \int_0^{\xi_1} \eta d\xi. \quad (10)$$

Введем обозначение:

$$\psi(\xi) = \frac{\int_0^{\xi} \eta d\xi}{\int_0^{\infty} \eta d\xi}, \quad (11)$$

тогда на основании равенств (10) и (11) получаем для доли мощности излучения, приходящейся на интеграл длин волн от λ_1 до λ_2 :

$$k = \psi(\xi_2) - \psi(\xi_1). \quad (12)$$

Величина $\psi(\xi)$ представляет собою функцию от ξ , значения которой можно вычислить по формуле (11). Вид этой функции дан на рис. 233.

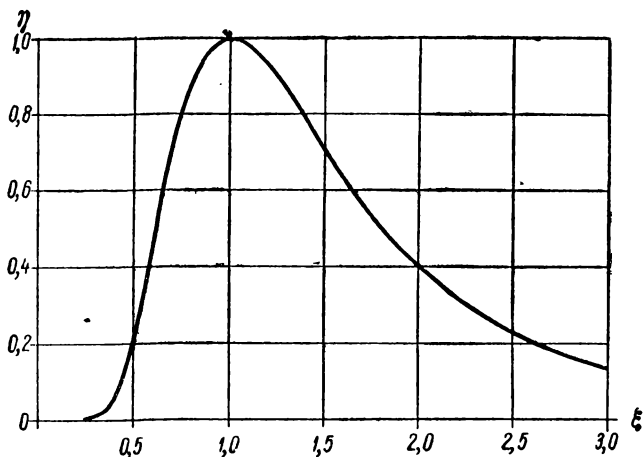


Рис. 232. Кривая распределения Планка в приведенных координатах.

Кривые, приведенные на рис. 232 и 233, позволяют решать в численном виде ряд задач, относящихся к излучению абсолютно черного тела. Рассмотрим три следующих примера.

Пример 1. Определить, во сколько раз меняется светимость абсолютно черного тела r_λ от красного конца спектра ($\lambda_1 = 0,76 \text{ мк}$) до его средней желто-зеленой части ($\lambda_2 = 0,58 \text{ мк}$) при температуре $T = 5000^\circ \text{ К}$.

Находим по закону Вина (2а) § 310 длину волны λ_{\max} , на которую приходится при $T = 5000^\circ \text{K}$ максимум излучения:

$$\lambda_{\max} = \frac{2886}{T} = \frac{2886}{5000} \text{ мк} = 0,577 \text{ мк}.$$

По этому значению λ_{\max} находим по (7) значения ξ :

$$\xi = \frac{\lambda}{\lambda_{\max}} = \frac{\lambda}{0,577} = 1,72 \lambda,$$

откуда следует, что $\lambda_1 = 0,76 \text{ мк}$ соответствует значению $\xi_1 = 1,72 \cdot 0,76 = 1,31$, а $\lambda_2 = 0,58 \text{ мк}$ соответствует $\xi_2 = 1,72 \cdot 0,58 = 1,00$. По этим значениям ξ_1 и ξ_2 находим по кривой рис. 232 соответствующие им $\eta_1 = 0,86$ и $\eta_2 = 1,00$, откуда для отношения светимостей находим:

$$\frac{r_{\lambda_2}}{r_{\lambda_1}} = \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{1,00}{0,86} = 1,16.$$

Таким образом, при переходе от красного конца спектра к его желто-зеленой части, при температуре 5000°K , светимость абсолютно черного тела увеличивается в 1,16 раза.

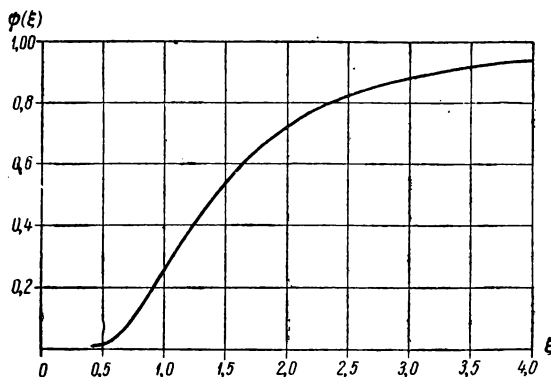


Рис. 233. Кривая относительной мощности излучения абсолютно черного тела, приходящейся на интервал длин волн от 0 до данной λ .

Пример 2. Определить, какая доля общей мощности приходится на видимую часть ($\lambda_1 = 0,40 \text{ мк}$, $\lambda_2 = 0,76 \text{ мк}$) в спектре абсолютно черного тела при $T = 5000^\circ \text{K}$.

Так же, как в предыдущем примере, находим: $\xi_1 = 0,69$; $\xi_2 = 1,31$. По этим значениям ξ_1 и ξ_2 по кривой рис. 233 получим для функции $\psi(\xi)$ значения $\psi(\xi_2) = 0,44$; $\psi(\xi_1) = 0,07$, откуда для отношения мощностей по (12) найдем:

$$k = \psi(\xi_2) - \psi(\xi_1) = 0,44 - 0,07 = 0,37.$$

Найденное значение k показывает, что при $T = 5000^\circ \text{K}$ на видимую область спектра абсолютно черного тела приходится 37% от общей излучаемой им мощности.

Пример 3. Определить, во сколько раз меняется мощность излучения, приходящегося на всю инфракрасную область ($\lambda \geq 0,76 \text{ мк}$) в спектре абсолютно черного тела при увеличении температуры от 3000° до 5000° К .

Функция $\psi(\xi)$ дает долю мощности, приходящуюся на область излучения от $\xi = 0$ до данного ξ . Отсюда получаем, что доля мощности, приходящаяся на область от данного ξ до $\xi = \infty$, выразится величиной

$$\psi'(\xi) = 1 - \psi(\xi).$$

При $T_1 = 3000^\circ \text{ К}$ по формуле Вина $\lambda_{\max} = 0,962 \text{ мк}$, откуда получаем, что длине волны $\lambda = 0,76 \text{ мк}$ при этой температуре соответствует $\xi_1 = \frac{0,76}{0,962} = 0,79$. При $T_2 = 5000^\circ \text{ К}$ имеем (см. пример 1): $\lambda_{\max} = 0,577 \text{ мк}$, $\xi_2 = 1,31$. По этим значениям ξ_1 и ξ_2 и по данным рис. 233 находим

$$\psi'(\xi_1) = 1 - \psi(\xi_1) = 1 - 0,12 = 0,88,$$

$$\psi'(\xi_2) = 1 - \psi(\xi_2) = 1 - 0,44 = 0,56.$$

Таким образом, на инфракрасную область при $T_1 = 3000^\circ \text{ К}$ приходится 0,88, а при $T_2 = 5000^\circ \text{ К}$ приходится 0,56 от общей мощности излучения. Так как общая мощность излучения возрастает по закону Стефана — Больцмана пропорционально T^4 , то искомое возрастание мощности инфракрасного излучения дается отношением:

$$\frac{0,56}{0,88} \cdot \frac{5000^4}{3000^4} \cong 4,9.$$

Из этого примера видно, что, несмотря на то, что при повышении температуры с 3000° до 5000° К максимум излучения перемещается из инфракрасной области ($\lambda = 0,962 \text{ мк}$) в видимую область ($\lambda = 0,577 \text{ мк}$), мощность излучения, приходящаяся на всю инфракрасную область, значительно (почти в пять раз) возрастает.

Формулу Планка можно отнести не только к светимости абсолютно черного тела, но и к плотности равновесного излучения. Рассмотрим замкнутый сосуд с абсолютно черными стенками, находящимися при температуре T . При наступлении равновесия пространство внутри сосуда будет заполнено излучением с определенной плотностью и определенным распределением энергии по частотам. Вычисления дают, что для такого равновесного излучения плотность световой энергии $u, d\nu$, приходящейся на интервал частот от ν до $\nu + d\nu$, равна

$$u, d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu; \quad (13)$$

здесь T — температура стенок сосуда, находящегося в равновесии с заполняющим его излучением. Как видно, плотность энергии $u, d\nu$ равновесного излучения распределена по частотам по такой же кривой, как и энергетическая светимость абсолютно черного тела. Поэтому и само такое излучение называют «абсолютно черным». Так как для абсолютно черного излучения величина плотности энергии и ее распределение по частотам однозначно определяются температурой T , то условно T можно назвать *температурой излучения*. Понятие о температуре излучения было впервые введено в рассмотрение в 1893 г. Б. Б. Голицыным.

Для того чтобы внутри замкнутой полости образовалось абсолютно черное излучение, нет надобности, чтобы стенки были сами абсолютно черными. Так как по закону Кирхгофа отношение испускательной способности к поглощательной способности для любого тела равно этому же отношению для абсолютно черного тела, то состав *равновесного излучения* внутри замкнутой полости будет один и тот же независимо от природы стенок. Существенно только, чтобы поглощательная способность для всех частот была

отлична от нуля. Если в замкнутом сосуде, внутри которого имеется равновесное абсолютно черное излучение, сделать отверстие, то из него выйдет наружу пучок с тем же распределением энергии, каким он обладал внутри сосуда. Именно такой почти замкнутый сосуд и представляет собою модель абсолютно черного тела. По отношению к пучку света, испускаемого таким источником, можно сохранить понятие о температуре излучения.

Очевидно, понятие о температуре излучения применимо лишь к пучкам с распределением, подчиняющимся формуле (13) («планковским» распределением). Если пучок света, испущенный абсолютно черным телом, пройдет через какое-либо поглощающее вещество, которое изменит в нем распределение энергии, то понятие о температуре к нему не будет больше применимо. Также в случае, когда пучок света испускается каким-либо нечерным телом в условиях *отсутствия равновесия*, распределение энергии получится иное, чем даваемое формулой (13), и к такому пучку тоже нельзя будет применять понятие о температуре.

§ 312. Источники света. Основными современными источниками света являются раскаленные твердые тела. Так как эти тела не являются абсолютно черными и излучение происходит при отсутствии равновесия, то необходимо выяснить состав излучаемого ими света.

По закону Кирхгофа для нечерного тела излучательная способность r'_λ , отнесенная к единичному интервалу длин волн, равна

$$r'_\lambda = a_\lambda r_\lambda, \quad (1)$$

где a_λ — поглощательная способность рассматриваемого тела, а r_λ — излучательная способность абсолютно черного тела при той же температуре и отнесенная к тому же интервалу длин волн.

Для всех нечерных тел $a_\lambda < 1$ и поэтому: *излучательная способность всех нечерных тел меньше, чем излучательная способность абсолютно черного тела при той же температуре*. Абсолютно черное тело имеет, при данной температуре, максимально возможную излучательную способность.

Если для некоторого тела a_λ меньше единицы и постоянно для всех λ , то такое тело называется *серым*. В природе не существует тел, в точности совпадающих по своим свойствам с серыми телами, но для ограниченной области длин волн тела могут быть близки к серым. Практически „серым“ является пламя углеводородов, например ацетилена. Для серого тела распределение энергии излучения совпадает с распределением в спектре абсолютно черного тела, взятого при той же температуре, только мощность излучения с единицы поверхности меньше. Для всех же реальных тел, являющихся не черными и не серыми, поглощательная способность a_λ зависит от длины волны, от температуры, а также от состояния поляризации лучей и от угла их падения. Кривая распределения в спектре таких тел отличается от кривой Планка. На рис. 234 кривая 1 дает распределение по длинам волн светимости абсолютно черного тела при $T = 2100^\circ \text{K}$, кривая 2 — распределение светимости вольфрама, а пунктирная кривая — поглощательную способность вольфрама при

той же температуре. Как видно, поглощательная способность вольфрама больше для коротких длин волн и меньше для больших длин волн. В соответствии с этим светимость вольфрама для коротких длин волн менее отличается от светимости абсолютно черного тела, чем для больших длин волн. Поэтому цвет излучения вольфрама отличен от цвета излучения абсолютно черного тела: излучение вольфрама относительно менее красно, чем излучение абсолютно черного тела, взятого при той же температуре. Что же касается яркости, то она для вольфрама для всех длин волн меньше, чем для абсолютно черного тела.

Реальные тела для всех длин волн имеют $a_\lambda < 1$, поэтому и их интегральная светимость меньше, чем интегральная светимость абсолютно черного тела. Если интегральная энергетическая светимость абсолютно черного тела дается законом Стефана — Больцмана:

$$R_s = \sigma T^4,$$

где

$$\sigma = 5,71 \cdot 10^{-5} \text{ эрг/сек} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{град}^4,$$

то для нечерных тел

$$R'_s = k\sigma T^4,$$

где значение коэффициента k зависит от природы тела, состояния его поверхности, его температуры и т. д. В табл. XI приведены численные значения коэффициента k для ряда веществ при температуре 1500°K .

Вещество	k при $T = 1500^\circ \text{K}$
Вольфрам	0,15
Платина	0,15
Молибден	0,12
Железо	0,11
Серебро	0,04
Уголь	0,52
Окись никеля . .	0,84
Окись железа . .	0,89

Как было уже отмечено, шероховатые, матовые поверхности поглощают гораздо сильнее, чем полированные, гладкие поверхности тех же веществ. Сильно зависят k и от температуры тела. По данным

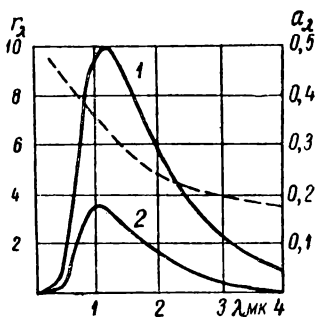


Рис. 234. Сравнение распределения светимости абсолютно черного тела (1) и вольфрама (2); пунктирной кривой дана поглощательная способность вольфрама.

Как видно из табл. XI, для всех металлов значение k много меньше единицы. Особенно мало значение k для серебра, обладающего, как известно, большой отражательной способностью и вследствие этого поглощающего лишь малую долю падающего на него света. При $T = 1500^\circ \text{K}$ серебро испускает с единицы поверхности в 25 раз меньше света, чем абсолютно черное тело.

Значения коэффициентов k сильно зависят от состояния поверх-

табл. XI, при $T = 1500^\circ \text{K}$ для вольфрама $k = 0,15$; для того же вольфрама $k = 0,34$ при $T = 3500^\circ \text{K}$.

Зависимость светимости от поглощательной способности легко продемонстрировать. Если поверхность белого глазированного фарфора частично зачернить сажей и начать ее затем нагревать, то место, покрытое сажей, будет светить сильнее, чем соседние белые места фарфора.

На основании сказанного видно, что наиболее выгодным температурным источником света является тело, по возможности близкое по своим свойствам к абсолютно черному и нагреваемое до температуры около 6000°K . При этой температуре максимум светимости лежит в видимой области спектра и абсолютно черное тело обладает светоотдачей около 84 лм/вт .

В § 305 мы видели, что при монохроматическом свете с длиной волны $\lambda = 0,555 \text{ мк}$ (область наибольшей чувствительности глаза) на 1 вт приходится 650 лм . Если коэффициентом полезного действия источника света назвать отношение его светоотдачи к максимальной возможной светоотдаче, то получим, что абсолютно черное тело при $T = 6000^\circ \text{K}$ обладает к. п. д., равным

$$\eta = \frac{84}{650} = 0,129 \cong 13\%.$$

При более низких и более высоких температурах к. п. д. абсолютно черного излучателя будет ниже. Так как температуры плавления большинства твердых тел не превышают 3000°K , то фактически достижимые значения к. п. д. источников света значительно ниже 13% .

Наиболее распространенным техническим источником света является, как известно, электрическая лампа накаливания. Она состоит из угольного или металлического волоска, помещенного в откачанный сосуд и накаливаемого током. Первые пригодные для практических целей электрические лампы были созданы русским изобретателем А. Н. Лодыгиным в 1873 г. В этом году А. Н. Лодыгин произвел опыт освещения в Петербурге улиц при помощи электрических ламп накаливания.

В первых лампах Лодыгина током накаливался угольный стержнек; впоследствии (1890 г.) Лодыгин получил патент на электрические лампы с металлической нитью из вольфрама, молибдена и других тугоплавких металлов. Эти лампы нашли весьма широкое распространение. В современных лампах накаливания употребляется вольфрамовая нить, свернутая в тонкую спираль для увеличения нагрева нити. Лампа наполняется одним из инертных газов (аргон, криптон) до давления около $1/2 \text{ атм}$, что уменьшает распыление нити и увеличивает срок службы лампы. Численные характеристики ламп накаливания приведены в табл. XII.

Другим употребительным источником света служит электрическая дуга между угольными электродами, открытая также русским ученым В. В. Петровым (т. II, § 190) и использованная для уличного освещения П. Н. Яблочковым. В электрической дуге светит главным образом кратер, образующийся на положительном угольном электроде. Его температура достигает 4000°K . Кроме кратера, светят также другой электрод и раскаленные пары, образующиеся между электродами. Для увеличения светоотдачи в угли вводят соли различных металлов и тогда яркость паров между электродами сильно повышается. Тем не менее светоотдача дуг не превышает 25 лм/вт .

Таблица XII

Источник света	$T^{\circ}\text{K}$	Свето- отдача, лм/вт	B , сб	η , %
Угольная лампа накаливания . . .	2095	2,5	50	0,4
50-ваттная газонаполненная воль- фрамовая лампа	2800	10,0	450	1,6
1000-ваттная газонаполненная вольфрамовая лампа	3000	20	1 000	3,0
Электрическая дуга	4000	25	15 000 (кратер)	4,0
Люминесцентная лампа	—	40	1,5	6,0
Ртутная лампа высокого давления	—	60	15 000	9,0

Высокие к. п. д. можно получить при свечении, вызванном электрическим разрядом через пары при низких давлениях. В этом случае процесс носит неравновесный характер, и рассмотренные выше термодинамические законы не имеют места. Здесь возможно почти полное превращение подводимой электрической энергии в энергию видимого света, т. е. возможно достижение к. п. д., близкого к 100%. Практически для ламп, содержащих пары натрия, удается достичь к. п. д. в 70%. Однако лампы этого типа дают сильно окрашенный свет, чрезвычайно неприятный для зрения. „Белым“ мы воспринимаем солнечный свет, близкий по своему составу к свету, излучаемому абсолютно черным телом при $T = 5600^{\circ}\text{K}$. Электрические лампы накаливания ($T \cong 3000^{\circ}\text{K}$) дают свет значительно более желтый, но это различие в цвете по сравнению с „белым“ светом сравнительно мало заметно. Источники же света с более или менее монохроматическим светом, какими являются указанные разрядные лампы, практически неприемлемы из-за своей цветности. Для исправления цветности таких ламп С. И. Вавиловым было предложено использовать

люминесцирующие вещества (см. § 361). Современные лампы, действующие на этом принципе, представляют собою разрядную трубку, содержащую смесь аргона с парами ртути при низком давлении. Пары ртути при прохождении электрического тока испускают интенсивные спектральные линии, лежащие в ультрафиолетовой области спектра. На внутреннюю поверхность разрядной трубки наносится тонкий слой порошка, способного люминесцировать под влиянием ультрафиолетового излучения. Состав порошка подбирается так, чтобы даваемый им свет был близок по своему составу к белому.

Люминесцентные лампы обладают к. п. д. примерно в три раза большим, чем обычные лампы накаливания. Они обладают значительно меньшей яркостью, чем яркость нити лампы накаливания, но и это является преимуществом люминесцентных ламп. Дело в том, что при рассмотрении предмета с высокой яркостью, глаз испытывает болезненное ощущение. Поэтому обычно лампы накаливания, волосок которых обладает чрезмерной яркостью, помещаются в матовые колпаки, которые еще более снижают к. п. д. Люминесцентные же лампы, благодаря их меньшей яркости, могут употребляться без колпаков. Общий же световой поток от люминесцентной лампы может быть получен значительным за счет большой светящейся поверхности.

Другой тип разрядных ламп — это лампы, в которых электрический разряд происходит через пары ртути при высоком давлении.

Процессы в этом случае приближаются к равновесным, но соответствующим очень высокой температуре. К. п. д. этих ламп высок, но даваемый ими свет обладает зеленоватой окраской, тем не менее в последнее время они стали находить широкое применение для уличного освещения благодаря своей экономичности. Цветность таких ламп до некоторой степени исправляется с помощью люминофоров.

§ 313. Оптическая пирометрия. Температура абсолютно черного тела может быть определена по характеру его излучения на основании одного из рассмотренных выше законов излучения. Методы определения температур, основанные на этих законах, носят название методов *оптической пирометрии*. Так как в выражения законов излучения абсолютно черного тела входит температура в абсолютной шкале, то оптическая пирометрия дает способ определения абсолютных температур. В т. I, § 44, мы указывали на принципиальные трудности измерения температур в абсолютной шкале в связи с необходимостью пользоваться для измерения термометрическим телом, тепловые свойства которого не могут быть заранее известны. Термодинамический метод, основанный на втором начале термодинамики (т. I, § 73), с принципиальной точки зрения позволяет измерять температуры независимо от природы термометрических тел, но практическое осуществление этого метода представляет чрезмерные трудности. Абсолютно же черное тело, как мы указывали в § 309, можно воспроизвести со сколь угодно хорошим приближением, что делает

оптическую пирометрию практически пригодным способом измерения температур в абсолютной шкале. Кроме того, оптический метод имеет то преимущество, что он может применяться для измерения очень высоких температур. Поэтому основные точки современной термометрической шкалы для области высоких температур установлены оптическим способом.

Методы оптической пирометрии пригодны и для решения многих практических задач. На практике нередки случаи, когда наблюдаемый объект близок по своим свойствам к абсолютно черному телу. Такими, например, объектами являются лабораторные или заводские печи. Если измерения производить, открыв в печи небольшое отверстие, то печь является хорошим приближением к абсолютно черному телу. При измерении же оптическим методом температур нечерных тел, излучающих в условиях отсутствия равновесия, необходимо учитывать их свойства. Однако, если эти свойства известны, то оптическая пирометрия является весьма удобной благодаря ее относительной простоте и надежности. В зависимости от того, на каком из законов излучения основано измерение температуры, методы оптической пирометрии имеют свои специфические особенности. Рассмотрим эти методы в отдельности.

1. Метод, основанный на законе распределения яркости по длинам волн. В § 310 мы видели, что кривая распределения яркости абсолютно черного тела по длинам волн определяется единственным параметром — температурой. Поэтому по виду кривой можно непосредственно определить температуру T . Достаточно, например, найти длину волны λ_{\max} , на которую приходится максимум распределения, тогда по формуле Вина (2а) § 310:

$$T = \frac{2886}{\lambda_{\max}}, \quad (1)$$

где длина волны λ_{\max} должна быть выражена в микронах. Этим методом, например, определяется температура Солнца. Максимум излучения Солнца, с учетом поправок на поглощение в земной атмосфере, лежит вблизи длины волны $\lambda_{\max} = 0,47 \text{ мк}$. Отсюда, считая Солнце абсолютно черным телом, получим для температуры его внешних слоев значение $T = 6150^\circ \text{К}$.

Для тел, не являющихся абсолютно черными, формула (1) не даст истинной температуры T . Температура таких тел, определенная по формуле (1), носит название *цветовой температуры*.

Если кривая распределения яркости по длинам волн для наблюдаемого тела не слишком отличается от планковской кривой, то цветовая температура $T_{\text{ц}}$ указывает ту температуру абсолютно черного тела, при которой его излучение наиболее близко по цвету к излучению наблюдаемого тела. Для тел, обладающих значительной селективностью испускания, понятие о цветовой температуре теряет смысл.

2. Яркостный метод. По формуле Планка, температура T может быть найдена и по измерению яркости для одной длины волн λ , если только b_λ определить в абсолютной мере.

Так как измерение яркости в абсолютной мере представляет трудности, то обычно ограничиваются сравнением яркости наблюдаемого тела с некоторой определенной яркостью. Для этого употребляется прибор, называемый пирометром с исчезающей нитью. Схема этого прибора изображена на рис. 235. Основной частью прибора является зрительная труба с объективом O и окуляром O' . В фокальной плоскости объектива O получается изображение поверхности наблюдаемого тела. Как мы увидим впоследствии (§ 324), яркость изображения пропорциональна яркости объекта. В фокальной плоскости объектива O помещается электрическая лампочка A с однородными прозрачными стенками стеклянного баллона. Накаливаемая нить лампочки a (рис. 235б) обычно изгибается в виде полукруга. В окуляре O' одновременно наблюдаются изображение поверхности

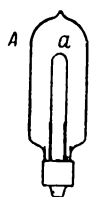
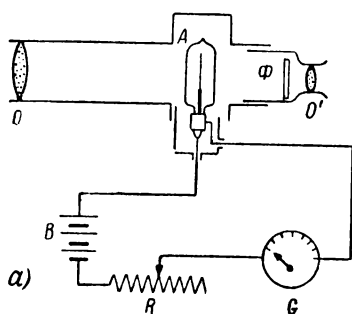


Рис. 235. Пирометр с исчезающей нитью.

исследуемого тела и нить лампочки. Узкий спектральный участок выделяется с помощью цветных светофильтров Φ , располагаемых около окуляра O' . Обычно выделяется область в красной части спектра вблизи $\lambda = 0,66 \text{ мк}$. Нить лампочки питается током от батареи B . Меняя силу тока с помощью реостата R , можно накаливать нить более или менее интенсивно. Если яркость нити больше яркости изображения поверхности тела, то она выступает на фоне изображения в виде светлой полосы, если ее яркость меньше, то она кажется темнее. При совпадении яркостей нити и изображения нить исчезает на фоне изображений. Таким образом можно со значительной степенью точности установить равенство яркостей нити и изображения поверхности наблюдаемого тела. Прибор можно градуировать по абсолютно черному телу, установив, какие силы тока накала I соответствуют исчезновению нити при различных температурах абсолютно черного тела. После этого непосредственно по показаниям измерительного прибора G , соответствующим моменту исчезновения нити, можно определить, какова температура абсолютно черного тела, обладающего в данном интервале длин волн той же яркостью b_λ , что и яркость b'_λ наблюдаемого тела. Если наблюдаемое тело также является абсолютно черным, то определенная таким образом температура будет

его истинной температурой. Для нечерных тел определенная этим способом температура носит название *яркостной температуры*.

От яркостной температуры тела T_y можно перейти к его истинной температуре T , если знать отношение яркостей $k_y = \frac{b'_\lambda}{b_\lambda}$. Яркость абсолютно черного тела отличается от его светимости лишь множителем $1/\pi$. Поэтому приближенно для области длин волн, меньших длины волны λ_{\max} , на которую приходится максимум излучения, можно написать [см. формулу (5) § 311]:

$$b_{\lambda, T_y} = \frac{C_1}{\pi} \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{C_2}{\lambda T_y}}, \quad b'_{\lambda, T} = k_y \frac{C_1}{\pi} \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}, \quad (2)$$

при $b'_{\lambda, T} = b_{\lambda, T_y}$ имеем

$$k_y \frac{C_1}{\pi} \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} = \frac{C_1}{\pi} \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{C_2}{\lambda T_y}},$$

откуда получим

$$k_y = e^{\frac{C_2}{\lambda} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_y} \right)}. \quad (3)$$

Логарифмируя это выражение, найдем

$$T = \frac{C_2 T_y}{\lambda T_y \ln k_y + C_2}. \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что если для данного тела известно значение k_y , то по яркостной температуре T_y можно найти истинную температуру T . В табл. XIII приведены значения k_y для некоторых тел при $\lambda = 0,66 \text{ мк}$ и $T = 1500^\circ \text{К}$. Значения коэффициента k_y для некоторых тел отличаются от значений коэффициента k , приведенных в табл. XI и дающих отношение интегральных светимостей или яркостей тел к светимости (или яркости) абсолютно черного тела. Коэффициенты k_y несколько зависят от температуры.

Т а б л и ц а XIII

Вещество	k при $T = 1500^\circ \text{К}$
Молибден	0,32
Тантал	0,44
Железо	0,36
Уголь	0,89
Оксид никеля	0,85
Оксид железа	0,92

3. Радиационный метод. Этот метод основан на измерении интегральной энергетической яркости тела. Интегральная яркость

$B_9 = \frac{1}{\pi} R_9$, где R_9 — интегральная энергетическая светимость, подчиняется закону Стефана — Больцмана (1) § 310:

$$B_9 = \frac{\sigma}{\pi} T^4. \quad (5)$$

Из формулы (5) следует, что температура тела T может быть найдена путем измерения его интегральной яркости B_9 .

Для определения яркости B_s используются приборы, носящие название *радиационных пирометров*.

На рис. 236 дана схема радиационного пирометра: L — линза, ab — термопара, G — гальванометр, измеряющий силу тока, возникающего в термопаре. Пирометр наводится на поверхность S нагретого тела таким образом, чтобы изображение этой поверхности, даваемое линзой L , получилось в месте расположения термопары ab . Как мы указали, яркость B'_s изображения, даваемого линзой, пропорциональна яркости источника. Нагревание термопары в свою очередь пропорционально яркости изображения B'_s (при условии, что

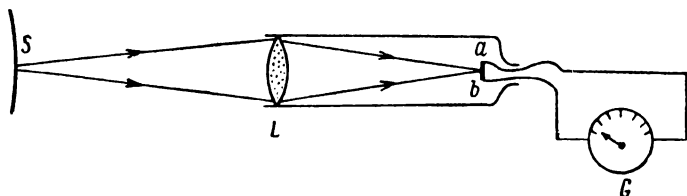


Рис. 236. Радиационный пирометр.

размеры изображения больше размеров термопары). В конечном счете показания гальванометра будут пропорциональны яркости B_s наблюдаемого абсолютно черного тела, а следовательно, по (5) пропорциональны его абсолютной температуре в четвертой степени. Проградуировав пирометр по известным температурам, его можно дальше использовать для измерения любых температур.

Если тело, температура которого измеряется, не является абсолютно черным, то радиационный пирометр не даст его истинной температуры T . Температура, измеренная в этом случае, носит название *радиационной температуры* T_r , она равна температуре абсолютно черного тела, интегральная яркость которого равна интегральной яркости наблюдаемого тела.

Для нечерного тела, по сказанному в § 312:

$$B_s = \frac{k\sigma}{\pi} T^4, \quad (5a)$$

где k — коэффициент, значения которого для разных тел приведены в табл. XI.

Так как радиационная температура тела определяется отношением

$$B_s = \frac{\sigma}{\pi} T_p^4, \quad (6)$$

то из сравнения формул (5а) и (6) получаем следующую связь между истинной температурой тела и его радиационной температурой:

$$T = \frac{1}{\sqrt[4]{k}} T_p.$$

Так как, по данным табл. XI, для всех тел $k < 1$, то истинная температура всех не черных тел выше их радиационной. Например, для железа имеем $k = 0,11$, откуда $\frac{1}{\sqrt[4]{k}} = 1,74$ и, следовательно, $T = 1,74 T_p$, т. е. истинная

температура более чем в полтора раза превышает радиационную температуру. Трудность определения по радиационной температуре истинной температуры заключается в том, что значения коэффициентов k не являются постоянными, но сами зависят от температуры.

ГЛАВА XXVIII

ПРИКЛАДНАЯ ЛУЧЕВАЯ ОПТИКА

§ 314. Введение. Устройство большого числа оптических приборов базируется на представлении о световых лучах, распространяющихся прямолинейно в однородном веществе и испытывающих отражения и преломления на границах раздела. Отдел оптики, который рассматривает теорию таких приборов, носит название *лучевой*, или *геометрической оптики*. Лучевая оптика использует два закона: закон отражения и закон преломления света (§ 251). Как мы увидим дальше, для выяснения всех свойств оптических приборов недостаточно этих двух законов. Во-первых, должны быть учтены фотометрические соотношения для выяснения яркости и освещенности изображения. Во-вторых, необходимо учесть роль явлений интерференции и дифракции света, дающих границу применимости представлений о прямолинейном распространении света. Однако, несмотря на большую важность этих явлений, первоначальная теория оптических приборов может базироваться лишь на законах лучевой оптики.

Приборы, действующие на принципах лучевой оптики, служат для различных целей: дополнять глаз при рассматривании объектов, давать действительное изображение объектов, изменять освещенности и т. д. Во всех этих случаях роль приборов сводится к изменению телесных углов, в пределах которых распространяются лучи, исходящие из объекта. Благодаря этому становится существенным вопрос о рассмотрении общих свойств пучков лучей.

Представим себе пучок лучей, образованный прямыми линиями, нормальными к участку сферической поверхности. Пучок может быть сходящимся (рис. 237а), тогда все его лучи пересекаются в одной точке F ; он может быть также расходящимся (рис. 237б), в этом случае в одной точке F' пересекаются продолжения лучей, изображенные на рис. 237б пунктирными линиями. Точка F (или, соответственно, точка F') носит название фокуса пучка. *Пучок, обладающий точечным фокусом, называется гомоцентрическим.* Так как волновая поверхность ортогональна к лучам, то *гомоцентрическому пучку соответствует сферическая волновая поверхность.* Частным случаем гомоцентрического пучка является пучок параллельных лучей; ему соответствуют фокус, лежащий в бесконечности, и плоская волновая поверхность.

Рассмотрим, далее, элемент любой кривой поверхности $ABCD$ (рис. 238).

Различные ее сечения имеют различную кривизну. Как известно из геометрии, для любой кривой поверхности сечения, обладающие минимальным и максимальным радиусами кривизны, взаимно перпендикулярны (см. т. I, § 81). Выделим на нашем элементе поверхности точку O и проведем через нее два взаимно перпендикулярных сечения EOG и HOF , первому из которых пусть соответствует минимальный радиус кривизны R_1 , а второму — максимальный радиус кривизны R_2 . Нормали, проведенные к точкам E , O и G , пересекутся в центре кривизны C_1 , отстоящем от поверхности на расстоянии R_1 ; нормали к точкам H , O и F пересекутся в центре кривизны C_2 , отстоящем от поверхности на расстоянии R_2 . Выделим теперь сечения AHB и CFD , близкие и параллельные сечению EOG . Им будет

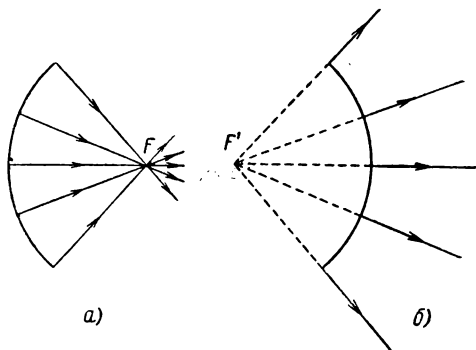


Рис. 237. Гомоцентрические пучки: a — сходящийся; b — расходящийся.

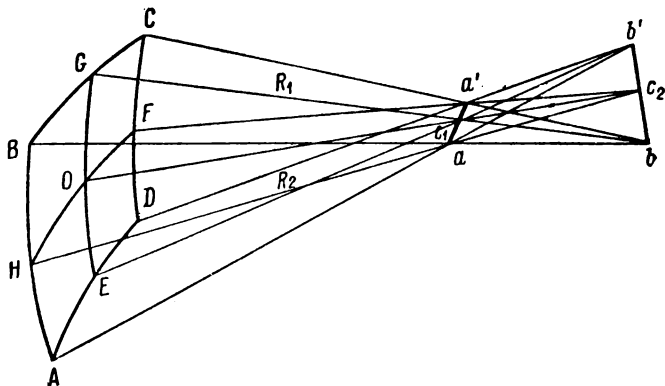


Рис. 238. Астигматический пучок.

соответствовать радиус кривизны R_1 и нормали к ним пересекутся в точках a и a' , лежащих на одной прямой с точкой C_1 . Также нормали к сечениям AED и BGC , параллельным сечению HOF , пересекутся в точках b и b' , лежащих на одной прямой с точкой C_2 . Прямые

aa' и bb' взаимно перпендикулярны. Все прочие лучи, проведенные нормально к поверхности $ABCD$, пересекутся в точках, лежащих на одной из двух этих прямых aa' и bb' . В результате мы имеем: *лучи, соответствующие элементу любой кривой поверхности, пересекаются в точках, лежащих на двух прямолинейных, взаимно перпендикулярных отрезках aa' и bb'* . Пучок таких лучей называется *астигматическим*. Отрезки aa' и bb' носят название *фокальных линий*, а расстояние между ними — *астигматической разности*. Пучок астигматических лучей нигде не дает точечного фокуса. Чем меньше астигматическая разность, тем ближе располагаются друг к другу фокальные линии и тем короче каждая из них. В пределе они могут слиться в точку, и тогда астигматический пучок перейдет в гомоцентрический.

Очевидно, что от каждого точечного объекта исходит гомоцентрический пучок. Для того чтобы оптическая система могла дать точечное изображение такого объекта, лучи, исходящие из объекта, должны пересечься в одной точке. Это означает, что оптическая система должна сохранить гомоцентрические пучки гомоцентрическими, лишь изменив телесные углы, в пределах которых они заключаются. Из-за явлений дифракции не существует строго гомоцентрических пучков, но если ограничиваться применением законов лучевой оптики, то оказывается, что возможны такие случаи, когда после отражений и преломлений гомоцентрические пучки остаются гомоцентрическими. Однако, как мы увидим ниже, такие случаи редки.

Поэтому при постройке оптических приборов обычно не удается избежать астигматизма полностью и ставится лишь задача свести его к минимуму.

Изменение углов, в пределах которых распространяются пучки, достигается в оптических приборах с помощью отражений и преломлений у плоских или кривых поверхностей, разделяющих вещества с различными оптическими свойствами. В принципе изменения углов можно было бы достичь и в результате распространения световых лучей в оптически неоднородных веществах (§ 283), но изготовление веществ с заданным распределением неоднородностей представляет такие технические трудности, что этот способ до сих пор не используется. В качестве преломляющих поверхностей употребляют почти исключительно плоские или сферические поверхности, так как изготовление поверхностей других форм также весьма трудно. Прозрачным материалом для изготовления оптических приборов служит главным образом стекло, причем последнее должно быть весьма однородным по своим свойствам. Наконец, поверхности оптических деталей не должны отступать от заданных геометрических поверхностей более чем на доли длины световой волны, т. е. на величины порядка 10^{-5} см. Все это делает оплотехнику одним из наиболее сложных и тонких производств. Вместе с тем практическое значение оптических прибо-

ров в настоящее время весьма велико: лабораторная техника, почти вся точная измерительная техника, многие методы контроля качества изделий, фотография, ряд разделов оборонной техники — основаны на применении оптических систем.

В России первые этапы развития прикладной оптики относятся еще к середине XVIII в. М. В. Ломоносов организовал оптическую мастерскую, в которой по его проектам строились разнообразные приборы: телескопы, микроскопы и мореходные оптические приборы. Им была сконструирована оригинальная светосильная зрительная труба, предназначенная для наблюдений при малых освещенностях. Эту трубу М. В. Ломоносов назвал „ночезрительной“. Знаменитый русский изобретатель И. П. Кулибин изготовлял для экспедиций Академии наук оптические измерительные приборы: геодезические трубы, астролябии и т. д. В 1779 г. он построил первый отражательный прожектор, изготовив большое вогнутое зеркало, составленное из многих мелких зеркал, расположенных вдоль вогнутой поверхности. По свидетельству современников, это зеркало, „когда перед ним поставится одна только свеча, производит удивительное действие, умножая свет в пятьсот раз противу обыкновенного свечного света и более ...“.

Исключительно широкого развития прикладная оптика достигла после Великой Октябрьской революции. Было налажено в больших масштабах изготовление оптического стекла весьма разнообразных сортов и высокого качества. Советская оплотехника пошла самостоятельным путем, дав большое число новых оригинальных конструкций, полностью удовлетворяющих потребности страны в оптической аппаратуре.

§ 315. Отражение и преломление у плоской поверхности. Отражение от плоской поверхности мы разобрали в § 251. Мы видели, что плоское зеркало дает мнимое точечное изображение точечного объекта. Это означает, что гомоцентрический пучок при отражении от плоского зеркала остается гомоцентрическим. При этом, как легко видеть, телесный угол, под которым расходятся лучи в пучке, остается без изменения, меняется лишь направление лучей. Не так обстоит дело при преломлении у плоской границы раздела двух прозрачных веществ с различными коэффициентами преломления: в этом случае гомоцентрический пучок становится астигматическим.

Пусть плоская поверхность, разделяющая два прозрачных однородных вещества, совпадает с плоскостью YOZ (рис. 239; ось OY перпендикулярна к плоскости чертежа). Коэффициенты преломления веществ обозначим соответственно через n_1 и n_2 и будем считать $n_2 < n_1$. Предположим, что точечный источник света S лежит на оси OX и луч от него падает на границу раздела в точке M . Проведем в точке падения нормаль MN и обозначим углы падения и преломления через i_1 и i_2 . По закону преломления:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (1)$$

Продолжение преломленного луча MP пересечет ось OX в точке S' . Обозначим координаты точек S и S' соответственно через x и x' , а координату точки M — через z . Из треугольников SMO и $S'MO$ имеем:

$$\sin i_1 = \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad \sin i_2 = \frac{z}{\sqrt{x'^2 + z^2}}.$$

Подставляя эти значения $\sin i_1$ и $\sin i_2$ в (1) и решая полученное равенство относительно x' , найдем:

$$x' = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{x^2 + \left(1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\right) z^2}. \quad (2)$$

Из формулы (2) видно, что при заданном положении источника S (задано x) положение точки S' зависит от того, где расположена точка

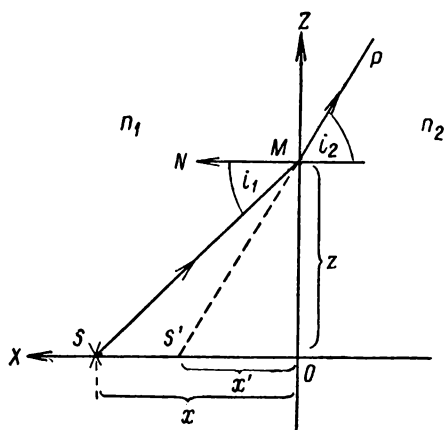


Рис. 239. Преломление света у плоской границы двух сред.

преломления M , т. е. зависит от направления луча SM . Разные лучи различно преломляются при переходе из одного вещества в другое, и их продолжения пересекают ось OX в разных местах. Рассмотрим два луча SM_1 и SM_2 (рис. 240), углы падения для которых различаются на бесконечно малый угол $d i_1$. После преломления они образуют лучи M_1P_1 и M_2P_2 , продолжения которых пересекут ось OX соответственно в точках S'' и S' ; между собою эти два луча пересекаются в точке S_1 . Очевидно, все другие лучи, исходящие из точечного источ-

ника S и лежащие между лучами SM_1 и SM_2 , после преломления дадут лучи, продолжения которых также пересекутся в точке S_1 и пересекут ось OX между точками S' и S'' . Для того чтобы выделить пространственный пучок лучей, исходящий из точечного источника S в пределах бесконечно узкого телесного угла $d\omega_1$, повернем рис. 240 вокруг оси OX на угол $d\varphi$. Тогда мы получим бесконечно узкий гомоцентрический пучок лучей $d\omega_1$. После преломления этот пучок превратится в другой пучок $d\omega_2$, сечение которого плоскостью XOZ определяется линиями M_1P_1 и M_2P_2 . Продолжения всех лучей пучка $d\omega_2$ пересекут ось OX в пределах отрезка $S'S''$. Отсюда следует, что преломленный пучок $d\omega_2$ является пучком астигматическим

и линия $S'S''$ — одной из его фокальных линий. Для нахождения второй фокальной линии заметим, что продолжения лучей преломленного пучка, лежащие в плоскости XOZ , пересекаются в точке S_1 . При поворачивании рисунка на угол $d\varphi$ вокруг оси OX , точка S_1 прочертит небольшую дугу, которую при бесконечно малом угле $d\varphi$ можно считать за отрезок прямой, перпендикулярной к плоскости рисунка. Продолжения всех лучей, принадлежащих к пучку $d\omega_2$, пересекают этот отрезок. Таким образом, рассматриваемый отрезок, перпендикулярный к плоскости XOZ , является второй фокальной линией преломленного пучка. Фокальная линия $S'S''$, лежащая в плоскости рисунка, называется *сагиттальной*, а фокальная линия S_1 , перпендикулярная к плоскости рисунка, — *меридиональной*.

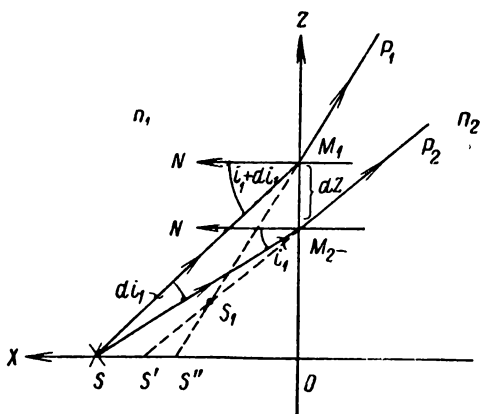


Рис. 240. Астигматизм пучка при преломлении у плоской границы раздела.

С изменением угла падения меняется положение обеих фокальных линий. На рис. 241 геометрическое место точек S_1 изображено пунктирной линией. Эта линия носит название *каустической*. Сагиттальные фокальные линии располагаются вдоль оси OX , начиная от точки S' и кончая точкой O . Для бесконечно узкого пучка, исходящего из светящейся точки S и падающего на границу раздела нормально ($i_1 = 0$), обе фокальные линии сливаются вместе в одну точку S' ; в этом случае преломленный пучок остается гомоцентрическим. Координату x' точки S' найдем, положив $z = 0$ в формуле (2):

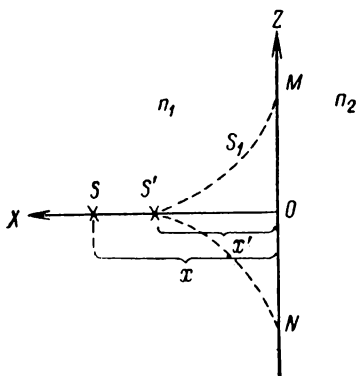


Рис. 241. Каустика.

$$x' = \frac{n_2}{n_1} x. \quad (2a)$$

По мере изменения угла падения меридиональная фокальная линия бесконечно узких пучков перемещается вдоль одной из ветвей каустики $S'M$ или $S'N$, в зависимости от знака угла падения i_1 . Сагиттальная фокальная линия перемещается при этом от точки S'

до точки O вдоль оси OX . Предельные положения фокальных линий, соответствующие точкам M и O (или N и O), отвечают условию, что угол падения стремится к предельному значению, начиная с которого возникает полное внутреннее отражение.

Из сказанного видно, что чем более косо падает пучок на границу раздела, тем больше астигматизм преломленного пучка.

Если рассматривать предметы, находящиеся, например, под водой, в направлении, близком к нормальному по отношению к поверхности воды, то изображение сохраняет четкость, так как астигматизм в этих условиях мал; при рассматривании под косыми углами четкость изображения портится из-за астигматизма.

§ 316. Преломление у одной сферической поверхности. Пусть два однородных прозрачных вещества с коэффициентами преломления n и n' разделены сферической поверхностью с радиусом кривизны r .

Проведем *главную оптическую ось*, под которой подразумеваем прямую, проходящую через точечный источник света P и центр кривизны поверхности C (рис. 242). Будем пользоваться следующим

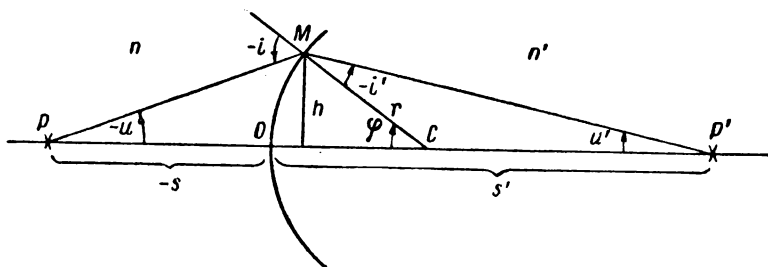


Рис. 242. Преломление света у одной сферической поверхности.

правилом знаков: длины отсчитываем от вершины преломляющей поверхности O и считаем их положительными, если они направлены в сторону распространения света; углы отсчитываем от направления главной оптической оси (или нормали к сферической поверхности) и считаем их положительными, если они отсчитаны по часовой стрелке. На чертежах будем всегда отмечать положительные значения длин и углов. Например, если некоторая длина, отмечаемая буквой s , отрицательна, то на чертеже у соответственного отрезка поставим $-s$ и т. д. Определим направление лучей, исходящих из точечного объекта P , углами u , которые лучи составляют с главной оптической осью PC . Будем рассматривать только лучи, составляющие с оптической осью столь малые углы, что для них синусы и тангенсы можно заменять самими углами, а косинусы считать равными единице. Такие лучи носят название *параксиальных*.

Рассмотрим луч, исходящий из объекта P , падающий на границу раздела веществ в точке M и пересекающий после преломления главную оптическую ось в точке P' . При соблюдении указанного правила знаков угол u , направление которого отмечено на рис. 242 стрелкой, отрицателен. Положительной будет величина $-u$. Углы падения и преломления i и i' также отрицательны. Положительны величины $-i$ и $-i'$. По закону преломления:

$$n \sin(-i) = n' \sin(-i').$$

Считая рассматриваемый луч параксиальным, заменим синусы через углы и тогда получим

$$n(-i) = n'(-i'). \quad (1)$$

Из треугольника PMC имеем: $-i = \varphi - u$ и из треугольника $CM P'$ имеем: $-i' = \varphi - u'$, где $-u$ и u' — положительные углы, которые составляют лучи PM и $M P'$ с главной оптической осью, и φ — положительный угол между той же осью и радиусом CM . Подставляя эти значения углов $-i$ и $-i'$ в (1), найдем

$$n(\varphi - u) = n'(\varphi - u'). \quad (2)$$

Обозначив через $-s$ и s' соответственно положительные расстояния от вершины преломляющей поверхности O до точек P и P' и через h — длину перпендикуляра, опущенного из точки M на ось PC , получим в рассматриваемом приближении:

$$-u = \frac{h}{-s}, \quad u' = \frac{h}{s'}.$$

Также для угла φ имеем

$$\varphi = \frac{h}{r}.$$

Подставляя эти значения $-u$, u' и φ в (2), найдем

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right) \quad (3)$$

или

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}. \quad (4)$$

Величина, стоящая в правой части выражения (4), зависит только от коэффициентов преломления рассматриваемых веществ и радиуса кривизны разделяющей их поверхности. Следовательно, для данных веществ и данной поверхности эта величина постоянна; она называется *оптической силой* преломляющей поверхности и обозначается буквой Φ :

$$\Phi = \frac{n' - n}{r}. \quad (5)$$

Вводя оптическую силу в выражение (4), получим

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \Phi. \quad (4a)$$

При заданном положении объекта P (заданном отрезке s) из формулы (4a) получается определенное значение отрезка s' , *независимо от значения угла u* . Это означает, что при малых углах u все лучи, исходящие из точечного объекта P , после преломления пересекаются в одной точке P' . Для параксиальных лучей гомоцентрический пучок в принятом приближении остается после преломления у сферической поверхности гомоцентрическим; P' является точечным изображением точечного объекта.

Из приведенных рассуждений ясно, что если источник света поместить в точку P' , то точка P станет его изображением. Две точки P и P' , удовлетворяющие тому условию, что если одна из них является объектом, то другая — изображением, называются *сопряженными*.

Лучи, составляющие значительные углы u с главной оптической осью, после преломления у сферической поверхности не пересекутся в одной точке P' , пучок после преломления перестанет быть гомоцентрическим, и точечный объект не даст точечного изображения.

Ограничиваясь пока рассмотрением параксиальных лучей, найдем место, где соберется, после преломления у сферической поверхности, пучок параллельных лучей. Для этого положим $-s = \infty$, тогда по формуле (4):

$$s' = \frac{n'}{n' - n} r. \quad (6)$$

Место, где пересекаются после преломления лучи, падавшие на сферическую поверхность в виде параллельного пучка, называется *вторым главным фокусом F'* преломляющей поверхности, а расстояние от вершины преломляющей поверхности O до второго главного фокуса — *вторым главным фокусным расстоянием f'* . По (6) для f' получаем значение

$$f' = \frac{n'}{n' - n} r. \quad (7)$$

Первым главным фокусом F преломляющей поверхности назовем точку, удовлетворяющую следующему условию: при помещении в эту точку точечного источника света P после преломления должен возникнуть пучок параллельных лучей. Расстояние от вершины преломляющей поверхности O до первого главного фокуса называется *первым главным фокусным расстоянием f* . Для того чтобы определить f , положим в формуле (4) $s' = \infty$, тогда получим

$$f = -\frac{n}{n' - n} r. \quad (8)$$

Из сравнения формул (7) и (8) находим соотношение между первым и вторым главными фокусными расстояниями:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (9)$$

Из формулы (9) видно, что главные фокусные расстояния пропорциональны коэффициентам преломления веществ, в которых лежат фокусы. Знак минус в правой части равенства (9) указывает, что главные фокусные расстояния — разных знаков, т. е. что первый и второй главные фокусы лежат по разные стороны от преломляющей поверхности.

Введем в формулу (4а) главные фокусные расстояния. Для этого поделим правую и левую части этой формулы на $\frac{n' - n}{r}$, тогда получим

$$\frac{1}{s'} \cdot \frac{n'}{n' - n} r - \frac{1}{s} \cdot \frac{n}{n' - n} r = 1,$$

или, на основании соотношений (7) и (8):

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1. \quad (46)$$

Формуле (46) можно придать еще иной вид. Для этого будем отсчитывать отрезки, определяющие положения точек P и P' , не от

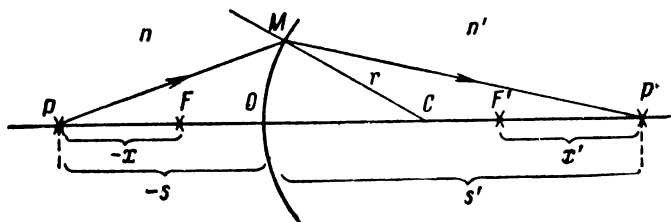


Рис. 243. Определение положения объекта P и изображения P' с помощью отрезков x и x' , отсчитанных от главных фокусов.

вершины преломляющей поверхности O , а соответственно от первого и второго главных фокусов F и F' . Обозначим эти отрезки через x и x' (рис. 243). Тогда имеем

$$-s = -f - x; \quad s' = f' + x'.$$

Подставляя эти значения s и s' в (46), найдем

$$\frac{f'}{f' + x'} + \frac{f}{f + x} = 1$$

или

$$f'(f + x) + f(f' + x') = (f' + x')(f + x).$$

Раскрывая скобки и сокращая подобные члены, мы придем к следующему выражению:

$$xx' = ff'. \quad (4в)$$

В этом симметричном виде формула называется формулой Ньютона.

Формулы (4), (4а), (4б) и (4в) вполне эквивалентны друг другу: каждая из них позволяет по положению точечного объекта найти положение его изображения.

Наконец, установим соотношение между главными фокусными расстояниями f и f' и оптической силой Φ преломляющей поверхности.

Из сравнения формул (5), (7) и (8) находим

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}. \quad (10)$$

Результаты, полученные для одной сферической преломляющей поверхности, могут быть обобщены на случай сферического зеркала. Пусть l — угол падения и l' — угол отражения. При соблюдении введенного нами правила знаков закон отражения имеет вид:

$$l = -l'.$$

Формально этот закон получается из закона преломления (1), если коэффициент преломления n' положить равным $-n$. Отсюда и формулы, полученные для одной преломляющей поверхности, переходят в формулы для сферического зеркала, если в них положить $n' = -n$. Так, из формулы (4) получим

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r},$$

что позволяет по положению объекта найти положение изображения, даваемого сферическим зеркалом.

Для главных фокусных расстояний зеркала имеем: $f = f' = \frac{r}{2}$.

Для вогнутого зеркала $r > 0$ и главный фокус F лежит перед зеркалом, посредине между его вершиной и центром кривизны. Для выпуклого зеркала $r < 0$ и главный фокус F лежит за зеркалом.

§ 317. Увеличение, даваемое одной преломляющей сферической поверхностью. До сих пор мы рассматривали точечный объект и его точечное изображение, даваемое сферической преломляющей поверхностью. Посмотрим теперь, каково будет изображение отрезка прямой, перпендикулярной к оптической оси. Для этого обратимся к рис. 244, где P — точечный объект и P' — его изображение. Повернем ось PC вокруг центра кривизны C преломляющей поверхности на малый угол. Тогда точка P займет положение P_1 , а ее изображение — положение P'_1 . Все точки дуги PP_1 отобразятся соответственными

точками дуги $P'P'_1$. Если дуги PP_1 и $P'P'_1$ малы, то мы можем их заменить прямолинейными отрезками y и y' , перпендикулярными к оси POP' . Следовательно, мы получаем, что изображением малого отрезка y , перпендикулярного к оптической оси, является отрезок y' , также перпендикулярный к оптической оси. Отсюда вытекает, что и изображением плоской поверхности ΔS , нормальной к оптической

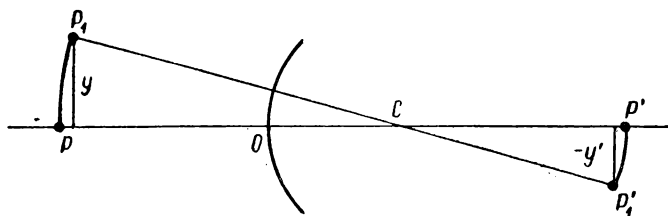


Рис. 244. Точки, лежащие на дуге PP_1 , отображаются точками, лежащими на дуге $P'P'_1$.

оси, будет также плоская поверхность $\Delta S'$, перпендикулярная к оптической оси. Это заключение верно для малых площадок ΔS . Если размеры площадки ΔS значительны, то ее изображение уже нельзя считать плоским: оно представит собою часть изогнутой поверхности определенной формы.

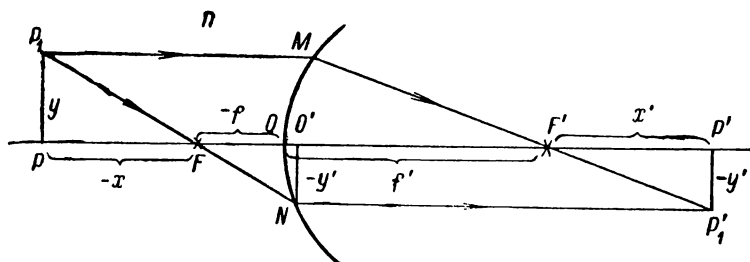


Рис. 245. Построение изображения.

Каждая точка изображения является местом пересечения всех лучей, исходящих из сопряженной точки объекта. Для нахождения этого места достаточно найти пересечение двух любых лучей. Рассмотрим, например, объект в виде отрезка PP_1 (рис. 245), перпендикулярного к оптической оси. Для нахождения изображения точки P_1 воспользуемся следующими двумя лучами, направления которых после преломления у сферической поверхности нам известны: 1) лучом P_1M , параллельным оптической оси; после преломления он пройдет через второй главный фокус F' ; 2) лучом P_1FN , проходящим через первый главный фокус; после преломления он пойдет параллельно оптической

оси. Точка пересечения этих двух лучей P'_1 представляет собою изображение точки P_1 . Изображением отрезка PP_1 явится отрезок P'_1P' , перпендикулярный к оптической оси.

Обозначим длину объекта через y , а длину изображения—через y' . Отношение линейных размеров изображения к линейным размерам объекта называется *линейным увеличением* β :

$$\beta = \frac{y'}{y}. \quad (1)$$

Условимся отрезки, перпендикулярные оптической оси, считать положительными, если они направлены вверх, и отрицательными, если они направлены вниз. Для случая, изображенного на рис. 245, длина

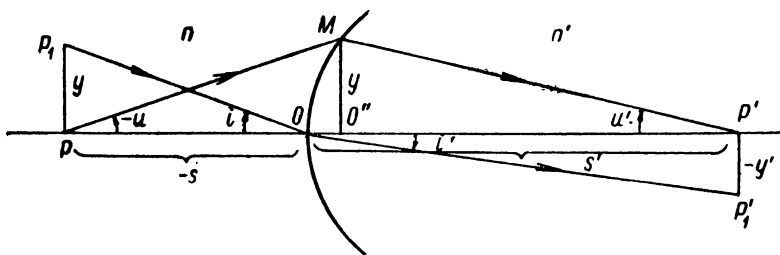


Рис. 246. Построение изображения.

объекта положительна, а длина изображения — отрицательна. Опустим из точки N перпендикуляр на оптическую ось; длина этого перпендикуляра NO' равна $-y'$.

Из треугольников PP_1F и $NO'F$ имеем

$$\frac{-y'}{y} = \frac{-f}{-x},$$

откуда линейное увеличение

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}. \quad (2)$$

Воспользовавшись формулой Ньютона (4в) § 316: $xx' = ff'$, получим $\frac{f}{x} = \frac{x'}{f'}$, после чего выражению (2) может быть также придан вид

$$\beta = -\frac{x'}{f'}. \quad (2a)$$

Выражение для линейного увеличения β можно преобразовать еще к нескольким видам. Проведем лучи P_1O и OP'_1 , где точка O означает вершину преломляющей поверхности. Так как оптическая ось нормальна к преломляющей поверхности, то $\angle P_1OP$ является углом падения i , а $\angle P'OP'_1$ — углом преломления i' . Из рис. 246 имеем

$$y = -s \cdot i, \quad -y' = s' \cdot i',$$

откуда получаем:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \frac{i'}{i}.$$

Из закона преломления в рассматриваемом приближении имеем $ni = n'i'$, или

$$\frac{i'}{i} = \frac{n}{n'}.$$

Подставляя это значение отношения i'/i в выражение для β , найдем

$$\beta = \frac{n}{n'} \frac{s'}{s}. \quad (3)$$

Проведем далее лучи PM и MP' и опустим из точки M на оптическую ось перпендикуляр MO'' , тогда $MO'' = u$ и из треугольников PMO'' и $P'MO''$ имеем

$$\frac{-u}{u'} = \frac{O''P'}{O''P}.$$

Но приближенно $O''P = -s$ и $O''P' = s'$, откуда следует

$$\frac{s'}{s} = \frac{u}{u'}.$$

Подставляя это значение s'/s в (3), получим еще одно выражение для линейного увеличения:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} \frac{u}{u'}. \quad (3a)$$

Из соотношения (3a) получаем

$$y'n'u' = u n i. \quad (4)$$

Произведение $u n i$ носит название *инварианта Лагранжа—Гельмгольца*.

Угол $-u$ представляет собою угол, под которым виден объект u с расстояния $-s$, а угол u' — угол, под которым тот же объект виден с расстояния s' . *Угловым увеличением* γ называется величина

$$\gamma = \frac{\lg u'}{\lg u}. \quad (5)$$

В принятом приближении мы можем заменить тангенсы углами и тогда получим

$$\gamma = \frac{u'}{u}. \quad (5a)$$

Найдем связь между линейным и угловым увеличениями. Из формул (3a) и (5a) имеем

$$\beta = \frac{n}{n'} \frac{1}{\gamma}. \quad (6)$$

Так как для данной пары веществ отношение n/n' постоянно, то линейное увеличение обратно пропорционально угловому.

Рассмотрим еще так называемое *продольное увеличение*. Пусть объект смещается вдоль оптической оси на отрезок dx , тогда изображение сместится на некоторый отрезок dx' . Продольным увеличением α называется отношение

$$\alpha = \frac{dx'}{dx}. \quad (7)$$

По формуле Ньютона (4в) § 316 имеем

$$xx' = ff'.$$

Дифференцирование этой формулы даст:

$$x dx' + x' dx = 0,$$

в результате чего для продольного увеличения получаем

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x}. \quad (8)$$

Найдем связь между всеми тремя увеличениями: линейным β , угловым γ и продольным α . Для этого воспользуемся соотношениями (2), и (2а), по которым

$$\beta^2 = \frac{x'}{x} \frac{f}{f'},$$

но по формуле (9) § 316 имеем $\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}$, откуда находим

$$\beta^2 = -\frac{x'}{x} \frac{n}{n'}.$$

Из выражений (8) и (9) получаем

$$\alpha = \frac{n'}{n} \beta^2.$$

Наконец заметим, что по (6) $\frac{n'}{n} \beta = \frac{1}{\gamma}$; это дает нам следующую искомую связь между α , β и γ :

$$\alpha = \frac{\beta}{\gamma}.$$

§ 318. Тонкие линзы. Оптической линзой называется тело, изготовленное из однородного прозрачного вещества и ограниченное поверхностями, из которых по крайней мере одна имеет радиус кривизны, отличный от нуля. Обычно поверхности, ограничивающие линзу, являются сферическими. Только такие линзы мы и будем рассматривать. Материалом для линз, употребляемых в видимом свете, служит стекло, а для линз, употребляемых в ультрафиолете, — главным образом кварц. Для инфракрасных лучей употребляются линзы из кварца, каменной соли, KCl и т. д.

В § 316 и 317 мы рассматривали преломление света у одной сферической поверхности. Преломление света в линзе можно рассматривать, как последовательное преломление у двух сферических поверхностей. Пусть O_1 и O_2 представляют собой две сферические поверхности радиусов r_1 и r_2 , находящиеся на расстоянии d друг от друга (рис. 247). Главной оптической осью системы поверхностей назовем прямую, проходящую через их центры C_1 и C_2 . Между поверхностями пусть находится вещество с коэффициентом преломления n , а вне поверхностей — воздух, коэффициент преломления

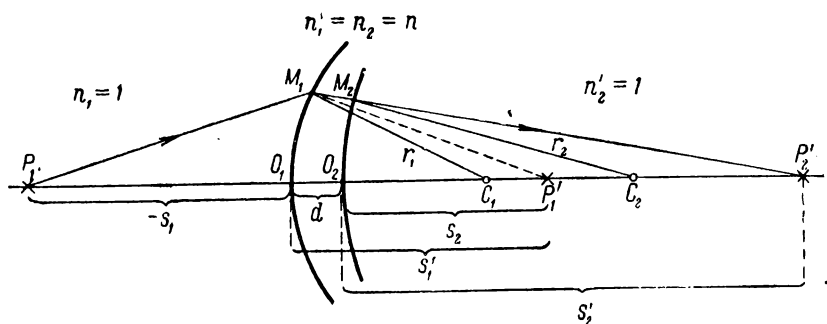


Рис. 247. Преломление лучей в тонкой линзе.

которого будем считать равным единице. Отмечая величины, относящиеся к первой поверхности, индексом 1, а относящиеся ко второй поверхности — индексом 2, и придерживаясь в остальном обозначений, принятых в § 316 и 317, будем иметь

$$n_1 = n'_2 = 1, \quad n'_1 = n_2 = n. \quad (1)$$

Пусть P_1 — точечный объект, расположенный на главной оптической оси системы на расстоянии $-s_1$ от первой преломляющей поверхности. Если бы имела лишь эта одна преломляющая поверхность, то изображение получилось бы в точке P'_1 на расстоянии s'_1 от O_1 . Это изображение надо рассматривать, как объект для второй преломляющей поверхности. Этот объект расположен на расстоянии s_2 от вершины O_2 второй преломляющей поверхности; его изображение получится в некоторой точке P'_2 на расстоянии s'_2 от O_2 . Вместе с тем P'_2 будет изображением объекта P_1 , даваемым совокупностью обеих преломляющих поверхностей.

Для нахождения места расположения точки P'_2 применим для каждой из преломляющих поверхностей формулу (4) § 316. При

выполнении соотношения (1) получим

$$\frac{n}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{n-1}{r_1}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{r_2}. \quad (3)$$

Из рис. 247 видим, что между s_2 и s_1' имеет место соотношение:

$$s_2 = s_1' - d.$$

Будем рассматривать *тонкую линзу*, т. е. такую линзу, для которой расстояние d между ее преломляющими поверхностями мало по сравнению с расстояниями до объекта и до изображения. Тогда приближенно $s_2 = s_1'$ и из (2) получим

$$\frac{n}{s_2} = \frac{n}{s_1'} = \frac{1}{s_1} + \frac{n-1}{r_1}.$$

Подставляя найденное таким образом значение $\frac{n}{s_2}$ в (3), получаем

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_1} - \frac{n-1}{r_1} = \frac{1-n}{r_2}. \quad (4)$$

Рассматривая тонкую линзу, будем обозначать расстояния до объекта и изображения соответственно через s и s' , тогда по (4) для тонкой линзы:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (5)$$

Для данной линзы заданы радиусы кривизны ее поверхностей r_1 и r_2 и коэффициент преломления n вещества, из которого она сделана. Поэтому в правой части равенства (5) стоит постоянная величина

$$\Phi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (6)$$

носящая название *оптической силы линзы*. Легко видеть, что оптическая сила тонкой линзы равна сумме оптических сил ее обеих преломляющих поверхностей: $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$.

Формула (5) связывает положение объекта с положением изображения, даваемого тонкой линзой.

Повторяя рассуждения, приведенные в § 316 для одной преломляющей поверхности, найдем для фокусных расстояний тонкой линзы

$$f' = -f = \frac{1}{\Phi} = \frac{1}{(n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}. \quad (7)$$

Коэффициент $n > 1$ всегда, следовательно, знак оптической силы Φ зависит от знака величины $\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$. Если Φ положительно, то мы имеем дело с *собирающей (положительной) линзой*, — параллельный пучок света после преломления в линзе собирается (рис. 248а). Если Φ отрицательно, то мы имеем дело с *рассеивающей (отрицательной) линзой*, — параллельный пучок света после преломления в линзе образует расходящийся пучок лучей, продолжения которых пересекаются во втором главном фокусе (рис. 248б).

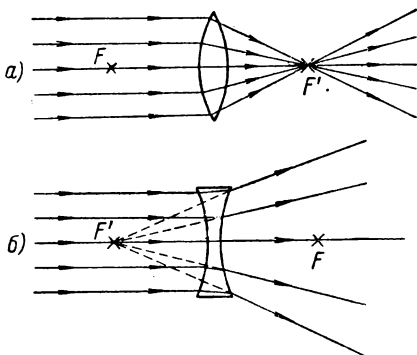


Рис. 248. Линзы: а — собирающая, б — рассеивающая.

Изображение, даваемое тонкой линзой, можно построить так же, как и в случае одной преломляющей поверхности, зная ход двух следующих лучей (рис. 249): 1) луча PM , параллельного оптической оси, который после преломления в линзе проходит через ее второй главный фокус F' ; 2) луча PN , проходящего через первый главный фокус F ; после преломления в линзе этот луч пойдет параллельно оптической оси.

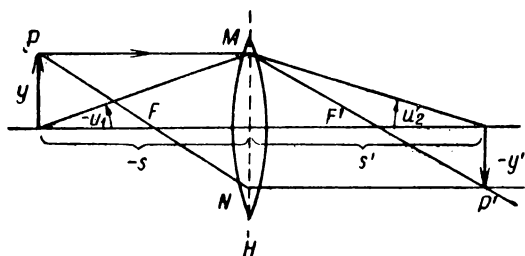


Рис. 249. Построение изображения, даваемого тонкой линзой.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \Phi,$$

где Φ — оптическая сила линзы.

Как будет показано в § 319, уравнение Лагранжа — Гельмгольца остается справедливым и для линзы. Это позво-

ляет связать линейное увеличение, даваемое линзой, с размерами отрезков s и s' . Из инварианта Лагранжа — Гельмгольца имеем

$$y' n'_2 u'_2 = y n_1 u_1.$$

Если линза находится в воздухе, то $n'_2 = n_1 = 1$ и из инварианта Лагранжа — Гельмгольца следует

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{u_1}{u'_2}.$$

Из рис. 249 видно, что $\frac{u_1}{u'_2} = \frac{s'}{s}$, откуда для линейного увеличения β получим

$$\beta = \frac{s'}{s}. \quad (8)$$

§ 319. Система центрированных поверхностей. Главные плоскости. Рассмотрим систему сферических поверхностей произвольных радиусов, разделяющих вещества с различными коэффициентами преломления. Систему назовем *центрированной*, если центры кривизны всех поверхностей лежат на одной прямой.

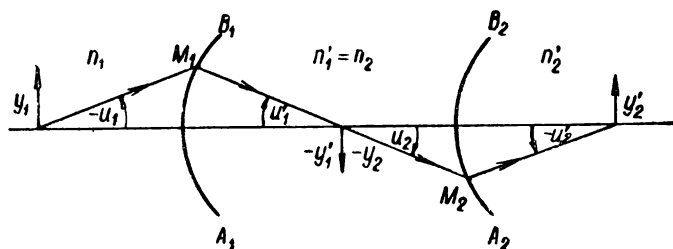


Рис. 250. Система центрированных преломляющих поверхностей.

Ограничимся по-прежнему рассмотрением параксиальных лучей. Преломление пучка света в системе мы можем проследить, рассматривая последовательно его преломление у отдельных сферических поверхностей. При этом изображение, даваемое каждой предыдущей поверхностью, будет служить объектом для последующей поверхности. Так как при преломлении у каждой из поверхностей, в пределах принятого приближения, гомоцентрический пучок останется гомоцентрическим, то и после прохождения через всю систему гомоцентризм пучка не нарушится. Отсюда следует, что в случае точечного объекта система дает в параксиальных лучах точечное изображение.

Можно показать, что для системы сохраняется применимость инварианта Лагранжа — Гельмгольца [формула (4) § 317]. Действительно, выделим в нашей системе две первые преломляющие поверхности A_1B_1 и A_2B_2 (рис. 250). Коэффициент преломления вещества левее поверхности A_1B_1 обозначим через n_1 и правее этой же

поверхности — через n'_1 . Также по отношению к поверхности A_2B_2 обозначим коэффициенты преломления обоих веществ, которые она разграничивает, через n_2 и n'_2 . Так как между обеими поверхностями лежит одно вещество, то

$$n'_1 = n_2. \quad (1)$$

Рассмотрим луч M_1M_2 , испытавший преломление у поверхности A_1B_1 и падающий на поверхность A_2B_2 . Обозначим углы, которые он составляет с оптической осью, через u'_1 и u_2 . Как видно из рис. 250:

$$u'_1 = u_2. \quad (2)$$

Наконец, обозначим длины объектов и изображений, рассматриваемых по отношению к поверхностям A_1B_1 и A_2B_2 , через y_1 , y_2 , y'_1 и y'_2 . Так как изображение, даваемое поверхностью A_1B_1 , служит по отношению к поверхности A_2B_2 объектом, то

$$y'_1 = y_2. \quad (3)$$

По отношению к каждой из поверхностей A_1B_1 и A_2B_2 мы можем написать инвариант Лагранжа — Гельмгольца:

$$n_1 y_1 u_1 = n'_1 y'_1 u'_1,$$

$$n_2 y_2 u_2 = n'_2 y'_2 u'_2.$$

Из этих двух равенств, воспользовавшись соотношениями (1), (2) и (3), получим

$$n_1 y_1 u_1 = n'_1 y'_1 u'_1 = n_2 y_2 u_2 = n'_2 y'_2 u'_2.$$

Такую же систему равенств можно написать и для последующих пар соседних поверхностей, кончая последней, которую мы обозначим k -й поверхностью; в результате получим

$$n_1 y_1 u_1 = n'_1 y'_1 u'_1 = n_2 y_2 u_2 = \dots = n'_k y'_k u'_k. \quad (4)$$

Пропуская все промежуточные члены этого равенства, найдем

$$n_1 y_1 u_1 = n'_k y'_k u'_k. \quad (4a)$$

Здесь y_1 — размеры объекта, лежащего перед системой, а y'_k — размеры изображения, возникающего после прохождения света через всю систему. Таким образом, равенство (4a) представляет собою инвариант Лагранжа — Гельмгольца по отношению к системе в целом.

Все прочие соотношения, справедливые по отношению к системе, можно также установить, рассматривая последовательное преломление лучей у отдельных поверхностей. Однако некоторые общие

свойства системы могут быть установлены и без такого детального рассмотрения.

Пусть дана система, состоящая из ряда центрированных сферических поверхностей (рис. 251). Прямая OO' , проходящая через центры кривизны всех поверхностей, является оптической осью системы. Рассмотрим падающий на систему луч PA , параллельный

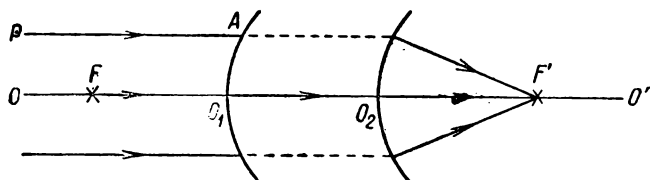


Рис. 251. Главные фокусы центрированной системы

оптической оси OO' . После прохождения через систему этот луч (или его продолжение) пересечет оптическую ось в некоторой точке F' . Луч, идущий вдоль оптической оси, пройдет через всю систему без преломлений, так как на каждую из преломляющих поверхностей он упадет нормально. Следовательно, два луча PA и OO' после прохождения через систему пересекаются в точке F' . В силу того, что система сохраняет для параксиальных лучей гомоцентрический пучок гомоцентрическим, все лучи, параллельные оптической оси, после преломления пересекутся в той же точке F' .

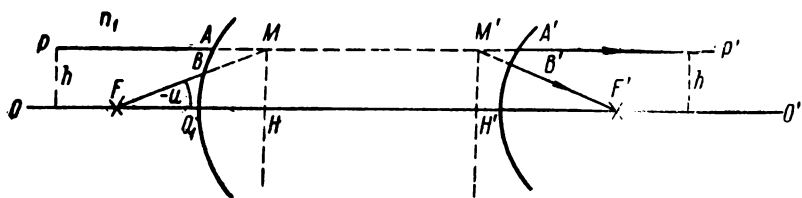


Рис. 252. Главные плоскости MH и $M'H'$ системы.

Аналогичным рассуждением мы установим существование точки F , обладающей тем свойством, что лучи, исходящие из нее, после преломления в системе образуют пучок лучей, параллельных оптической оси. Точки F и F' являются главными фокусами системы. Таким образом, система центрированных преломляющих поверхностей обладает, как и одна поверхность, двумя главными фокусами.

Рассмотрим снова луч PA , параллельный оптической оси OO' (рис. 252); пусть он проходит на некотором произвольном расстоянии h от оптической оси. После преломления он образует луч $B'F'$, проходящий через второй главный фокус F' системы. Любой луч,

проходящий через первый главный фокус системы F , после преломления даст луч, параллельный оптической оси. Расстояние между этим лучом и оптической осью OO' зависит от наклона луча FB . Всегда можно выбрать такой наклон луча FB , чтобы соответствующий ему луч $A'P'$ проходил на расстоянии h от оси. Лучи PA и FB (или их продолжения) пересекаются в некоторой точке M , а лучи $A'P'$ и $B'F'$ — в точке M' . Положение точек M и M' определяется соответственно ходом лучей до их падения на рассматриваемую систему и после выхода из системы. Для нахождения этих точек нет надобности знать ход лучей внутри системы и поэтому на рис. 252 лучи внутри системы не даны: пунктирные линии изображают лишь продолжения лучей, идущих вне системы.

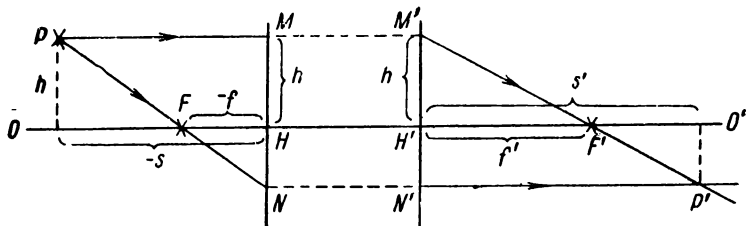


Рис. 253. Построение изображения, даваемого системой, заданной главными плоскостями MH и $M'H'$ и главными фокусами F и F' .

Точки M и M' лежат на одинаковом расстоянии h от оптической оси системы. Проведем через точки M и M' плоскости, перпендикулярные к оптической оси OO' ; эти плоскости называются *главными плоскостями системы*. Точки H и H' пересечения главных плоскостей с оптической осью носят название *главных точек системы*. Так как точки M и M' являются местами пересечения одной и той же пары лучей (или их продолжений), то они представляют собою сопряженные точки системы. Отсюда вытекает следующее определение главных плоскостей; *главными плоскостями системы являются две такие сопряженные плоскости, сопряженные точки которых лежат на одинаковом расстоянии h от оптической оси*.

Если известно положение главных плоскостей и главных фокусов системы, то по заданному положению объекта можно найти положение изображения, даваемого системой. Действительно, пусть система задана своими главными плоскостями H и H' и главными фокусами F и F' (рис. 253). Будем отсчитывать расстояния, определяющие положения объекта, его изображения, а также главных фокусов соответственно от первой и второй главных плоскостей. На рис. 253 положение точечного объекта определяется отрезком

$MP = -s$. Луч PM , параллельный оптической оси, после преломления в системе пройдет через второй главный фокус F' . По указанному свойству главных плоскостей этот луч (или его продолжение) пересечет вторую главную плоскость в точке M' , отстоящей от оптической оси на том же расстоянии $h = H'M'$, на каком отстоит от оси точка M . В качестве второго луча, исходящего из объекта, рассмотрим луч, проходящий через первый главный фокус F . Этот луч (или его продолжение) пересечет первую главную плоскость в точке N и вторую главную плоскость — в точке N' , равноотстоящих от оптической оси. После преломления в системе луч PN образует луч $N'P'$, параллельный оптической оси. Место пересечения лучей $M'P'$ и $N'P'$ определит положение изображения P' .

Из треугольников NPM и NFH имеем

$$\frac{HF}{MP} = \frac{NH}{NM},$$

но $MP = -s$ и $HF = -f$, где f — первое главное фокусное расстояние системы, в результате чего получаем

$$\frac{f}{s} = \frac{NH}{NM}. \quad (5)$$

Также из треугольников $M'P'N'$ и $M'H'F'$ имеем

$$\frac{f'}{s'} = \frac{M'H'}{M'N'}. \quad (6)$$

Складывая равенство (5) и (6) почленно, найдем

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = \frac{M'H'}{M'N'} + \frac{NH}{NM}. \quad (7)$$

По указанному выше свойству главных плоскостей:

$$M'N' = NM \quad \text{и} \quad NH = M'N' - M'H';$$

в силу этих соотношений равенство (7) примет вид:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = \frac{M'H' + NH}{M'N'} = \frac{M'N'}{M'N'}.$$

Окончательно

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1. \quad (8)$$

Равенство (8) позволяет по заданному положению объекта (задано s) найти положение изображения, если известны главные фокусные расстояния системы и расположение ее главных плоскостей. Равенство (8) совпадает с равенством (46) § 316, относящимся к одной преломляющей поверхности. Аналогично можно показать, что для системы сохраняются и прочие соотношения, выведенные нами в § 316 и 317 для одной преломляющей поверхности, если для

системы все те расстояния, которые для одной преломляющей поверхности отсчитываются от ее вершины, отсчитывать от главных плоскостей. Покажем, например, что для линейного увеличения системы β мы получим выражение, совпадающее с выражением (2а) § 317. Обозначим, так же как в § 317, расстояния объекта и изображения соответственно от первого и второго главных фокусов

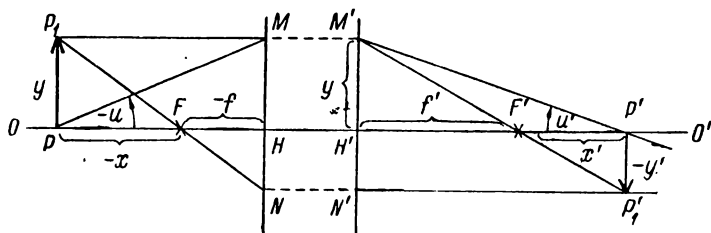


Рис. 254. К выводу выражения для линейного увеличения, даваемого системой.

через x и x' . Пусть y — длина объекта (рис. 254), а y' — длина его изображения. Тогда из треугольников $P_1P_1'F'$ и $H'M'F'$ имеем:

$$\frac{-y'}{M'H'} = \frac{x'}{f'}.$$

По основному свойству главных плоскостей $M'H' = y$, откуда для линейного увеличения β получаем:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'}. \quad (9)$$

Также из треугольников PP_1F и HNF найдем второе выражение для β :

$$\beta = -\frac{f}{x}. \quad (9a)$$

Из сравнения равенств (9) и (9а) вытекает, что по отношению к системе справедлива формула Ньютона:

$$xx' = ff'.$$

Рассмотрим случай, когда объект лежит в первой главной плоскости. Тогда $x = -f$ и из формулы Ньютона получаем $x' = -f'$, т. е. что изображение попадает во вторую главную плоскость. Из формулы (9) при этом имеем: $\beta = +1$. Таким образом, мы приходим еще к одному определению главных плоскостей: *главные плоскости являются сопряженными плоскостями системы, которым соответствует линейное увеличение, равное +1.*

Для одной преломляющей поверхности фокусные расстояния отсчитываются от ее вершины. Отсюда из условий, определяющих положение главных плоскостей ($x = -f$ и $x' = -f'$), вытекает: *для одной преломляющей поверхности обе главные плоскости совпадают друг с другом и совпадают с плоскостью, касательной к преломляющей поверхности в ее вершине.*

§ 320. Положение главных фокусов и главных плоскостей системы. Центрированная система задана, если заданы радиусы кривизны преломляющих поверхностей, расстояния между ними и коэффициенты преломления всех веществ, разграничиваемых поверхностями. Главные плоскости каждой преломляющей поверхности, по сказанному в предыдущем параграфе, совпадают с касательной

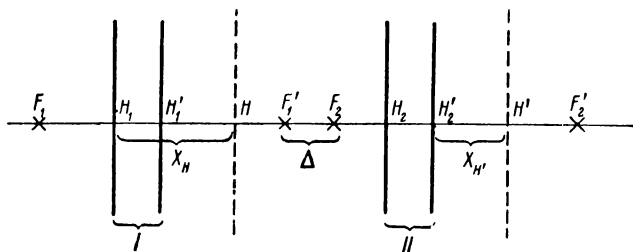


Рис. 255. Положение главных плоскостей и главных фокусов центрированной системы.

плоскостью, проведенной через вершину этой поверхности. Главные фокусные расстояния отдельных преломляющих поверхностей могут быть вычислены по формулам (7) и (8) § 316. По этим данным можно найти положение главных плоскостей и главных фокусов всей системы.

Пусть две центрированные системы *I* и *II* (рис. 255) заданы каждая своими главными плоскостями и своими главными фокусными расстояниями f_1 , f'_1 и f_2 , f'_2 . Расположение этих двух систем друг относительно друга определим расстоянием Δ между вторым главным фокусом F'_1 системы *I* и первым главным фокусом F_2 системы *II*. Последовательно рассматривая прохождение луча через обе системы, можно найти главные фокусные расстояния f и f' образуемой ими системы и положение ее главных плоскостей (см. мелкий шрифт). Для главных фокусных расстояний получаем

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}, \quad f' = \frac{f'_1 f'_2}{\Delta}. \quad (1)$$

Положение первой главной плоскости H всей системы определится отрезком X_H , отсчитанным от первой главной плоскости системы I (рис. 255):

$$X_H = f_1 \frac{\Delta + f'_1 - f_2}{\Delta}. \quad (2)$$

Также положение второй главной плоскости всей системы определится отрезком

$$X_{H'} = f'_2 \frac{\Delta + f'_1 - f_2}{\Delta}, \quad (3)$$

отсчитанным от второй главной плоскости системы II .

Поскольку главные плоскости и главные фокусы отдельных преломляющих поверхностей известны, можно путем последовательного применения формул (1), (2) и (3) найти главные плоскости и главные фокусы любой сложной центрированной системы.

Рассмотрим ряд частных случаев.

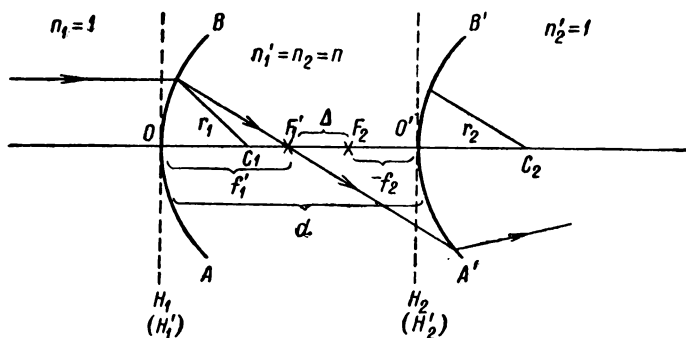


Рис. 256. Нахождение главных фокусов и главных поверхностей толстой линзы.

1. Толстая линза. Пусть толстая линза ограничена двумя сферическими поверхностями AB и $A'B'$ (рис. 256) с радиусами кривизны r_1 и r_2 , отстоящими друг от друга на расстоянии d . Коэффициент преломления вещества, заключенного между поверхностями AB и $A'B'$, обозначим через n . Пусть линза находится в воздухе, для которого коэффициент преломления будем считать равным единице. Главные плоскости первой и второй преломляющих поверхностей совпадают с плоскостями, касательными к преломляющим поверхностям в точках O и O' (отмечены на рис. 256 пунктиром).

Сравним между собою первое и второе главные фокусные расстояния линзы. Воспользовавшись формулой (9) § 316, получим для первой и второй сферических поверхностей:

$$\frac{f'_1}{f_1} = -\frac{n'_1}{n_1} = -n, \quad \frac{f'_2}{f_2} = -\frac{n'_2}{n_2} = -\frac{1}{n},$$

откуда следует

$$\frac{f'_1 f'_2}{f_1 f_2} = \frac{n'_1 n'_2}{n_1 n_2} = \frac{n}{n} = 1.$$

На основании этого равенства и формулы (1) заключаем, что первое и второе главные фокусные расстояния линзы (окруженной однородной средой) равны по величине и отличаются знаком:¹

$$f = -f'.$$

В соответствии с определением оптической силы преломляющей поверхности [формула (10) § 316] под оптической силой линзы (или центрированной системы линз), находящейся в однородном веществе с показателем преломления n_0 , подразумевается величина:

$$\Phi = \frac{n_0}{f'} = -\frac{n_0}{f}.$$

В нашем случае $n_0 = n_1 = n'_2 = 1$ и

$$\Phi = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}.$$

Найдем оптическую силу Φ линзы. По формуле (1)

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}.$$

Из рис. 256 имеем

$$\Delta = d - f'_1 + f_2, \quad (4)$$

откуда для оптической силы линзы находим

$$\Phi = \frac{1}{f'} = -\frac{\Delta}{f'_1 f'_2} = -\frac{d - f'_1 + f_2}{f'_1 f'_2}$$

или

$$\Phi = -\frac{f_2}{f'_1 f'_2} + \frac{1}{f'_2} - \frac{d}{f'_1 f'_2}.$$

¹ Равенство $f = -f'$, где f и f' — главные фокусные расстояния, имеет место не только для линзы, но и для любой центрированной системы линз, помещенной в однородную среду. В этом легко убедиться, используя формулы (6) и (6а) и учтя, что для линзы любого номера k имеет место равенство $f_k = -f'_k$.

По сказанному,

$$\frac{f_2}{f'_2} = -\frac{n_2}{n'_2} = -n.$$

Подставляя это значение f_2/f'_2 в выражение для Φ , получим

$$\Phi = \frac{n}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{d}{f'_1 f'_2},$$

но $\frac{n}{f'_1} = \Phi_1$ и $\frac{1}{f'_2} = \Phi_2$, где Φ_1 и Φ_2 — оптические силы первой и второй преломляющих поверхностей линзы. Воспользовавшись этими соотношениями, окончательно получим для оптической силы толстой линзы Φ :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2. \quad (5)$$

Для определения положения первой главной плоскости толстой линзы воспользуемся формулой (2). Подставляя в нее вместо Δ его значение по (4), получим

$$X_H = f_1 \frac{d}{\Delta},$$

что перепишем в виде

$$X_H = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \frac{d}{f_2}.$$

Величина $f_1 f_2 / \Delta$, по (1), равна первому главному фокусному расстоянию линзы, откуда получим

$$X_H = f \frac{d}{f_2}.$$

Замечая, что $f = -\frac{1}{\Phi}$, где Φ — оптическая сила линзы, и $\frac{1}{f_2} = -\frac{\Phi_2}{n}$, получим для X_H следующее окончательное выражение:

$$X_H = \frac{d}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi}. \quad (6)$$

Величина X_H представляет собою расстояние, отсчитанное от вершины линзы O до ее первой главной плоскости.

Аналогично найдем положение второй главной плоскости линзы. Из (3) имеем:

$$X_{H'} = f'_2 \frac{d}{\Delta}, \quad \text{или} \quad X_{H'} = \frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \frac{d}{f'_1}.$$

Воспользовавшись формулой (1), перепишем это выражение в виде

$$X_{H'} = -f' \frac{d}{f'_1}.$$

Замечая, что $f' = \frac{1}{\Phi}$ и $f'_1 = \frac{n}{\Phi_1}$, получим следующее окончательное выражение для $X_{H'}$:

$$X_{H'} = -\frac{d}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi}. \quad (6a)$$

Величина $X_{H'}$ дает расстояние до второй главной плоскости линзы, отсчитанное от ее вершины O' .

На рис. 257 приведено положение главных плоскостей H и H' двояковыпуклой толстой линзы, вычисленное по формулам (6) и (6a). Как видно, обе плоскости лежат внутри линзы и, при неравенстве радиусов кривизны r_1 и r_2 , несимметрично по отношению к ее

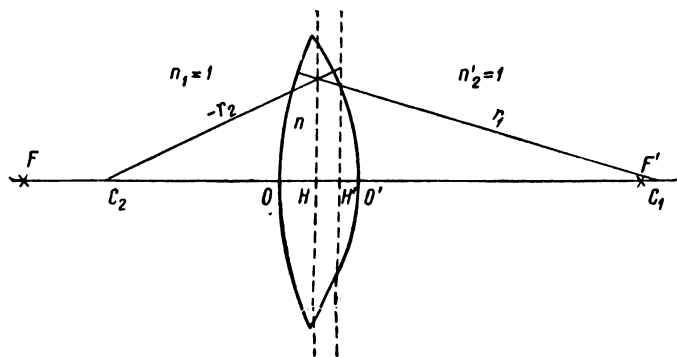


Рис. 257. Положение главных плоскостей двояковыпуклой толстой линзы.

поверхностям. Оба главных фокусных расстояния f и f' численно равны друг другу, но так как их надо отсчитывать от соответственных главных плоскостей, то первый и второй главные фокусы лежат не на одинаковом расстоянии от вершин линзы O и O' .

Аналогично можно найти положение главных плоскостей и главных фокусов толстых линз любой формы. На рис. 258 приведены случаи двояковогнутой линзы (а), плосковыпуклой (б), менисковых линз — положительной (в) и отрицательной (г).

Для тонкой линзы расстояние между ее поверхностями можно приближенно положить равным нулю, тогда формула (5) дает:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2,$$

т. е. мы получаем уже найденный нами раньше результат (§ 318), что оптическая сила тонкой линзы равна сумме оптических сил ее поверхностей.

Оптическая сила линз измеряется в *диоптриях*, причем оптической силой в одну диоптрию обладает линза с главным фокусным расстоянием 1 м.

2. Две тонкие линзы на конечном расстоянии друг от друга. Рассмотрим две тонкие линзы с оптическими силами Φ_1 и Φ_2 на расстоянии d друг от друга (рис. 259). На основании сказанного выше мы можем рассматривать каждую из линз как одну преломляющую поверхность с той же оптической силой, какой обладает линза. Считая, что линзы находятся в воздухе (коэф-

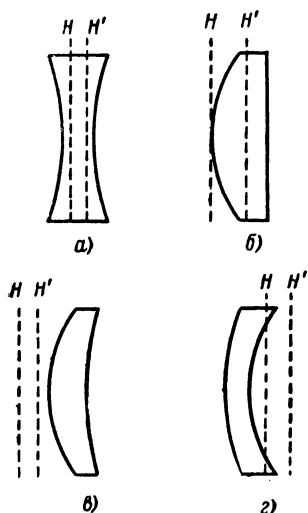


Рис. 258. Положение главных плоскостей линз: а — двояковогнута; б — плосковыпуклой; в — положительного мениска; г — отрицательного мениска.

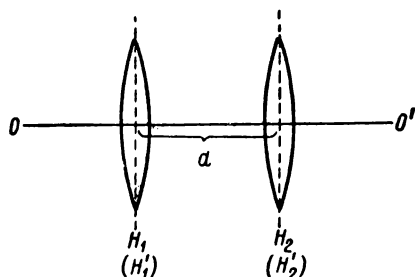


Рис. 259. Две тонкие линзы.

фициент преломления равен единице), мы получим по формуле (5) для оптической силы Φ системы, образованной обеими тонкими линзами:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2. \quad (7)$$

Также по формулам (6) и (6а) находим величины X_I и $X_{H'}$, определяющие положение главных плоскостей системы:

$$X_H = d \frac{\Phi_2}{\Phi}, \quad X_{H'} = -d \frac{\Phi_1}{\Phi}. \quad (8)$$

Величина X_H должна быть отсчитана от первой линзы, а $X_{H'}$ — от второй линзы.

В качестве примера рассмотрим так называемый окуляр Гюйгенса, состоящий из двух положительных тонких линз (рис. 260), фокусное расстояние одной из которых равно a , другое вдвое больше:

$$f'_2 = a, \quad f'_1 = 3a.$$

Расстояние между линзами d равно $2a$.

Определим положения главных плоскостей и главных фокусов этой системы.

Для оптических сил обеих линз имеем

$$\Phi_1 = \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{3a}, \quad \Phi_2 = \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{a}.$$

Оптическая сила всей системы по (7) равна

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 = \frac{1}{3a} + \frac{1}{a} - \frac{2a}{3a^2} = \frac{2}{3a}.$$

Отсюда получаем, что фокусные расстояния системы равны

$$f' = -f = \frac{1}{\Phi} = \frac{3}{2}a.$$

Положения главных плоскостей системы находим по формулам (8):

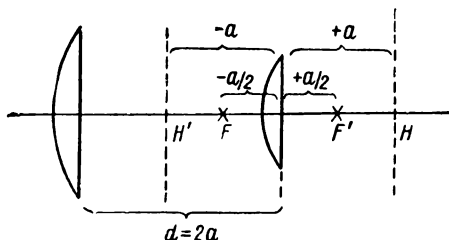


Рис. 260. Окуляр Гюйгенса

$$X_H = d \frac{\Phi_2}{\Phi} = 2a \frac{3a}{2a} = 3a,$$

$$X_{H'} = -d \frac{\Phi_1}{\Phi} = -2a \frac{3a}{2 \cdot 3a} = -a.$$

Из этих выражений видно, что первая главная плоскость H лежит вне системы правее второй линзы на расстоянии a от нее; вторая главная плоскость H' лежит посередине между линзами.

Главные фокусы, как легко видеть, расположены симметрично относительно второй линзы на равных расстояниях $+a/2$ и $-a/2$ от нее.

Для нахождения главных плоскостей и главных фокусов сложной системы, рассмотрим луч P_1M_1 (рис. 261), идущий параллельно оптической оси OO' на расстоянии h от нее. Продолжение этого луча пересечет вторую главную плоскость системы I в точке M'_1 , лежащей также на расстоянии h от оптической оси OO' . После преломления в системе I этот луч пересечет оптическую ось в точке F'_1 , которая является вторым главным фокусом системы I , и упадет на первую главную плоскость системы II в некоторой точке N_2 . Пусть расстояние точки N_2 от оптической оси OO' равно h' . По свойству главных плоскостей этот луч (или его продолжение) пересечет вторую главную плоскость системы II в точке N'_2 , лежащей также на расстоянии h' от оси OO' . После этого он пересечет оптическую ось OO' в некоторой точке F' , отстоящей от второго главного фокуса системы II на расстоянии x'_2 . Точка F' является вторым главным фокусом всей системы, так как в этой точке пересекаются два луча, бывших до падения на систему параллельными друг другу: луч P_1M_1 и луч ON_1 , идущий вдоль оси OO' .

Положения второго главного фокуса F' и второй главной плоскости всей системы мы можем найти из следующих соображений: луч P_1M_1 должен пересекать первую главную плоскость всей системы на расстоянии h от оптической оси OO' ; следовательно, после преломления во всей системе этот луч должен пересечь и вторую главную плоскость всей системы на том

же расстоянии h от оси OO' . Найдем на луче $N_2'F'$ такую точку M' , которая лежала бы от оптической оси OO' на расстоянии h . Тогда плоскость $M'H'$, перпендикулярная к оси OO' , и явится второй главной плоскостью всей системы. Расстояние f' от точки H' до точки F' представит собою второе главное фокусное расстояние всей системы.

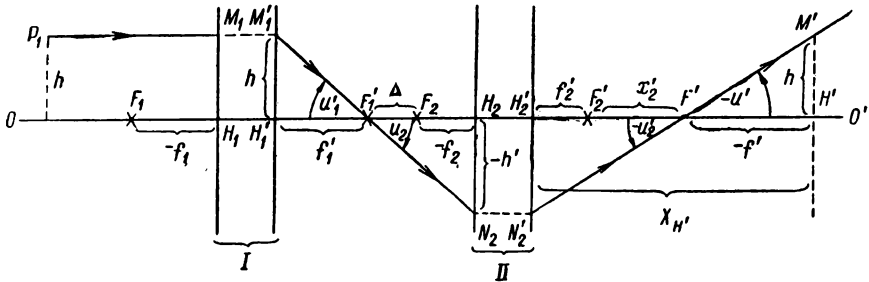


Рис. 261. Сложение двух центрированных систем.

Для нахождения f' введем в рассмотрение углы u_1' , u_2 , u_2' и u_1' , под которыми луч $P_1M_1M_1'N_2N_2'F'M'$ пересекает оптическую ось OO' . Из рис. 261 видно, что

$$u_1' = u_2, \quad u' = u_2',$$

откуда находим следующее соотношение между этими четырьмя углами:

$$\frac{u_1'}{u'} = \frac{u_2}{u_2'}. \quad (9)$$

Далее, из рис. 261 имеем

$$h = u_1' f_1' = u' f', \\ -h' = u_2 (\Delta - f_2) = (-u_2') (x_2' + f_2').$$

Из этих двух равенств получаем

$$\frac{u_1'}{u'} = \frac{f'}{f_1'}, \quad (10)$$

$$\frac{u_2}{-u_2'} = \frac{x_2' + f_2'}{\Delta - f_2}. \quad (11)$$

Равенства (10) и (11), на основании соотношения (9) между углами, дают следующее выражение для второго главного фокусного расстояния системы f' :

$$f' = -f_1' \frac{x_2' + f_2'}{\Delta - f_2}. \quad (12)$$

Чтобы получить окончательное выражение для f' остается исключить из (12) величину x_2' . Для этого заметим, что по отношению к системе II точки

F'_1 и F' являются сопряженными. Их положения, отсчитанные соответственно от первого и второго главных фокусов системы II , определяются отрезками Δ и x'_2 , поэтому по формуле Ньютона имеем

$$(-\Delta)(x'_2) = f_2 f'_2,$$

откуда получаем

$$x'_2 = -\frac{f_2 f'_2}{\Delta}. \quad (13)$$

Подставляя это значение x'_2 в (12), найдем для второго главного фокусного расстояния системы f' следующее выражение:

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}. \quad (14)$$

Путем совершенно аналогичного рассуждения, рассматривая луч, который после преломления в системе становится параллельным оптической оси, мы найдем для первого главного фокусного расстояния системы:

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}. \quad (14a)$$

Положение второй главной плоскости всей системы $H'M'$ определим по отношению ко второй главной плоскости системы II . Тогда положение второй главной плоскости системы $H'M'$ определится отрезком $H'_2 H'$, который мы обозначим через $X_{H'}$. Из рис. 261 имеем

$$X_{H'} = f'_2 + x'_2 - f'.$$

Подставляя сюда значения x'_2 и f' по (13) и (14), найдем

$$X_{H'} = f'_2 \frac{\Delta + f'_1 - f_2}{\Delta}. \quad (15)$$

Аналогично найдем, что положение первой главной плоскости всей системы относительно первой главной плоскости системы I определится отрезком:

$$X_H = f_1 \frac{\Delta + f'_1 - f_2}{\Delta}. \quad (15a)$$

Формулы (6), (6a) и (7), (7a) совпадают с формулами (1), (2) и (3), приведенными в основном тексте.

§ 321. Телескопическая система. Телескопической называется центрированная система, образованная двумя системами I и II (рис. 262), расположенными так, что второй главный фокус F'_1 системы I совпадает с первым главным фокусом F_2 системы II . В этом случае $\Delta = 0$, и по формулам, выведенным в § 320, получается, что главные фокусы и главные плоскости телескопической системы лежат в бесконечности; ее оптическая сила Φ равна нулю. Параллельный пучок лучей, падающий на телескопическую систему, выходит из нее в виде параллельного пучка.

Для построения изображения, даваемого телескопической системой, неприменим способ, указанный нами в § 319. Для того чтобы найти изображение, даваемое телескопической системой, воспользуемся следующим построением. Пусть телескопическая система (рис. 263)

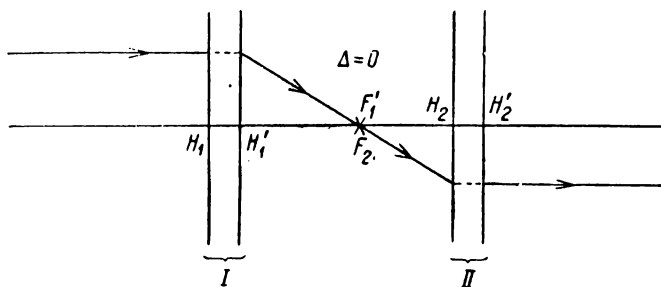


Рис. 262. Телескопическая система.

задана положением главных плоскостей H_1 , H'_1 и H_2 , H'_2 и главных фокусов F_1 , F'_1 и F_2 , F'_2 систем I и II , из которых она составлена.

Рассмотрим случай, когда объект u расположен между системой I и ее первым главным фокусом F_1 .

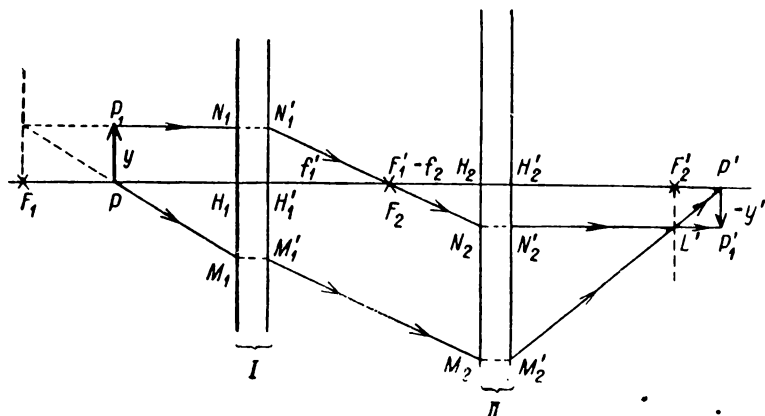


Рис. 263. Построение изображения, даваемого телескопической системой.

Проведем через первый главный фокус F_1 системы I плоскость, перпендикулярную к оптической оси. Назовем эту плоскость главной фокальной плоскостью системы I (на рис. 263 она отмечена пунктиром). Точечный источник, расположенный в любом месте главной фокальной плоскости, дает после преломления лучей в системе I

параллельный пучок лучей, составляющих определенный угол с оптической осью.

Рассмотрим два луча, исходящих из объекта u , выбрав их так, чтобы направления лучей после преломления в телескопической системе могли быть найдены. В качестве одного из таких лучей выберем луч P_1N_1 , параллельный оптической оси. После преломления в системе I он пройдет через ее второй главный фокус F'_1 и упадет на первую главную плоскость H_2 системы II в некоторой точке N_2 . Так как второй главный фокус F'_1 системы I одновременно является первым главным фокусом системы II , то луч $N'_1F'_1N_2$ после преломления в системе II пойдет параллельно оптической оси.

В качестве второго луча выберем луч PM_1 , проведенный в таком направлении, чтобы его продолжение пересекалось с продолжением луча P_1N_1 в точке L , лежащей на главной фокальной плоскости F_1 . Тогда луч LPM_1 после преломления в системе I даст луч M'_1M_2 , параллельный лучу N'_1N_2 . Это обстоятельство позволит нам найти направление луча, возникающего из луча M'_1M_2 после преломления в системе II . Действительно, так как лучи M'_1M_2 и N'_1N_2 параллельны друг другу, то после преломления в системе II они должны пересечься в точке L' , лежащей в главной фокальной плоскости F'_2 . Таким образом, мы находим направление луча M'_2L' , возникшего из луча PM_1 после преломления во всей телескопической системе. Этот луч M'_2L' пересечет оптическую ось в точке P' , которая явится изображением точки P . Изображение второй точки рассматриваемого объекта, а именно точки P_1 , легко найти из того соображения, что оно должно лежать на пересечении с лучом N'_2L' прямой y' , проведенной через точку P' перпендикулярно к оптической оси. Точка P'_1 , являющаяся местом пересечения этих прямых, является изображением точки P_1 . Изображением всего объекта u является отрезок — y' .

Из рис. 263 легко определить линейное увеличение β , даваемое телескопической системой. Заметив, что по построению $y = H'_1N'_1$ и $-y' = H_2N_2$, получим

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{H_2N_2}{H'_1N'_1}.$$

Далее, из треугольников $H'_1N'_1F'_1$ и $H_2N_2F'_1$ имеем

$$\frac{H_2N_2}{H'_1N'_1} = \frac{-f_2}{f'_1},$$

где f'_1 и f_2 — соответственно второе главное фокусное расстояние системы I и первое главное фокусное расстояние системы II . В ре-

зультате для линейного увеличения телескопической системы получаем

$$\beta = \frac{f_2}{f_1'};$$

если системы находятся в воздухе, то $f_2 = -f_2'$ и

$$\beta = -\frac{f_2'}{f_1'}, \quad 1)$$

где f_2' — второе главное фокусное расстояние системы II. Из формулы (1) видно, что линейное увеличение телескопической системы определяется только отношением главных фокусных расстояний образующих ее систем и не зависит от положения объекта. Где бы ни находились объект и его изображение, линейное увеличение данной телескопической системы имеет одно и то же значение.

Угловое увеличение телескопической системы γ найдем на основании формулы (6) § 317. по которой:

$$\gamma = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta}. \quad (2)$$

Если наша телескопическая система находится в воздухе, то $n = n' \cong 1$, и по (2) и (1):

$$\gamma = -\frac{f_1'}{f_2'}, \quad (3)$$

т. е. угловое увеличение телескопической системы по численному значению тем больше, чем больше главное фокусное расстояние первой системы и чем меньше главное фокусное расстояние второй системы.

§ 322. Погрешности оптических систем и методы их устранения. До сих пор мы ограничивались рассмотрением параксиальных лучей, т. е. лучей, составляющих малые углы u с оптической осью. В этих случаях точечный объект с достаточно хорошим приближением дает точечное изображение. Однако малые значения углов u вынуждают ограничиваться световыми пучками, заключенными в пределах узких телесных углов. Узость же световых пучков, как мы увидим в § 325, ведет к тому, что освещенности в пределах изображения малы. Поэтому с практической точки зрения представляет интерес переход к относительно широким телесным углам, т. е. отказ от ограничения лучей условием их параксиальности. Но в результате такого отказа гомоцентрический пучок лучей после преломления в системе перестает быть гомоцентрическим и изображение объекта конечных размеров приобретает ряд недостатков. Рассмотрим кратко эти недостатки и возможности их устранения.

Возьмем одну линзу с положительной оптической силой. С помощью непрозрачного экрана AB (рис. 264а) с круглым отверстием (круглой *диафрагмы*) выделим параксиальный пучок лучей от точечного источника P . Пусть он пересечется в точке P' , отстоящей на расстоянии s' от линзы. Заменяем теперь круглую диафрагму диафрагмой с кольцевым отверстием CD, EG (рис. 264б). Эта диафрагма

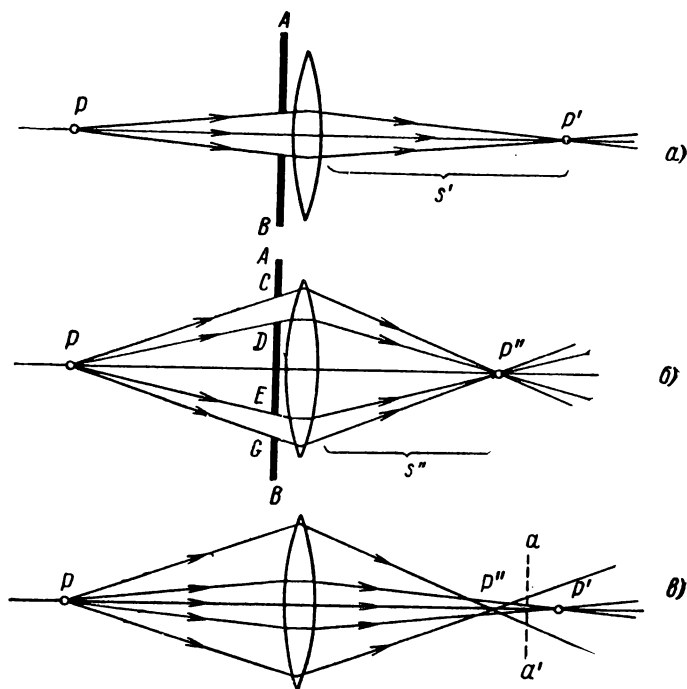


Рис. 264. Возникновение сферической абберации:
фокус параксиальных лучей (а) лежит дальше фокуса краевых лучей (б)

выделит от точечного источника P пучок краевых лучей, заключенный между конусами DPC и CPE . Краевые лучи относительно сильнее преломляются в линзе и при прежнем положении источника P его изображение P'' окажется на расстоянии от линзы s'' , меньшем расстояния s' . Расстояние $\delta s = s'' - s'$ называется *продольной сферической абберацией*. Наличие продольной сферической абберации ведет к размытию изображения. В самом деле, если от источника P (рис. 264в) на линзу падает широкий пучок лучей, то лучи, составляющие разные углы u с оптической осью, пересекут ее после преломления в разных точках. Сечение преломленного пучка любой

плоскостью aa' приобретает вид кружка конечных размеров. Размеры этого кружка будут наименьшими в некоторой средней точке между фокусами P'' и P' краевых и параксиальных лучей.

Для положительной линзы продольная сферическая aberrация $\delta s = s'' - s'$ отрицательна.

Для линзы с отрицательной оптической силой краевые лучи преломляются относительно меньше параксиальных, фокус краевых лучей лежит дальше от линзы, чем фокус лучей параксиальных, и продольная сферическая aberrация $\delta s = s'' - s'$ положительна. Это обстоятельство позволяет исправлять сферическую aberrацию оптических систем путем комбинирования положительных и отрицательных линз с продольной aberrацией разных знаков.

На рис. 265 представлена система из двух линз (на рисунке изображены лишь половины этих линз), одна из которых положительная, а другая отрицательная. Оптические силы этих линз подобраны так, что образованная ими сложная линза имеет положительную оптическую силу. Справа на рис. 265 дан график продольной сферической aberrации δs рассматриваемой сложной линзы для лучей, проходящих через линзу на разных расстояниях h от оптической оси. Для краевых лучей продольная aberrация скомпенсирована полностью, для средних лучей имеется небольшая остаточная aberrация.

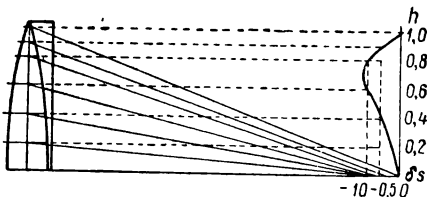


Рис. 265. Сложная линза, исправленная на сферическую aberrацию.

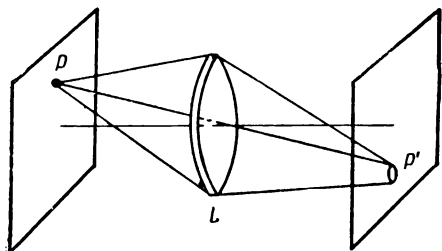


Рис. 266. Кома.

может еще сохраниться для точечных объектов, лежащих вне оси системы. Сечение внеосевого пучка плоскостью, перпендикулярной к оптической оси (рис. 266), представляет собою вытянутое пятно, несколько напоминающее по виду комету с хвостом. Поэтому aberrация во внеосевых пучках носит название *комы* от греческого слова *кома*, что означает прядь волос, а также комету („волосатая звезда“).

Кома у системы с исправленной сферической aberrацией отсутствует, если удовлетворено так называемое *условие синусов*,

сводящееся к следующему:

$$ny \sin u = n'y' \sin u' \quad (1)$$

(см. мелкий шрифт в конце параграфа).

Пучки, преломленные оптической системой, кроме указанных аберраций, обладают еще обычно *астигматизмом* (§ 314). Астигматизм сохраняется и для узких пучков, если эти пучки внеосевые. Такие астигматические пучки дают две фокальные линии (рис. 267) —

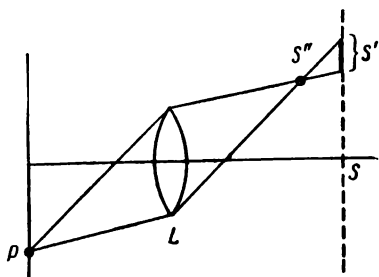


Рис. 267. Астигматизм внеосевых пучков.

линию S' , лежащую в плоскости чертежа (фокальная линия сагиттальных сечений), и линию S'' , перпендикулярную к плоскости чертежа (фокальная линия меридиональных сечений). Расстояние между обеими фокальными линиями $S'S''$ дает астигматическую разность. При наличии астигматизма изображение точечного объекта имеет вид либо короткой черточки, либо размытого кружка (между обеими фокальными линиями).

Наличие астигматизма особенно ярко проявляется при получении изображения от объекта, имеющего вид радиальных линий и ряда концентрических окружностей, лежащих в плоскости, перпендикулярной к оптической оси системы. Центры окружностей совпадают с оптической осью системы. Изображение наблюдается на экране, также перпендикулярном к оптической оси. Если экран расположить в плоскости фокусов меридиональных сечений (фокальных линий S''), то получится картина, изображенная на рис. 268а. Окружности будут изображены резко, так как фокальные линии, налагаясь друг на друга, не исказят их вида, изображение же радиусов окажется размытыми и тем сильнее, чем дальше лежат точки радиусов от центра. Если экран расположить в плоскости фокусов сагиттальных сечений (фокальных линий S'), то получится картина, изображенная на рис. 268б. В этом случае изображения радиусов резки, изображения же окружностей размыты; чем дальше расположена окружность от центра, тем сильнее она размыта.

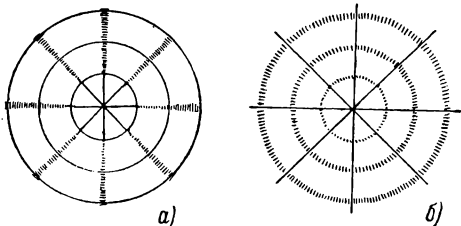


Рис. 268. Искажение изображения в результате астигматизма: а — в фокусе меридиональных сечений; б — в фокусе сагиттальных сечений.

Астигматизм системы может быть исправлен посредством соот-

ветственного подбора радиусов кривизны преломляющих поверхностей и их оптических сил. Системы, исправленные на астигматизм, носят название *анастигматов*.

Кроме указанных трех недостатков оптических систем: абберации, комы и астигматизма, существуют еще и другие недостатки, а именно, *кривизна поля изображения* и *дисторсия*. Кривизна поля заключается в том, что объекту в виде плоскости, перпендикулярной к оси системы, соответствует изображение в виде части кривой поверхности. *Дисторсия* представляет собою искажение, вызванное неодинаковостью линейного увеличения в пределах всего поля изображения. В результате дисторсии нарушается геометрическое подобие между объектом и его изображением. Если объектом является сетка с квадратными ячейками, расположенная в плоскости, перпендикулярной к оптической оси (рис. 269а), то изображение представит собою

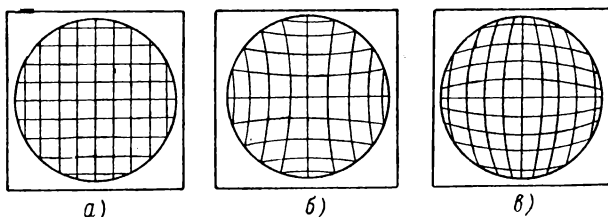


Рис. 269. Дисторсия.

сетку, образованную системой кривых линий. Если увеличение растёт по мере удаления от оптической оси, то изображение примет вид, представленный на рис. 269б, а если увеличение убывает при удалении от оси, — то вид, представленный на рис. 269в. В большинстве приборов, предназначенных для визуальных наблюдений, дисторсия не имеет большого значения, но в тех случаях, когда изображение используется для точных измерений (геодезические измерения, аэрофотосъёмка и т. д.), необходимо иметь системы, исправленные в отношении дисторсии.

По принципу Ферма (§ 253) световой луч, распространяющийся между двумя точками, удовлетворяет условию, что длина его оптического пути экстремальна. Между двумя точками возможно прохождение нескольких лучей только в том случае, если длины их оптических путей одинаковы. Поэтому, если линза даёт точное изображение P' точного объекта P (рис. 270), то это возможно только при условии, что оптические длины всех лучей, исходящих из объекта P и сходящихся в изображении P' , одинаковы. Напомним, что оптической длиной называется произведение из геометрической длины на коэффициент преломления среды, в которой луч распространяется. Пусть коэффициент преломления материала линзы равен n_1 и слева и справа от линзы расположены среды соответственно с коэффициентами преломления n и n' . Тогда оптическая длина луча $POO'P'$ равна

$$L_1 = n \cdot PO + n_1 \cdot OO' + n' \cdot O'P'.$$

Также для оптической длины луча $PMM'P'$ получаем

$$L_2 = n \cdot PM + n_1 \cdot MM' + n' \cdot M'P'.$$

Равенство оптических длин обоих лучей принимает вид

$$n \cdot PO + n_1 \cdot OO' + n' \cdot O'P' = n \cdot PM + n_1 \cdot MM' + n' \cdot M'P'; \quad (2)$$

оно может быть удовлетворено, поскольку не все три коэффициента преломления n , n_1 и n' равны друг другу. Таким образом, несмотря на различие в геометрических длинах различных лучей, их оптические длины могут оказаться равными.

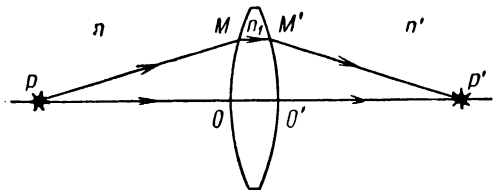


Рис. 270. Равенство оптических длин лучей, исходящих от точечного объекта и сходящихся в точечном изображении.

Равенство оптических длин лучей означает, что световые колебания, распространяющиеся вдоль всех лучей, сходятся в изображении P' в одной фазе.

Действительно, из точечного объекта P все колебания исходят в одной фазе. Остается посмотреть, насколько меняется их фаза при распространении в однородном веществе на участке с геометрической длиной l_i фаза колебаний меняется на величину $\Delta_i = 2\pi \frac{l_i}{\lambda_i}$, где λ_i — длина волны в данном веществе. Поэтому на пути луча $POO'P'$ фаза изменится на величину

$$\Delta_1 = 2\pi \left(\frac{PO}{\lambda} + \frac{OO'}{\lambda_1} + \frac{O'P'}{\lambda'} \right), \quad (3)$$

где λ , λ_1 и λ' — соответственно длины волн в тех веществах, в пределах которых лежат отрезки PO , OO' и $O'P'$. Если мы обозначим через λ_0 длину волны в пустоте, то

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}, \quad \lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_1}, \quad \lambda' = \frac{\lambda_0}{n'}.$$

Подставляя эти значения λ , λ_1 и λ' в (3), получим

$$\Delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n \cdot PO + n_1 \cdot OO' + n' \cdot O'P').$$

Так же найдем, что на пути луча $PMM'P'$ фаза изменяется на величину Δ_2 :

$$\Delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n \cdot PM + n_1 \cdot MM' + n' \cdot M'P').$$

Сравнивая полученные выражения для Δ_1 и Δ_2 с равенством (2), найдем

$$\Delta_1 = \Delta_2.$$

Это равенство указывает, что изменение фазы на длине любого луча, идущего от точки P до точки P' , одинаково. Следовательно, все лучи сходятся в точечном изображении P' в одинаковой фазе.

В случае объекта конечных размеров, изображение будет резким, если оптические длины лучей между каждой парой сопряженных точек объекта и его изображения одинаковы. Рассмотрим снова линзу из материала с коэффициентом преломления n_1 , лежащую между средами с коэффициентами

преломления n и n' (рис. 271). Выделим на объекте две точки P и P_1 ; пусть их изображения являются точки P' и P'_1 . Будем считать точки P и P_1 близкими друг к другу, а также близкими друг к другу и точки P' и P'_1 . Рассмотрим лучи $PMM'P'$ и $P_1M_1M'_1P'_1$. отрезки PM и P_1M_1 которых параллельны друг другу. Оба эти луча пересекаются в точке C , лежащей на главной фокальной плоскости F' . Проведем из точек P_1 и P' перпендикуляры P_1B и $P'B'$ соответственно на отрезки PM и $M'_1P'_1$. Если бы через точки P_1 и B проходила плоская волна, все точки которой колеблются в одной фазе, то лучи, нормальные к поверхности этой волны, сошлись бы в фокусе C

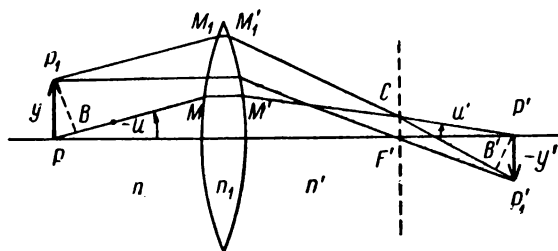


Рис. 271. К выводу условия синусов.

также в одной фазе. Из этого вытекает, что оптические длины отрезков $P_1M_1M'_1C$ и $BMM'C$ одинаковы. Следовательно, оптические длины лучей $PMM'P'$ и $P_1M_1M'_1P'_1$ будут равны друг другу, если равны оптические длины отрезков PB и $B'P'_1$, т. е. если имеет место равенство:

$$n \cdot PB = n' \cdot B'P'_1. \quad (4)$$

Из рис. 271 имеем: $PB = y \sin(-u) = -y \sin u$, где y — расстояние между точками P и P_1 и u — угол, составляемый лучом PM с оптической осью. Далее, при малом расстоянии y' между точками P' и P'_1 приближенно $B'P'_1 = -y' \sin u'$, где u' — угол между лучом $M'P'$ и оптической осью.

Подставляя эти значения PB и $B'P'_1$ в (4), найдем:

$$ny \sin u = n'y' \sin u', \quad (5)$$

что представляет собою указанное в основном тексте настоящего параграфа условие синусов. В случае параксиальных лучей углы u и u' малы и приближенно $\sin u \cong u$ и $\sin u' \cong u'$; тогда условие синусов (5) переходит в инвариант Лагранжа — Гельмгольца:

$$nyu = n'y'u'.$$

Условие синусов может быть, вообще говоря, выполнено лишь для одной пары сопряженных плоскостей системы. Такая пара сопряженных плоскостей называется *апланатической*.

§ 323. Хроматическая абберация. До сих пор мы полагали, что коэффициенты преломления прозрачных веществ, входящих в состав оптических систем, постоянны. Это справедливо при освещении

системы монохроматическим светом. При сложном же составе света необходимо учитывать зависимость коэффициентов преломления от длины волны. Как мы указывали в § 279, для прозрачных веществ имеет место монотонное возрастание коэффициентов преломления с уменьшением длины волны. Поэтому, например, обыкновенная линза имеет большую оптическую силу для синих лучей, чем для красных.

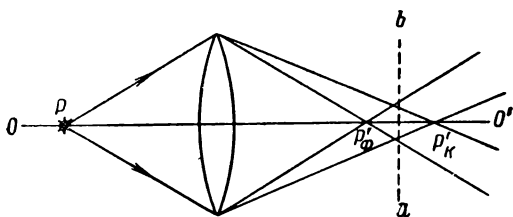


Рис. 272. Возникновение хроматической аберрации.

В результате, если источник испускает белый свет, его изображение будет размыто и по краям окрашено. Это явление носит название *хроматической аберрации*.

Пусть от точечного источника белого света P (рис. 272) получается изображение с помощью одной положительной линзы. В этом

случае изображение точки в свете фиолетовых лучей $P'_ф$ расположится ближе всего к линзе, а в свете красных лучей $P'_к$ — дальше всего от линзы. Между ними расположатся изображения, образованные лучами остальных цветов. Проведем в каком-либо месте между точками $P'_ф$ и $P'_к$ плоскость ab , перпендикулярную к оптической оси OO' ; на ней вместо точечного изображения мы увидим размытый цветной кружок. Если взять плоскость, проходящую через фокус фиолетовых лучей $P'_ф$ и пересекающую конусы всех других лучей, вершины которых лежат справа от нее, то получится кружок, снаружи окаймленный красной полосой, а в центре имеющий лиловатую окраску. Если же плоскость провести вблизи точки $P'_к$, то кружок будет окаймлен фиолетовой полосой, а в центре будет иметь красноватую окраску.

Хроматическую аберрацию можно уничтожить, комбинируя положительные и отрицательные линзы, сделанные из стекол различных сортов, обладающих разными относительными дисперсиями (см. вывод ниже в этом параграфе). Стекло, носящее название *крона*, имеет меньшую относительную дисперсию, а стекло, называемое *флинт*, — большую относительную дисперсию. В сложной системе, состоящей из положительной линзы из крона (рис. 273) и отрицательной линзы из флинта, хроматическая аберрация может быть компенсирована, в то время как оптическая сила обеих линз, взятых вместе, останется положительной. Такая линза носит название *ахроматической*.

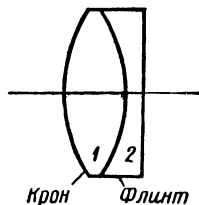


Рис. 273. Сложная линза, исправленная на хроматизм.

Для того чтобы показать возможность построения ахроматической линзы, будем считать для простоты обе линзы бесконечно тонкими. Пусть для первой линзы (кроновой) коэффициенты преломления для красных и фиолетовых лучей соответственно равны $n_{к1}$ и $n_{ф1}$. Коэффициент преломления для некоторой средней области спектра (например, желто-зеленой) обозначим через \bar{n}_1 . Далее, обозначим радиусы кривизны преломляющих поверхностей линзы через r_1 и r_2 . Тогда, по сказанному в § 320, оптические силы $\Phi_{к1}$ и $\Phi_{ф1}$ первой линзы для красных и синих лучей и ее оптическая сила Φ_1 для средней области спектра соответственно будут равны:

$$\Phi_{к1} = (n_{к1} - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad \Phi_{ф1} = (n_{ф1} - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

$$\Phi_1 = (\bar{n}_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Из этих равенств следует:

$$\Phi_{к1} = \frac{n_{к1} - 1}{\bar{n}_1 - 1} \Phi_1, \quad \Phi_{ф1} = \frac{n_{ф1} - 1}{\bar{n}_1 - 1} \Phi_1. \quad (1)$$

Так же получим, что для второй линзы (флинтовой) оптические силы для красных и фиолетовых лучей равны:

$$\Phi_{к2} = \frac{n_{к2} - 1}{n_2 - 1} \Phi_2, \quad \Phi_{ф2} = \frac{n_{ф2} - 1}{n_2 - 1} \Phi_2, \quad (2)$$

где Φ_2 — оптическая сила той же линзы для средней области спектра.

Оптические силы сложной линзы, образованной первой и второй линзами совместно, для красных и фиолетовых лучей соответственно равны

$$\Phi_k = \Phi_{к1} + \Phi_{к2}, \quad \Phi_f = \Phi_{ф1} + \Phi_{ф2}.$$

Сложная линза не будет обладать хроматизмом, если ее оптические силы для красных и синих лучей совпадут: $\Phi_k = \Phi_f$. Следовательно, условие ахроматизма выражается следующим равенством:

$$\Phi_{к1} + \Phi_{к2} = \Phi_{ф1} + \Phi_{ф2} \quad \text{или} \quad \Phi_{ф1} - \Phi_{к1} = -(\Phi_{ф2} - \Phi_{к2}).$$

Подставляя сюда вместо оптических сил их выражения по (1) и (2), получим

$$\frac{n_{ф1} - n_{к1}}{\bar{n}_1 - 1} \Phi_1 = -\frac{n_{ф2} - n_{к2}}{n_2 - 1} \Phi_2.$$

Величины $\frac{n_{ф1} - n_{к1}}{\bar{n}_1 - 1}$ и $\frac{n_{ф2} - n_{к2}}{n_2 - 1}$ носят название относительных дисперсий; обозначим их соответственно через ν_1 и ν_2 . Тогда условие ахроматизма системы окончательно примет вид:

$$\nu_1 \Phi_1 + \nu_2 \Phi_2 = 0. \quad (3)$$

Оптическая сила системы Φ для средней области спектра равна

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2. \quad (4)$$

Из равенств (3) и (4) находим следующие значения оптических сил первой и второй линз:

$$\Phi_1 = \frac{\nu_2}{\nu_2 - \nu_1} \Phi, \quad \Phi_2 = -\frac{\nu_1}{\nu_2 - \nu_1} \Phi. \quad (5)$$

Для флинта относительная дисперсия ν_2 больше, чем для крона. Поэтому разность $\nu_2 - \nu_1$ положительна, и из (5) мы имеем, во-первых, что оптические силы первой и второй линз — разных знаков; во-вторых, что по абсолютному значению оптическая сила $|\Phi_1|$ больше, чем оптическая сила $|\Phi_2|$. Отсюда из (4) вытекает, что если первую линзу взять положительной ($\Phi_1 > 0$), то и оптическая сила сложной линзы будет положительна. При этом фокусы для красных и синих лучей сложной линзы совпадают, т. е. сложная линза будет исправлена на хроматизм.

При совпадении фокусов для красных и синих лучей возможно некоторое расхождение фокусов лучей других цветов, например зеленых и красных. Это поведет к наличию незначительного остаточного хроматизма. Путем построения более сложных систем, чем рассмотренная, можно добиться совпадения фокусов для лучей трех различных цветов, что приведет к практически полной компенсации хроматизма.

§ 324. Световой поток, проходящий через оптическую систему. С практической точки зрения весьма важно, какова яркость изображения, даваемого оптической системой. Чтобы выяснить этот

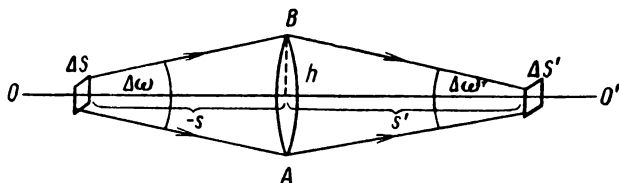


Рис. 274. К подсчету светового потока, проходящего через линзу.

вопрос, рассмотрим сперва одну тонкую линзу AB (рис. 274), погруженную в однородное вещество, например линзу, находящуюся в воздухе. Пусть объектом служит малая прямоугольная площадка ΔS , расположенная перпендикулярно к оптической оси линзы. Изображением явится прямоугольная площадка $\Delta S'$, также нормальная к оптической оси. Каждая из сторон изображения увеличена в β раз, где β — линейное увеличение. Поэтому отношение площадей изображения и объекта будет равно квадрату линейного увеличения:

$$\frac{\Delta S'}{\Delta S} = \beta^2. \quad (1)$$

Пусть яркость объекта равна B . На линзу упадет световой поток ΔF , испускаемый площадкой ΔS в пределах телесного угла $\Delta\omega$, под которым видна линза AB из места расположения площадки ΔS . Ограничиваясь случаем параксиальных лучей, мы должны считать телесный угол $\Delta\omega$ малым и тогда в соответствии с формулой (1) § 304 световой поток ΔF может быть представлен в виде

$$\Delta F = B \cos i \Delta\omega \Delta S.$$

Здесь i — угол, который ось пучка составляет с нормалью к площадке ΔS . Так как по условию площадка ΔS перпендикулярна к оптической оси линзы AB , то $\cos i = 1$ и

$$\Delta F = B \Delta \omega \Delta S. \quad (2)$$

При прохождении через линзу поток ΔF уменьшается за счет отражения части лучей и за счет поглощения в материале линзы. Через линзу AB пройдет поток $\Delta F'$, равный

$$\Delta F' = k \Delta F,$$

где $k < 1$.

Подставляя сюда вместо ΔF его значение по (2), получим для величины светового потока $\Delta F'$, прошедшего через линзу, следующее выражение:

$$\Delta F' = kB \Delta \omega \Delta S. \quad (3)$$

Поток $\Delta F'$ целиком пройдет через площадку $\Delta S'$, ограниченную размерами изображения. Заключен этот поток в пределах телесного угла $\Delta \omega'$, под которым линза AB видна из места расположения изображения $\Delta S'$. Таким образом, направо от изображения будет распространяться световой поток $\Delta F'$, исходящий с площадки $\Delta S'$ и заключенный в пределах телесного угла $\Delta \omega'$. Поэтому яркость B' площадки $\Delta S'$, по сказанному в § 304, окажется равной

$$B' = \frac{\Delta F'}{\cos i' \Delta \omega' \Delta S'}. \quad (4)$$

Так как площадка $\Delta S'$ перпендикулярна к оси пучка, то $\cos i' = 1$ и из (4) имеем

$$\Delta F' = B' \Delta \omega' \Delta S'.$$

Подставляя это значение $\Delta F'$ в (3), найдем

$$B' \Delta \omega' \Delta S' = kB \Delta \omega \Delta S,$$

откуда для яркости изображения находим

$$B' = kB \frac{\Delta \omega}{\Delta \omega'} \frac{\Delta S}{\Delta S'}. \quad (5)$$

Так как телесные углы $\Delta \omega$ и $\Delta \omega'$ малы, то приближенно для них имеем

$$\Delta \omega = \frac{\pi h^2}{s^2}, \quad \Delta \omega' = \frac{\pi h^2}{s'^2},$$

где h — радиус окружности, ограничивающей линзу, и s и s' — расстояния от линзы соответственно до объекта и изображения. Отсюда получаем

$$\frac{\Delta \omega}{\Delta \omega'} = \frac{s'^2}{s^2},$$

но s'/s по формуле (11) § 320 равно линейному увеличению β , даваемому линзой, в результате чего находим

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega'} = \beta^2.$$

Это соотношение совместно с соотношением (1) даст

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega'} \frac{\Delta S}{\Delta S'} = \beta^2 \frac{1}{\beta^2} = 1,$$

после чего формула (5) примет вид

$$B' = kB. \quad (6)$$

Так как коэффициент k зависит только от потерь света в линзе, то окончательно имеем: если по обе стороны от линзы лежит среда с одинаковым коэффициентом преломления, то *яркость изображения B' определяется только яркостью объекта и потерями, возникающими при прохождении света через линзу*. Яркость изображения не зависит ни от размеров линзы, ни от ее оптической силы, ни от увеличения, даваемого линзой. Так как коэффициент k всегда меньше единицы, то яркость изображения всегда меньше яркости объекта. Приблизить яркость изображения к яркости объекта можно лишь за счет уменьшения потерь света в линзе. Обычно употребляемые материалы (стекло) настолько прозрачны в видимой области, что потери света происходят главным образом за счет отражений на обеих поверхностях линзы. Пусть r — коэффициент отражения. Тогда через первую поверхность линзы пройдет $(1 - r)$ -я часть падающего на нее потока, а через обе поверхности пройдет $(1 - r)^2$ -я часть. Следовательно, если пренебрегать поглощением света в материале линзы, то $k = (1 - r)^2$.

Яркость изображения может быть повышена лишь за счет различия коэффициентов преломления веществ, лежащих по обе стороны от линзы. Если в той части пространства, где лежит объект, коэффициент преломления равен n , а в той части пространства, где лежит изображение, он равен n' , то равенство (6) заменяется равенством

$$B' = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 kB. \quad (6a)$$

Любую оптическую систему можно представить состоящей из отдельных линз, поэтому полученные выводы сохраняют силу по отношению к любой оптической системе. Если объект и изображение, даваемое системой, лежат в веществах с одинаковыми коэффициентами преломления, то яркость изображения при любой конструкции системы меньше яркости объекта. Для системы, состоящей из p преломляющих поверхностей, коэффициент k , при пренебрежении

поглощением света, равен $(1 - r)^p$. При большом p потери света становятся весьма значительными.¹

В случае сложной системы надо иметь в виду, что световой поток ΔF может также ослабляться и за счет ограничения оправами отдельных линз или диафрагмами (см. § 325).

Для оценки действия многих оптических приборов существенно знать не яркость изображения, а освещенность A' , создаваемую в пределах изображения. Если $\Delta F'$ представляет собою поток, выходящий из линзы и образующий изображение, то освещенность A' равна

$$A' = \frac{\Delta F'}{\Delta S'}.$$

Подставляя сюда вместо $\Delta F'$ его значение по (3), получим

$$A' = kB \Delta \omega \frac{\Delta S}{\Delta S'}.$$

Замечая, что по (1) $\frac{\Delta S}{\Delta S'} = \frac{1}{\beta^2}$, перепишем это выражение в виде

$$A' = kB \frac{\Delta \omega}{\beta^2}. \quad (7)$$

Из формулы (7) видно, что *освещенность в пределах изображения определяется яркостью объекта B и зависит от телесного угла $\Delta \omega$, под которым видна линза из места расположения объекта, и от линейного увеличения β .*

Освещенности A' можно придать еще один вид, воспользовавшись соотношением

$$\frac{\Delta \omega}{\Delta \omega'} = \frac{s'^2}{s^2},$$

из которого следует

$$\Delta \omega = \Delta \omega' \frac{s'^2}{s^2} = \Delta \omega' \beta^2.$$

Подставив это выражение для $\Delta \omega$ в (7), получим

$$A' = kB \Delta \omega'. \quad (8)$$

Отсюда вытекает, что освещенность в пределах изображения определяется телесным углом $\Delta \omega'$, под которым лучи, выходящие из линзы, сходятся к изображению.

Если объект и изображение лежат в разных средах с коэффициентами преломления n и n' , то формула (8) должна быть заменена формулой

$$A' = kB \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \Delta \omega'. \quad (8a)$$

¹ О способе уменьшения потерь при отражениях см. § 277.

§ 325. Зрачки входа и выхода. В случае сложной системы, световой поток, входящий в систему через отверстие первой линзы, может быть ограничен оправками других линз или какими-либо диафрагмами. Представим себе, например, систему, состоящую из двух бесконечно тонких линз одинакового диаметра D , отстоящих друг от друга на расстоянии d (рис. 275). Если точечный источник P лежит между первой линзой и ее первым главным фокусом F_1 , то лишь часть лучей, пропущенных первой линзой, пройдет через вторую линзу. В результате через систему пройдет поток, испускаемый источником в пределах телесного угла $\Delta\omega$, меньшего того телесного угла, под которым из места расположения объекта P видна первая линза. Если бы источник P лежал за первым главным фокусом F_1 ,

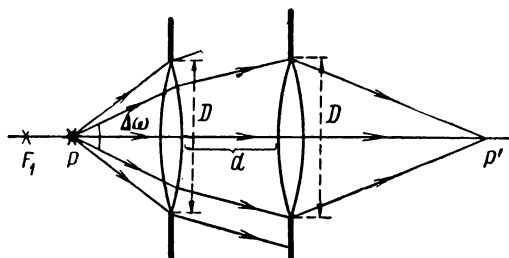


Рис. 275. Пучок света, проходящий через две линзы.

то из первой линзы выходил бы сходящийся пучок и вторая линза была бы не целиком заполнена светом. Телесный угол $\Delta\omega'$, под которым лучи выходили бы в этом случае из второй линзы, был бы меньше того телесного угла, под которым вторая линза видна из места, где располагается изображение.

Диафрагмы вводятся в системы для уменьшения aberrаций или увеличения резкости изображения в одной плоскости предметов, находящихся на разных расстояниях от системы. При наличии диафрагм обычно они, а не оправы линз, ограничивают пучки.

Та оправа или диафрагма, которая ограничивает пучки лучей, проходящих через систему, носит название *действующей*, или *апертурной, диафрагмы*. Для того чтобы дать способ нахождения действующей диафрагмы, рассмотрим сперва простейшую систему, состоящую из одной бесконечно тонкой линзы L и диафрагмы AB (рис. 276). Пусть диафрагма отстоит от линзы на расстоянии, меньшем главного фокусного расстояния линзы f' . Будем считать, что диаметр диафрагмы D_1 меньше диаметра линзы D . Пусть точечный источник света лежит в первом главном фокусе линзы F . Как видно из рисунка, лучи FM и FN будут теми лучами, которые ограничивают пучок лучей, испускаемый из точки F и проходящий через диафрагму. На продолжениях лучей FM и FN лежит мнимое изображение $A'B'$ диафрагмы AB , даваемое линзой L . Таким образом, телесный угол $\Delta\omega$, в пределах которого заключены лучи, исходящие из точки F и проходящие через систему, равен телесному углу, под которым видно изображение диафрагмы $A'B'$ из места, где находится

источник. В рассматриваемом случае угол $\Delta\omega$ меньше угла $\Delta\omega_L$, под которым видна оправа линзы L из места расположения источника. Следовательно, диафрагма AB является действующей диафрагмой. Если бы диаметр диафрагмы D_1 был больше диаметра линзы D , то угол $\Delta\omega_L$ оказался бы меньше угла $\Delta\omega$ и действующей диафрагмой явилась бы оправа линзы L .

Из сказанного вытекает и способ нахождения действующей диафрагмы любой системы. Для нахождения действующей диафрагмы следует получить изображения всех оправ и диафрагм, даваемые теми частями системы, которые предшествуют данной диафрагме или

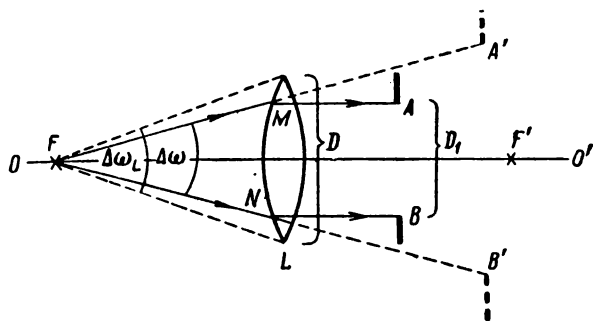


Рис. 276. Действующая диафрагма.

оправе (считая по ходу лучей от источника). К числу этих изображений надо отнести и оправу первой линзы системы. Действующей диафрагмой будет та, изображение которой видно из места расположения объекта под наименьшим телесным углом $\Delta\omega$. Изображение действующей диафрагмы предшествующими ей частями системы носит название *входного зрачка*.

Точно так же можно ввести понятие о *выходном зрачке*, построив изображение действующей диафрагмы, даваемое последующими за ней частями системы.

Угол между лучами, проведенными из места расположения объекта (лежащего на оси системы) к концам диаметра входного зрачка, называется *апертурным углом входа*. Угол между лучами, проведенными из места расположения изображения объекта к концам диаметра выходного зрачка, называется *апертурным углом выхода*.

Телесный угол, под которым виден входной зрачок из места расположения объекта, представляет собою тот телесный угол $\Delta\omega$, в пределах которого заключен световой поток, испускаемый источником и проходящий через систему. Также телесный угол $\Delta\omega'$, под которым виден выходной зрачок из места расположения изображения, представляет собою тот телесный угол $\Delta\omega'$, под которым световой поток, выходящий из системы, сходится к изображению. Именно эти телесные

углы $\Delta\omega$ и $\Delta\omega'$ должны входить в формулы (7) и (8) § 324, определяющие освещенность в пределах изображения.

Для одной бесконечно тонкой линзы зрачки входа и выхода совпадают с оправой самой линзы.

Рассмотрим, например, окуляр Гюйгенса, схема которого была приведена в § 320. Пусть посреди между линзами L_1 и L_2 , образующими окуляр, расположена круглая диафрагма AB (рис. 277). Найдем зрачки входа и выхода и апертурный угол выхода для второго главного фокуса второй линзы окуляра.

Напомним, что окуляр Гюйгенса состоит из двух линз, фокусные расстояния которых f'_1 и f'_2 удовлетворяют соотношению: $f'_1 = 3f'_2 = 3a$; расстояние между линзами $d = 2a$. Линзы считаем бесконечно тонкими.

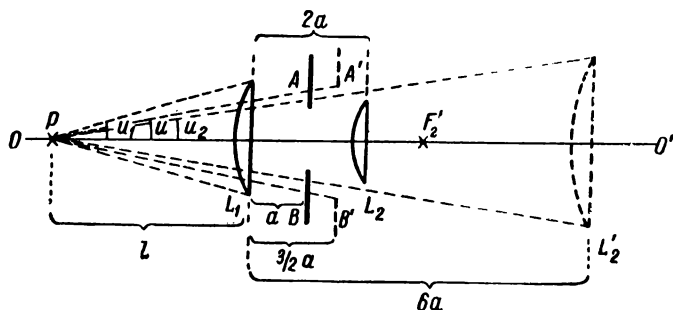


Рис. 277. Зрачок входа окуляра Гюйгенса.

Определим положения изображений диафрагмы AB и оправы линзы L_2 , даваемые линзой L_1 . Оптическая сила линзы L_1 равна $\Phi_1 = \frac{1}{3a}$.

Обозначив положения объекта и его изображения относительно линзы L_1 через s и s' , получим (см. § 320):

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \Phi_1,$$

откуда находим

$$s' = \frac{s}{1 + \Phi_1 s}. \quad (1)$$

По условию, расстояние диафрагмы AB от первой линзы равно a , поэтому $s = -a$ и из (1) имеем

$$s' = \frac{-a}{1 - \frac{a}{3a}} = -\frac{3}{2}a;$$

линейное увеличение β при этом равно

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2}.$$

Таким образом, изображение диафрагмы AB , даваемое линзой L_1 , лежит между линзами на расстоянии $\frac{3}{2}a$ от первой линзы. Если диаметр диафрагмы обозначим через D , то диаметр ее изображения равен $D' = \frac{3}{2}D$.

Оправа линзы L_2 лежит на расстоянии $2a$ от первой линзы, поэтому для нее $s = -2a$ и по (1) получаем

$$s' = \frac{-2a}{1 - \frac{2a}{3a}} = -6a;$$

в этом случае линейное увеличение $\beta = 3$. Следовательно, изображение оправы второй линзы лежит на расстоянии $6a$ от первой линзы, направо от нее, и имеет диаметр $D'_2 = 3D_2$, где D_2 — диаметр второй линзы.

Возьмем точку P , лежащую слева от системы на расстоянии l от ее первой линзы. Для нахождения зрачка входа надо сравнить углы $2u_1$, $2u$ и $2u_2$, под которыми видны из этой точки оправа первой линзы (диаметр которой обозначим через D_1), изображение диафрагмы AB и изображение оправы линзы L_2 , даваемые линзой L_1 .

Зрачком входа явится оправа линзы L_1 , либо изображение диафрагмы или линзы L_2 — в зависимости от того, какой из углов u_1 , u , u_2 меньше. Если точка P , по отношению к которой определяется зрачок входа, лежит на расстоянии l , много большем, чем расстояние между линзами, то, как видно из рис. 277, имеют место равенства:

$$\operatorname{tg} u_1 = \frac{1}{2} \frac{D_1}{l}, \quad \operatorname{tg} u = \frac{1}{2} \frac{3D}{2l}, \quad \operatorname{tg} u_2 = \frac{1}{2} \frac{3D_2}{l}. \quad (2)$$

Из соотношений (2) следует, что если диаметры линз L_1 и L_2 удовлетворяют неравенствам:

$$D_1 > \frac{3}{2} D, \quad D_2 > \frac{1}{2} D,$$

то зрачком входа является изображение диафрагмы, даваемое первой линзой. Действующей диафрагмой тогда будет диафрагма AB .

Зрачок выхода найдем, считая, что действующей является диафрагма AB . Диафрагма AB лежит в первой фокальной плоскости линзы L_2 . Отсюда получаем, что зрачок выхода расположен на бесконечности. Он виден из второго главного фокуса F'_2 линзы L_2 (рис. 278) под тем же углом u' , под которым сходятся ко второму главному фокусу F'_2 линзы L_2 лучи, исходящие из концов диафрагмы AB параллельно оптической оси. Следовательно, искомый апертурный угол $2u'$ определяется равенством:

$$\operatorname{tg} u' = \frac{D/2}{a} = \frac{D}{2a}.$$

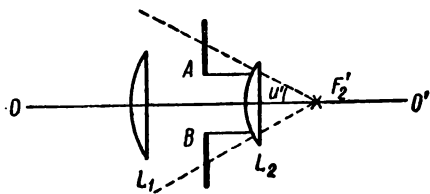


Рис. 278. Зрачок выхода окуляра Гюйгенса.

§ 326. Оптическая система глаза. Общее строение глаза человека было приведено в § 306. Рассмотрим теперь оптическую систему глаза, с помощью которой на сетчатке образуется действи-

тельное изображение рассматриваемых объектов. Преломляющей системой глаза являются выпуклая поверхность роговицы (§ 306), хрусталик, водянистая жидкость и стекловидное тело, заполняющие глаз. Изображение в глазу получается в веществе (в стекловидном теле), отличном от вещества, в котором находятся рассматриваемые объекты (воздух). Поэтому первый и второй главные фокусные расстояния глаза различны. Хрусталик представляет собою неоднородное тело, внешние части которого имеют коэффициент преломления 1,38, а внутренние — около 1,41. Оптическая сила хрусталика может меняться за счет изменения кривизны его поверхностей, вызываемого

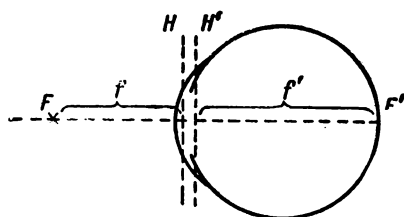


Рис. 279. Главные плоскости и главные фокусы глаза.

действием ресничной мышцы. Изменением оптической силы хрусталика достигается резкая фокусировка на сетчатке изображений предметов в зависимости от их расстояния от глаза. Этот процесс носит название *аккомодации*.

Входной зрачок глаза почти совпадает с его реальным зрачком. С помощью радужной оболочки может изменяться диаметр зрачка, что регулирует величину

светового потока, попадающего в глаз: при слабых освещенностях зрачок расширяется, при больших — сужается.

У разных людей в оптической системе глаза наблюдаются значительные индивидуальные отклонения. Для общей характеристики глаза можно пользоваться его упрощенной, усредненной моделью так называемым *приведенным глазом*) со следующими постоянными:

преломляющая сила	58,64D
положение первой главной плоскости (от вершины роговой оболочки)	+ 1,348 мм
положение второй главной плоскости (от вершины роговой оболочки)	+ 1,602 мм
первое главное фокусное расстояние	— 17,1 мм
второе главное фокусное расстояние	+ 22,8 мм

Положение главных плоскостей (H и H') и главных фокусов (F и F') глаза изображено на рис. 279.

Предельные точки, между которыми возможна аккомодация, носят название *дальней* и *ближней точек*. Для нормального глаза дальняя точка лежит в бесконечности, а ближняя примерно на расстоянии 20 см. В молодом возрасте люди способны аккомодировать глаз на более близкие предметы (10—15 см). С возрастом способность аккомодации глаза на близкие предметы уменьшается.

Часто встречаются недостатки оптической системы глаза, называемые его близорукостью и дальнозоркостью. *Близорукий глаз* имеет оптическую силу, большую, чем нормальный, для него дальняя точка лежит не на бесконечности, а на конечном расстоянии от глаза (при сильной близорукости на расстоянии 1,5—1 м и меньше). Для *дальнозоркого глаза* ближняя точка отодвинута от глаза на расстояние большее 20 см, а дальняя точка лежит за глазом; это означает, что дальнозоркий глаз способен фокусировать на сетчатке не только параллельные, но и сходящиеся пучки лучей. Дальнозоркий глаз имеет оптическую силу, меньшую, чем нормальный.

Оптическая система глаза обладает рядом недостатков: сферической аберрацией, комой, значительной хроматической аберрацией. Однако эти недостатки мало сказываются на характере субъективного восприятия рассматриваемых предметов в результате физиологических особенностей процесса зрения.

Как мы указывали в § 306, глаз различает большое число деталей, если изображение предмета попадает на желтое пятно сетчатки, и особенно большое — если оно попадает на его центральную впадину. Желтое пятно имеет небольшие размеры, на него попадают изображения предметов, видимых под углом всего около 6—7°. Общее же поле, воспринимаемое глазом, имеет угловые размеры около 130° в вертикальном направлении и 160° — в горизонтальном. Разрешающая сила в пределах желтого пятна для нормального глаза равна приблизительно 1'. Это означает, что глаз может различать раздельно две светящиеся точки с угловым расстоянием между ними в 1'; часто встречаются более высокие разрешающие силы, достигающие 30" и даже 10". По мере удаления от центра желтого пятна разрешающая сила быстро спадает: при угле в 60°, по отношению к направлению на центральную впадину, разрешающая сила равна приблизительно 0,02 от разрешающей силы в пределах желтого пятна. При сумеречном зрении разрешающая сила значительно (до 10 раз) меньше разрешающей силы при дневных освещенностях.

При дневных освещенностях глаз различает наибольшее число деталей, если предмет находится от него на расстоянии несколько большем расстояния до ближней точки. Обычно это расстояние принимается равным 25 см, оно называется *расстоянием наилучшего зрения*.

Интенсивность зрительного ощущения достигает максимума не сразу после начала действия света на сетчатку и пропадает не сразу после прекращения действия света. Зрительное ощущение удерживается около 1/10 сек после того, как свет перестал попадать в глаз. Благодаря этому мигающий источник, при числе миганий более 10 в секунду, кажется светящим равномерно.

Физиологические особенности глаза ведут к тому, что при неподвижном глазе мы воспринимаем широкое поле с малым количеством деталей и небольшой участок этого поля (соответствующий

желтому пятну) с большим количеством деталей. Процесс зрения сводится к последовательному „осматриванию“ предметов, что имеет большое физиологическое значение, так как позволяет в каждый данный момент фиксировать внимание на небольшом количестве объектов, одновременно ориентируясь, менее детально, в окружающей обстановке. Вообще, процесс

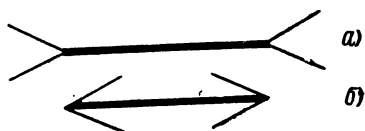


Рис. 280. Пример „оптического обмана“: линия b кажется короче линии a .

зрения представляет собою очень сложный акт, в котором играют определенную роль память, восприятие других органов и т. д. В ряде случаев воспринимаемое геометрическое соотношение между объектами не соответствует их действительным геометрическим соотно-

шениям. Такие случаи носят название „оптических обманов“. На рис. 280 проведены две жирные горизонтальные линии с примыкающими к ним под различными углами тонкими линиями. Верхняя жирная линия кажется длиннее нижней. В действительности же обе жирные линии одинаковой длины, в чем легко убедиться, отметив их длины на полоске бумаги.

Желтое пятно расположено несколько в стороне от места пересечения сетчатки оптической осью глаза. Поэтому, фиксируя глаз на какой-либо объект, мы направляем на него не оптическую ось глаза, а прямую, проходящую через узловую точку глаза и центр желтого пятна. Эта линия носит название *линии прямого зрения*. В процессе зрения существенную роль играет рассматривание объектов двумя глазами. Рассматривая какой-либо объект P (рис. 281), мы поворачиваем глаза таким образом, чтобы линии прямого зрения обоих глаз проходили через этот объект. При этом все другие объекты, лежащие ближе и дальше объекта P , представляются двойными. Благодаря зрению двумя глазами (*бинокулярности зрения*) мы имеем возможность оценивать расстояния от объектов до глаза. Эта оценка производится совершенно

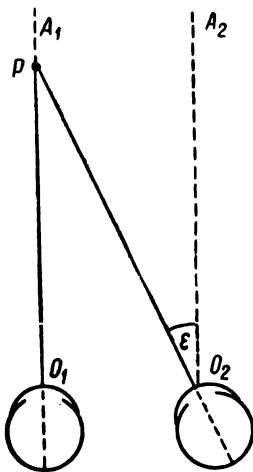


Рис. 281. Зрение двумя глазами.

непроизвольно по углу поворота глаз. Пусть линии прямого зрения O_1A_1 и O_2A_2 (рис. 281) соответствуют рассматриванию очень удаленного предмета; тогда эти линии практически параллельны друг другу. При рассматривании объекта P , лежащего на конечном расстоянии l на прямой O_1A_1 , правый глаз несколько поворачивается; угол ϵ между прямыми O_2A_2 и O_2P называется *углом параллакса*.

Угол ϵ связан с расстоянием l до объекта соотношением:

$$l = \frac{b}{\epsilon}, \quad (1)$$

где b — расстояние между узловыми точками обоих глаз. Зрение двумя глазами, позволяющее по углу параллакса ϵ оценивать расстояния, носит название *стереоскопического зрения*. Стереоскопическое зрение имеет место для углов параллакса ϵ , превышающих некоторое минимальное значение ϵ_{\min} . Обычно $\epsilon_{\min} = 1'$, но у многих людей ϵ_{\min} имеет меньшие значения, достигая даже $10''$. Углу параллакса в $1'$ соответствует расстояние $l \cong 220$ м. Таким образом, стереоскопический эффект имеет место лишь по отношению к предметам, удаленным от глаза не более чем на 200—250 м. О расстоянии до более удаленных предметов мы судим по ряду косвенных признаков: по видимым угловым размерам знакомых предметов, по количеству различаемых деталей и т. д.

В роли стереоскопического зрения при рассматривании близких предметов легко убедиться, если проделать следующий простой опыт: взять в обе руки по карандашу и попытаться быстро свести их остриями. Это легко удается, если смотреть обоими глазами; если же смотреть одним глазом, то свести острия карандашей трудно.

§ 327. Субъективная яркость. Рассмотрим весьма важный вопрос о *субъективной яркости* рассматриваемых предметов.

Субъективное ощущение яркости определяется освещенностью, получаемой на сетчатке в пределах изображения. Предположим, что мы рассматриваем объект конечных размеров, тогда по формуле (8а) § 324 освещенность в пределах его изображения A' равна

$$A' = kB \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \Delta\omega', \quad (1)$$

где $\Delta\omega'$ — угол, под которым лучи сходятся от зрачка глаза к сетчатке; n и n' — соответственно коэффициенты преломления воздуха и стекловидного тела, заполняющего глазное яблоко; B — фотометрическая яркость объекта.

Обозначим через d диаметр зрачка глаза; расстояние от зрачка до сетчатки близко ко второму фокусному расстоянию глаза f' ; отсюда для телесного угла $\Delta\omega'$ приближенно получим

$$\Delta\omega' = \frac{\pi d^2}{4f'^2}.$$

Подставляя это значение $\Delta\omega'$ в (1), найдем

$$A' = \frac{k\pi}{4} \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \left(\frac{d}{f'} \right)^2 B. \quad (2)$$

Для данного глаза при данных условиях величина $\frac{d}{f'}$ постоянна, следовательно, из формулы (2) имеем: *субъективная яркость рассматриваемых объектов определяется их фотометрической яркостью*. Субъективная яркость не зависит ни от размеров объекта и ни от его расстояния от глаза, если только изображение на сетчатке получается конечных размеров. Два листа бумаги, одинаково освещенных, кажутся одинаково яркими и в том случае, когда один из них расположен близко, а другой далеко от глаза.

Интенсивность зрительного ощущения, как и всех других ощущений, не находится в простой пропорциональности мощности раздражителя. Как и для интенсивности слухового ощущения (см. т. I), интенсивность зрительного ощущения можно считать пропорциональной логарифму мощности раздражителя. Поэтому, в соответствии с формулой (2), при возрастании фотометрической яркости B , например в два раза, субъективная яркость возрастает гораздо меньше. При больших изменениях яркости объектов следует принимать во внимание зависимость диаметра зрачка d от величины падающего на глаз светового потока.

Все сказанное относится к случаям, когда рассматриваемый объект виден под конечным углом зрения. Если же объект удален настолько, что лучи, падающие от него на глаз, можно считать параллельными, получаются иные соотношения. В этом случае на сетчатке не возникает изображения, геометрически подобного объекту, а получается кружок, определяемый лишь дифракционными явлениями в глазу. Размеры этого кружка (см. § 269) зависят только от строения глаза. В результате, освещенность в пределах дифракционного кружка определяется величиной светового потока ΔF , падающего на зрачок глаза. Предположим, что мы рассматриваем источник света, столь удаленный, что его можно считать точечным. Тогда поток $\Delta F = I \Delta \omega$, где I — сила света источника и $\Delta \omega$ — угол, под которым виден зрачок глаза из места расположения источника. Если расстояние от глаза до источника равно r , то $\Delta \omega = \frac{\pi d^2}{4r^2}$, и световой поток ΔF , падающий на зрачок, равен

$$\Delta F = \frac{\pi d^2}{4} \frac{I}{r^2}. \quad (3)$$

Субъективная яркость определится величиной этого потока ΔF . Таким образом, в соответствии с формулой (3), получаем: *субъективная яркость точечного источника определяется его силой света и зависит от расстояния, на котором источник находится от глаза*.

§ 328. Визуальные оптические приборы. Визуальные оптические приборы служат добавлением к глазу, в большинстве случаев их целью является повышение разрешающей силы.

Рассмотрим ряд простейших визуальных приборов.

Лупа. Простейшая лупа состоит из одной положительной линзы. Линза L располагается перед глазом (рис. 282) так, чтобы рассматриваемый объект PP' находился вблизи ее главной фокальной плоскости F , несколько ближе к линзе. В этом случае возникает мнимое прямое увеличенное изображение $P_1P'_1$, находящееся на весьма большом расстоянии, которое глаз рассматривает без аккомодации. Считая линзу тонкой, мы можем положить, что лучи PO и $P'O$, проведенные от концов объекта к центру линзы O , проходят через линзу без преломления. Тогда угловые размеры изображения

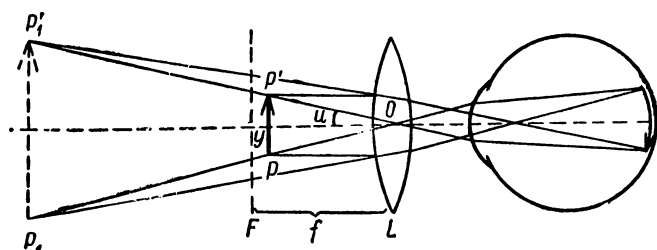


Рис. 282. Действие лупы.

$P_1P'_1$ определяются углом $2u$, равным углу, под которым сам объект PP' виден из центра линзы O . Обозначая первое главное фокусное расстояние линзы через f и размеры объекта — через y , получим

$$2u = \frac{y}{f}. \quad (1)$$

Для того чтобы оценить действие лупы, сравним угловое расстояние $2u$ с угловым расстоянием $2u_0$, под которым объект виден невооруженным глазом. Это угловое расстояние равно $2u_0 = \frac{y}{l}$, где l — расстояние, на котором объект располагается от глаза. Так как лупа обычно употребляется для рассматривания предметов, которые могут быть помещены на произвольном расстоянии от глаза, то расстояние l выбирается равным расстоянию наилучшего зрения l_0 , тогда

$$2u_0 = \frac{y}{l_0}. \quad (2)$$

Из равенств (1) и (2) находим, что лупа позволяет изменить угловые размеры рассматриваемого предмета в следующее число раз:

$$\gamma = \frac{u}{u_0} = \frac{l_0}{f}. \quad (3)$$

Если линза лупы не портит изображения, то в такое же число раз возрастает разрешающая сила.

Величина γ называется угловым увеличением лупы. Если l_0 и f выражать в сантиметрах, то $l_0 = 25$ см, и для γ получаем

$$\gamma = \frac{25}{f(\text{см})}. \quad (3a)$$

Для исправления aberrаций лупа часто составляется из двух линз, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Такие лупы дают увеличение до 10—20 раз.

Зрительная труба. Зрительные трубы и телескопы предназначены для наблюдения удаленных объектов. Они представляют собою систему, в простейшем виде состоящую из двух линз L_1 и L_2 (рис. 283), расположенных так, что второй главный фокус линзы L_1 совпадает с первым главным фокусом линзы L_2 (телескопическая система).

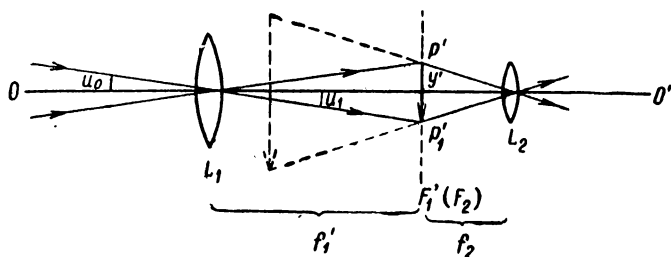


Рис. 283. Схема зрительной трубы.

Линза L_1 называется объективом, линза L_2 — окуляром. Если объект достаточно удален, то его изображение $P'P_1$, даваемое линзой L_1 , получается в ее главной фокальной плоскости; угловые размеры изображения равны: $2u_1 = \frac{y'}{f_1'}$, где y' — его линейные размеры и f_1' —

второе главное фокусное расстояние объектива. Окуляр играет роль лупы и, следовательно, даваемое им изображение воспринимается глазом под углом

$$2u_2 = \frac{y'}{f_2},$$

где f_2 — первое главное фокусное расстояние окуляра.

Так как длина зрительной трубы мала по сравнению с расстоянием до объекта, то невооруженный глаз воспринимает объект под углом $2u_0 = 2u_1$. Отсюда угловое увеличение зрительной трубы равно

$$\gamma = \frac{2u_2}{2u_1} = \frac{2u_2}{2u_0} = \frac{f_1'}{f_2}. \quad (4)$$

Таким образом, угловое увеличение зрительной трубы тем больше, чем больше фокусное расстояние ее объектива и чем меньше фокусное расстояние окуляра.

Зрительная труба, построенная по указанной схеме, дает обратное изображение наблюдаемого предмета. Если труба предназначена для наблюдения астрономических объектов (в этом случае она называется телескопом), то такое обращение объекта не играет роли. В трубы, предназначенные для земных наблюдений, обычно вводят добавочную систему, оборачивающую изображение так, чтобы оно стало прямым.

Практически объективы и окуляры в виде простых линз не пригодны из-за больших aberrаций и хроматизма. Поэтому объектив делается из двух склеенных линз, одной положительной и другой отрицательной, иногда в виде более сложной системы, позволяющих корригировать изображение. Окуляр делается в виде сложной, обычно двуллинзовой системы.

При рассматривании в зрительную трубу объектов, видимых под конечным углом зрения, их яркость, по сказанному в § 324, не может превышать их действительной фотометрической яркости. Из-за неизбежных потерь света в трубе, в результате отражений и поглощений, трубы всегда несколько снижают яркость. Для уменьшения потерь света в трубе следует избегать наличия излишних отражающих поверхностей, а также следить за тем, чтобы зрачок глаза наблюдателя полностью заполнялся световым потоком, выходящим из окуляра, так как только в этом случае, при данной яркости объекта, получится максимально возможная освещенность на сетчатке глаза.

Несмотря на то, что зрительная труба не может повышать яркость наблюдаемых объектов, при сумеречном освещении в трубу «лучше видно», чем невооруженным глазом. Дело заключается в том, что при сумеречном зрении, как было указано в § 306, разрешающая сила глаза значительно ниже, чем при дневных освещенностях. При большом увеличении трубы все детали предмета становятся видимыми под большим углом, и глаз приобретает возможность их различать.

Задача о построении трубы, позволяющей рассматривать предметы при условиях сумеречного зрения, была поставлена еще М. В. Ломоносовым. Он построил трубу, названную им «ночезрительной». Эта труба, обладавшая большим увеличением и сконструированная так, что световой поток полностью заполнял зрачок глаза, действительно позволяла лучше вести наблюдения в ночное время, чем это можно было делать невооруженным глазом.

При рассматривании в телескоп звезд приходится иметь дело с объектами, от которых на объектив телескопа падает практически параллельный пучок света.

В этом случае объектив телескопа дает в своей фокальной плоскости лишь дифракционную картину, совпадающую с дифракционной картиной от круглого отверстия, разобранный нами в § 269. Эта картина рассматривается затем в окуляре. Круглым отверстием, ограничивающим дифрагирующий пучок параллельных лучей, является

оправы объектива телескопа. Поскольку при дифракции от круглого отверстия большая часть света попадает в центральное светлое пятно, то видимое в телескоп „изображение“ звезды является не чем иным, как этим центральным пятном дифракционной картины. Угловой радиус центрального пятна ϑ , по сказанному в § 269, представляет собою величину порядка $\vartheta \cong 1,22 \frac{\lambda}{D}$, где D — диаметр отверстия (в данном случае оправы объектива). Линейный радиус того же кружка $r = \vartheta f'_1 \cong 1,22 \lambda \frac{f'_1}{D}$, где f'_1 — второе главное фокусное расстояние объектива. Так как величины f'_1 и D являются постоянными для данного телескопа, то все звезды дают кружки одинакового размера. Следовательно, яркость этих кружков пропорциональна световому потоку ΔF , падающему от звезды на объектив телескопа. Если A представляет собою освещенность, вызываемую звездой на поверхности Земли, то $\Delta F = A \frac{\pi D^2}{4}$; этой величине пропорциональны яркость дифракционного кружка и субъективная яркость звезды при ее рассматривании через телескоп. Если та же звезда рассматривается невооруженным глазом, то, по сказанному в § 327, субъективная яркость этой звезды пропорциональна потоку $\Delta F'$, попадающему в зрачок глаза и равному $\Delta F' = A \frac{\pi d^2}{4}$, где d — диаметр зрачка. Отношение указанных потоков является мерой возрастания яркости звезды при наблюдении через телескоп:

$$\frac{\Delta F}{\Delta F'} = \left(\frac{D}{d} \right)^2.$$

При большом диаметре объектива телескопа отношение $\left(\frac{D}{d} \right)^2$ велико и звезды в телескоп представляются гораздо более яркими, чем при рассматривании их невооруженным глазом. Субъективная же яркость неба при рассматривании через телескоп практически не меняется.

Вопрос о разрешающей силе телескопа рассмотрен ниже (§ 330).

Наряду с описанными зрительными трубами и телескопами с линзовыми системами, возможно построение систем с отражательными зеркалами. Впервые отражательный телескоп был построен Ньютоном. Схема телескопа Ньютона изображена на рис. 284а. Пучок лучей от объекта падает на вогнутое зеркало AB . Лучи, отраженные от зеркала AB , поворачиваются маленьким плоским зеркалом ab и собираются в фокальной плоскости вогнутого зеркала F' . Получаемое в фокальной плоскости F' изображение рассматривается с помощью окуляра O .

Зеркало, отражая одинаково лучи всех длин волн, не дает хроматической аберрации. В этом отношении телескоп Ньютона имел большие преимущества перед линзовыми телескопами того времени, так как тогда еще не умели изготовлять ахроматические линзы, и телескопы обладали большой хроматической аберрацией.

В настоящее время самые большие телескопы изготавливаются также с отражательными зеркалами ввиду технических трудностей получения линзы хорошего качества с большим диаметром. Наибольшие современные линзовые телескопы («рефракторы») имеют диаметр объектива около 1 м; наибольшие зеркальные телескопы («рефлекторы») имеют зеркала диаметром до 5 м.

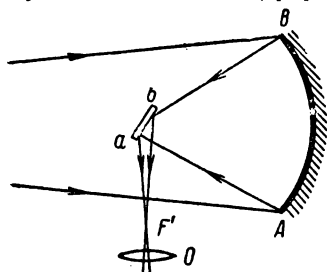


Рис. 284а. Схема отражательного телескопа Ньютона.

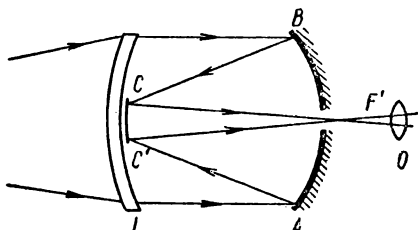


Рис. 284б. Схема телескопа Максутова.

В настоящее время применяются также смешанные линзово-зеркальные системы.

Такие системы с менисковыми (выпукло-вогнутыми) линзами предложены и осуществлены советским оптотехником Д. Д. Максутовым. Схема одного из телескопов Максутова представлена на рис. 284б, где L — менисковая линза, AB — вогнутое зеркало. Лучи от рассматриваемого объекта падают на линзу L , отражаются от зеркала AB и идут обратно к линзе L . Средняя часть вогнутой поверхности линзы CC' алюминирована и представляет собою вогнутое зеркало, от которого лучи вновь отражаются. В центре зеркала AB делается небольшое отверстие, через которое лучи выходят из трубы. За фокусом лучей F' располагается окуляр O . Двукратное отражение лучей позволяет делать телескоп коротким. Менисковая линза обладает ахроматическими свойствами, кроме того, она позволяет корректировать сферическую aberrацию зеркала. Прибор, построенный по схеме, приведенной на рис. 284б, дает прямое изображение и потому может употребляться для рассматривания как небесных, так и земных объектов.

Микроскоп. Для получения больших увеличений употребляется микроскоп, оптическая схема которого представлена на рис. 285, где L_1 — короткофокусный объектив, L_2 — окуляр.

Рассматриваемый объект PP_1 располагается вблизи первой главной фокальной плоскости объектива L_1 , немного за ней. Объектив дает действительное обратное и увеличенное изображение объекта $P'P'_1$.

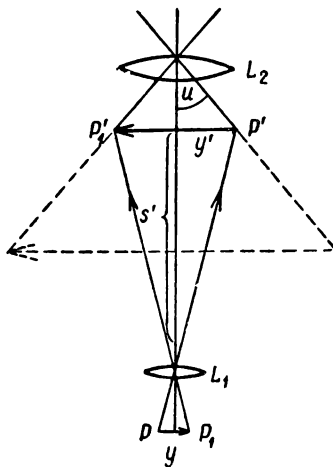


Рис. 285. Схема оптики микроскопа.

лежащее на расстоянии s' от него. Линейное увеличение объектива $\beta \cong \frac{s'}{f_1}$, где f_1 — его первое главное фокусное расстояние. Пусть линейные размеры объекта будут y , тогда линейные размеры изображения:

$$y' = y \frac{s'}{f_1}. \quad (5)$$

Окуляр L_2 используется как лупа. Поэтому изображение y' , рассматриваемое через окуляр, видно под углом

$$2u = \frac{y'}{f_2},$$

где f_2 — первое главное фокусное расстояние окуляра. Подставляя сюда вместо y' его значение по (5), получим для угла, под которым виден объект PP_1 при его рассматривании через микроскоп:

$$2u = y \frac{s'}{f_1 f_2}. \quad (6)$$

Невооруженным глазом тот же объект был бы виден под углом

$$2u_0 = \frac{y}{l_0},$$

где l_0 — расстояние, на котором объект рассматривается. Для углового увеличения микроскопа γ находим

$$\gamma = \frac{2u}{2u_0} = \frac{l_0 s'}{f_1 f_2}. \quad (7)$$

Если l_0 положить равным расстоянию наилучшего видения и все остальные величины, входящие в формулу (7), измерять в сантиметрах, то

$$\gamma = \frac{25s'}{f_1 f_2}. \quad (7a)$$

Расстояние s' практически равно расстоянию d между объективом L_1 и главной фокальной плоскостью окуляра L_2 (при грубых оценках увеличения микроскопа d можно считать равным длине тубуса микроскопа). Увеличения микроскопов достигают 2000.

О разрешающей силе микроскопа будет сказано в § 330. Для получения большой разрешающей силы объектив микроскопа должен захватывать, по возможности, широкий пучок лучей, идущих от объекта. Для того чтобы при этом изображение не портилось из-за aberrаций, объектив микроскопа приходится делать в виде сложной системы, состоящей из ряда линз (в сложных объективах до 10—12 линз). В качестве объектов для микроскопа обычно употребляются более или менее прозрачные препараты, заключенные между двумя стеклами (предметным и покровным). Препараты рассматриваются

в проходящем свете и для их освещения используются специальные осветительные системы — конденсоры.

Обычно объективы и окуляры микроскопа делаются сменными, что позволяет получать различные увеличения.

Очки. Оптические недостатки глаза — его близорукость или дальнозоркость — исправляются с помощью очковых линз. Близорукий глаз имеет слишком большую оптическую силу и для его коррекции употребляется отрицательная оптическая линза. Дальнозоркий глаз имеет слишком малую оптическую силу и для его коррекции употребляется положительная линза.

Предположим, что требуется скорректировать дальнозоркий глаз, дальняя точка которого P_d лежит за сетчаткой (рис. 286). Для того чтобы глаз мог в спокойном состоянии рассматривать бесконечно удаленные предметы, надо подобрать такую очковую линзу L , которая направляла бы параллельный пучок лучей к дальней точке глаза P_d . Следовательно, второй главный фокус очковой линзы F' должен совпадать с дальней точкой глаза P_d . Отсюда получаем, что второе главное фокусное расстояние очковой линзы f' должно равняться

$$f' = d + l_d,$$

где d — расстояние от линзы L до вершины глаза и l_d — расстояние до дальней точки глаза, также отсчитанное от вершины глаза. Оптическая сила, корректирующей очковой линзы равна

$$\Phi = \frac{1}{f'} = \frac{1}{d + l_d}.$$

Если d и l_d выразить в метрах, то оптическая сила очковой линзы получится в диоптриях.

Бинокль и дальномер. Зрительные трубы, предназначенные для наблюдения земных объектов, часто соединяются

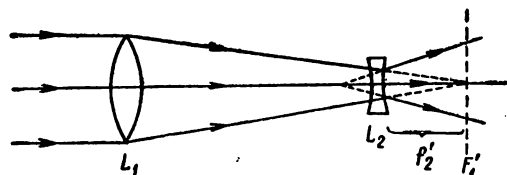


Рис. 287. Труба Галилея.

попарно для одновременного рассматривания объекта двумя глазами. В таком виде они образуют **бинокль**.

В биноклях, кроме зрительных труб с оптической системой из двух положительных линз, употребляются зрительные трубы, окуляром для которых служит отрицательная линза. Зрительная труба такого типа была впервые осуществлена Галилеем и носит название трубы Галилея. Отрицательная линза L_2 расположена между объективом L_1 и его главной фокальной плоскостью F_1' (рис. 287) на расстоянии от F_1' , равном ее собственному фокусному

расстоянию f'_2 . Таким образом, фокусы объектива и окуляра совмещены и обе линзы в трубе Галилея образуют телескопическую систему. Окуляр дает мнимое прямое изображение рассматриваемого объекта. Угловое увеличение трубы Галилея равно f'_1/f_2 .

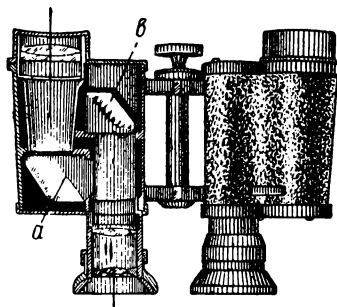


Рис. 288. Полевой бинокль.

Бинокли небольшого увеличения делаются из двух труб Галилея. Бинокли большого увеличения («полевые») делаются из двух труб с положительными окулярами. Схема полевого бинокля приведена на рис. 288. Оборачивающей системой являются две призмы полного внутреннего отражения a и b . Одновременно эти призмы позволяют укоротить длину труб и увеличить расстояние между центрами объективов по сравнению с расстоянием между зрачками глаз. Большое расстояние между объективами ведет к увеличению стереоскопического эффекта.

Трубы с большим стереоскопическим эффектом могут употребляться для измерения расстояний до наблюдаемого объекта. В этом виде они носят название *дальномеров*.

Схема устройства монокулярного дальномера представлена на рис. 289. Два объектива L_1 и L_2 разведены на большое расстояние d друг от друга (до нескольких метров). Величина d называется базой дальномера. С помощью зеркал a_1 , a_2 и b_1 , b_2 лучи от объектов посылаются к окуляру C , через который рассматриваются оба изображения, даваемые объективами L_1 и L_2 . Если объект находится бесконечно далеко, то от него падают на объективы параллельные лучи AB и $A'B'$, и оба изображения совпадают. Если объект находится на конечном расстоянии, то между лучами имеется угол параллакса ϵ , и изображения сдвинуты друг относительно друга. Предположим для простоты, что объект находится на оси левого объектива. Тогда на правый объектив от него падает луч $A''B'$, составляющий с лучом $A'B'$ угол ϵ . В фокальной плоскости изображение, даваемое правым объективом, сдвинуто на величину $\delta l = \epsilon f'$, где f' — второе главное фокусное расстояние объектива. С другой стороны, угол ϵ связан с расстоянием l до наблюдаемого объекта равенством $\epsilon = \frac{d}{l}$.

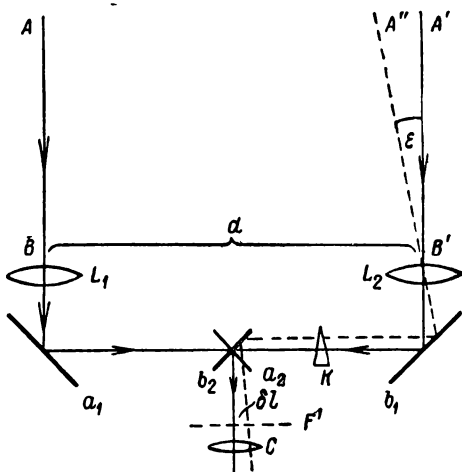


Рис. 289. Схема устройства монокулярного дальномера.

Из приведенных соотношений получаем

$$l = \frac{d \cdot f'}{\delta l}.$$

Величина $d \cdot f'$ постоянна для данного дальномера; таким образом, расстояние l до наблюдаемого объекта можно найти, измерив смещение обоих изображений δl . Обычно величина δl измеряется путем совмещения обоих изображений. Для этого в одну из ветвей дальномера вводится клин K . Чем больше смещение δl , тем на больший угол надо наклонить клин. Следовательно, по углу наклона клина можно определить δl и тем самым измерить расстояние l до объекта.

§ 329. Проектирующие и осветительные приборы. Простейшим проектирующим прибором является *фотографический аппарат*, объектив которого L (рис. 290) образует действительное изображение фотографируемого предмета в плоскости AB , где располагается светочувствительная пластинка или пленка. Фотографический объектив представляет собою обычно сложную систему (из четырех или большего числа линз), корригированную на хроматизм, сферическую абберацию и другие недостатки. Резкость изображения на фотопластинке достигается путем перемещения объектива или его отдельных частей. Объектив обычно снабжается диафрагмой переменного отверстия (ирисовой диафрагмой), которая позволяет улучшить „глубину“ фокуса, т. е. дает возможность одновременно с достаточной резкостью фокусировать предметы, находящиеся на разном расстоянии от объектива, и регулировать величину светового потока, попадающего в фотоаппарат.

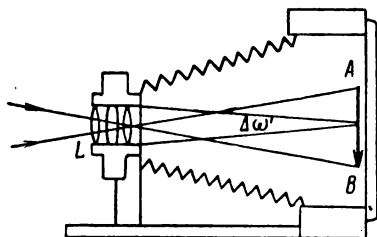


Рис. 290. Схема оптики фотографического аппарата.

Интенсивность фотохимического процесса, происходящего в светочувствительном слое пластинки, как мы указывали (§ 306), определяется освещенностью в плоскости пластинки.

По формуле (8) § 324 эта освещенность A' равна

$$A' = kB \Delta\omega', \quad (1)$$

где B — яркость объекта, k — величина, определяющая потери света при прохождении через объектив, $\Delta\omega'$ — телесный угол, под которым виден объектив из места, где получается изображение. Если фотографируемый предмет достаточно удален, то изображение возникает на расстоянии от объектива, близком к его второму главному фокусному расстоянию f' , и для угла $\Delta\omega'$ в этом случае приближенно имеем

$$\Delta\omega' = \frac{\pi d^2}{4f'^2},$$

где d — диаметр объектива (при условии максимального раскрытия диафрагмы). Подставляя это выражение в (1), находим

$$A' = \frac{k\pi}{4} \left(\frac{d}{f'} \right)^2 B. \quad (2)$$

Из формулы (2) видно, что освещенность на фотопластинке пропорциональна квадрату отношения диаметра объектива к его фокусному расстоянию. Это отношение d/f' принято называть *светосилой объектива* или его *относительным отверстием*. Большинство современных фотоаппаратов имеет светосилу $1:4,5 \sim 1:2,5$. Могут быть осуществлены объективы с относительным отверстием больше единицы (например, $1:0,9$), однако для того чтобы они давали изображение хорошего качества, их приходится делать многолинзовыми, что ведет к увеличению потерь в свете на отражения, т. е. к уменьшению коэффициента k . В результате этого может оказаться, что объектив с большим относительным отверстием даст меньшую освещенность, чем объектив с несколько меньшим относительным отверстием, но зато более простой по конструкции.

Под углом $\Delta\omega'$, строго говоря, в формуле (1) надо подразумевать телесный угол, под которым виден зрачок выхода (§ 325) из места расположения фотопластинки. Действующей диафрагмой фотообъективов обычно является ирисовая диафрагма, которая располагается между линзами объектива. При максимальном открытии диафрагмы угол $\Delta\omega'$, под которым видно ее изображение, даваемое последующей частью объектива, близок к углу, под которым видна задняя линза объектива. Поэтому с достаточной степенью приближения можно считать, что при максимальном открытии диафрагмы освещенность определится отношением $(d/f')^2$, где d — диаметр объектива, как это и было указано в основном тексте. При уменьшении отверстия диафрагмы освещенность A' будет уменьшаться.

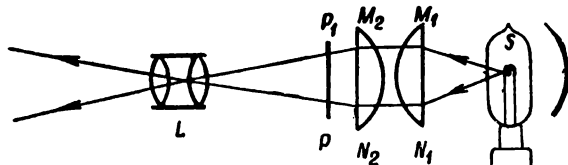


Рис. 291. Схема оптики проекционного фонаря.

В качестве следующего прибора рассмотрим *проеекционный фонарь*, служащий для получения на экране увеличенного изображения прозрачных картин (диапозитивов). На рис. 291 дана схема оптической системы проекционного фонаря: S — источник света, M_1N_1, M_2N_2 — осветительная система (конденсор), состоящая из двух плоско-выпуклых линз, PP_1 — диапозитив, L — проектирующий объектив. Роль конденсора — увеличить освещенность (а следовательно, и яркость B) диапозитива.

Проектирующий объектив дает на экране увеличенное действительное и обратное изображение диапозитива PP_1 . Освещенность A' на экране может быть определена с помощью формулы (7) § 324:

$$A' = kB \frac{\Delta\omega}{\beta^2}, \quad (3)$$

где β — линейное увеличение и $\Delta\omega$ — телесный угол, под которым виден проектирующий объектив L из места расположения диапозитива PP_1 . Так как обычно проектирующий фонарь дает большое увеличение, то диапозитив PP_1 располагается вблизи первой фокальной плоскости объектива L . Поэтому для угла $\Delta\omega$ приближенно имеем

$$\Delta\omega = \frac{\pi d^2}{4f^2},$$

где d — диаметр объектива и f — его первое главное фокусное расстояние. Подставляя это значение $\Delta\omega$ в (3), найдем

$$A' = \frac{\pi k}{4} \left(\frac{d}{f}\right)^2 \frac{1}{\beta^2} B. \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что освещенность на экране снова определяется светосилой (относительным отверстием d/f) объектива и, кроме того, она обратно пропорциональна квадрату линейного увеличения β . Чем большего размера изображение желательно получить на экране, тем больше следует брать яркость объекта B , т. е. тем более интенсивным источником света S следует снабжать проектирующий фонарь.

По указанной схеме устраивается и проектирующая система кино. Так как при этом используются большие увеличения, то проектирующая киноаппаратура снабжается мощными источниками света, по большей части, электрическими дугами.

В аудиториях в настоящее время часто употребляется проекция непрозрачных предметов (*эпипроекция*), например, рисунков из книг. В этом случае для достижения необходимой освещенности на экране надо создать весьма большую освещенность в месте расположения проектируемого объекта, чтобы его яркость B оказалась достаточной. Это достигается либо с помощью электрической дуги, либо с помощью нескольких ламп накаливания. Кроме того, для эпипроекции объектив L берется возможно большей светосилы.

Оптические системы, изменяя телесные углы, в пределах которых распространяются световые потоки, могут менять освещенность. На этом основано устройство различных осветительных систем, в том числе *прожекторов*, служащих для освещения удаленных предметов. Рассмотрим простейшую схему прожектора, состоящего из точечного источника S с силой света I и линзы L (рис. 292).

Пусть линза L видна из места расположения источника под телесным углом ω , тогда от источника на линзу падает поток, равный $I\omega$, и через линзу проходит поток

$$F' = kI\omega, \quad (5)$$

где k — величина, указывающая на потери при прохождении света через линзу. Если источник S расположен между линзой L и ее первым главным фокусом, то получается его мнимое изображение S' . Выходящий из линзы пучок света заключен в пределах телесного угла ω' , под которым линза видна из места расположения изображения S' . Сила света этого пучка

$$I' = \frac{F'}{\omega'};$$

подставляя сюда вместо F' его значение по (5), получим

$$I' = kI \frac{\omega}{\omega'}. \quad (6)$$

Рис. 292. Увеличение силы света I с помощью линз.

Так как потери света в одной линзе малы, то, следовательно, k близко к единице, и из формулы (6) вытекает: сила света в пучке возрастает в отношении ω/ω' по сравнению с силой света самого источника. Величина ω/ω' может быть сделана большой и поэтому с помощью линзы можно значительно повысить силу света в пучке.

Располагая точечный источник света S в главной фокальной плоскости, мы получим его изображение S' в бесконечности, в результате чего телесный угол ω' должен стать равным нулю. В соответствии с этим сила света пучка, выходящего из линзы, должна была бы сделаться бесконечной. В действительности всякий источник света является протяженным (кроме того, строго параллельный пучок лучей нельзя осуществить из-за дифракции), поэтому угол ω' всегда отличен от нуля и сила света не может быть получена бесконечно большой.

В современных прожекторах вместо линз употребляются вогнутые зеркала, но принцип их действия совпадает с разобранным.

Рассмотрим частный случай, когда источник S силой света $I = 1000$ св расположен перед вогнутым зеркалом AB (рис. 293) так, что зеркало видно из места расположения источника под телесным углом $\omega = \pi$. Пусть пучок лучей, отраженных от зеркала, заключен в пределах конуса с углом раствора $\alpha = 6^\circ$. Определим силу света I' в пучке, считая, что коэффициент отражения k зеркала равен 0,8. Для нахождения силы света I' по формуле (6) надо найти телесный угол ω' . Для этого угла имеем (см. § 303):

$$\omega' = 4\pi \sin^2 \frac{\alpha}{4} \cong \pi \frac{\alpha^2}{4},$$

где угол α должен быть выражен в радианах. Подставляя это значение ω' в (6), получим:

$$I' = kI \frac{4\omega}{\pi\alpha^2}.$$

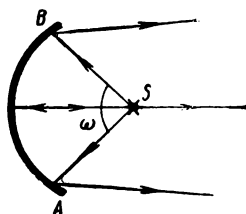


Рис. 293. Схема зеркального прожектора.

Подставляя сюда $\omega = \pi$, $\alpha = 6^\circ \cong 0,1 \text{ рад}$ и $k = 0,8$, найдем:

$$I' = 0,8I \frac{4}{0,1^2} = 320I.$$

Следовательно, благодаря вогнутому зеркалу сила света в пучке возрастает в 320 раз; при $I = 1000 \text{ св}$ получаем $I' = 320\,000 \text{ св}$.

В современных прожекторах удастся получать пучки с углом расхождения около 2° и с силой света в сотни миллионов свечей.

§ 330. Разрешающая сила оптических приборов. До сих пор мы считали, что система может дать точечное изображение точечного объекта и что такие недостатки, как сферическая аберрация, астигматизм и т. д., в принципе устранимы. Однако в § 328 нам уже пришлось указать, что в случае телескопа в фокальной плоскости объектива звезды дают дифракционную картину. В действительности явление дифракции имеет место в любых оптических системах и каждая точка объекта отображается в фокальной плоскости дифракционным кружком. Это обстоятельство ограничивает число деталей, которые могут быть разрешены в изображении, и дает предел для имеющих практический смысл увеличений.

Наиболее простой характер дифракция имеет в телескопе, поэтому прежде всего и обратимся к этому прибору. При наблюдении в телескоп звезды, как мы указывали, на объектив падает параллельный пучок лучей и в фокальной плоскости объектива возникает дифракционная картина, рассмотренная нами в § 269 и изображенная на рис. 88. Около 84% всего светового потока приходится на центральное светлое пятно этой дифракционной картины и только около 16% на все окружающие его кольца. Поэтому в дальнейшем на кольца мы можем не обращать внимания. При наблюдении двух очень близких звезд даваемые ими дифракционные картины частично перекроются и возникнет одно более или менее удлинненное и неоднородное по освещенности светлое пятно. Спрашивается, в каком случае это пятно может еще восприниматься как изображение двух звезд и в каком — уже нельзя будет утверждать, что оно образовано двумя, а не одной звездой.

Здесь, как и в случае разрешения двух спектральных линий (§ 271), мы будем придерживаться критерия Релея, а именно, считать две дифракционные картины разрешенными, если на суммарной кривой интенсивности провал в минимуме достигает 20%, что воспринимается глазом по контрасту, как наличие темного промежутка между двумя максимумами.

На двух, налагающихся одна на другую, дифракционных картинах от круглых отверстий провал достигает 20% в том случае, когда максимум одной из кривых приходится на первый минимум второй кривой. Угловое расстояние между главным максимумом дифракционной картины от круглого отверстия (§ 269) и ее первым

темным кольцом равно $\delta\varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D}$, где λ — длина волны и D — диаметр отверстия. В данном случае отверстием является оправа объектива и поэтому D совпадает с диаметром объектива телескопа. Угловые расстояния в пределах дифракционных картин определяются углами между прямыми, проведенными из центра объектива L (рис. 294) к соответственным точкам дифракционных картин. Отсюда получаем, что критерий Релея для разрешения двух звезд удовлетворяется, если угловое расстояние между ними $\delta\varphi$ равно

$$\delta\varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (1)$$

Из равенства (1) видно, что *чем больше диаметр объектива телескопа, тем более близкие звезды он позволяет разрешать.*

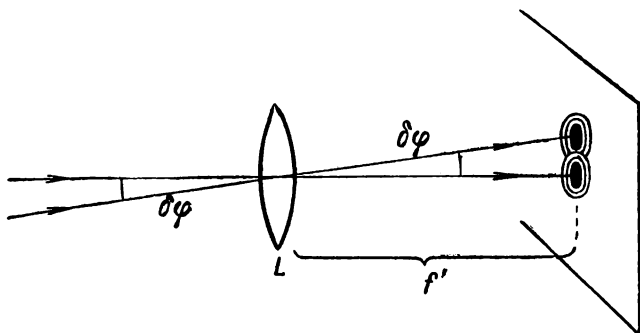


Рис. 294. Угловое расстояние $\delta\varphi$ между двумя едва разрешимыми точечными объектами.

Увеличение окуляра телескопа должно подбираться так, чтобы дифракционные пятна, разрешенные объективом, были разрешены и глазом, т. е. были видны под углом около $1'$. При фотографировании звезд линейное расстояние $\delta y'$ между центрами их дифракционных картин должно превосходить размеры зерен эмульсии фотопластинки, что соответствует расстояниям порядка $0,01$ мм. Если f' — второе главное фокусное расстояние объектива телескопа, то линейное расстояние $\delta y'$ между изображениями двух едва разрешимых звезд равно

$$\delta y' = f' \cdot \delta\varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D} f'. \quad (2)$$

При современных методах микрофотометрирования можно установить относительный минимум в освещенности порядка 10% и даже 5% и, следовательно, разрешить звезды, более близкие, чем удовлетворяющие критерию Релея.

Выведенные для телескопа условия разрешения (1) и (2) сохраняются и для земных зрительных труб при рассматривании далеких предметов, а также для фотоаппаратов при фотографировании удаленных предметов. Если предмет находится близко от объектива, то нельзя считать, что от него на объектив падает параллельный пучок лучей; при этом учет роли дифракции при образовании изображения будет более сложным. Такой именно случай близкого расположения наблюдаемого предмета к объективу мы имеем для микроскопа. Поэтому точный учет роли дифракции в микроскопе представляет собою сложную задачу, на которой мы несколько остановимся ниже (§ 331). Здесь же произведем простой подсчет разрешающей силы микроскопа, исходя из предположения, что каждая точка объекта, являющаяся самостоятельным источником света, дает в фокальной плоскости объектива дифракционный кружок приблизительно таких же угловых размеров, как и в случае дифракции от параллельного пучка лучей. Тогда мы можем считать, что две соседние точки объекта разрешены в том случае, если центры их изображений будут находиться на линейном расстоянии $\delta y'$, выражаемом формулой (2), где вместо f' надо поставить расстояние s' от объектива до места расположения изображения (рис. 295):

$$\delta y' = 1,22 \frac{\lambda}{D} s'. \quad (3)$$

Обозначим через δy расстояние между едва разрешимыми точками объекта.

Объективы микроскопов всегда рассчитываются таким образом, чтобы по отношению к их сопряженным точкам выполнялось условие синусов (§ 322); поэтому имеем:

$$n \sin u \cdot \delta y = n' \sin u' \cdot \delta y', \quad (4)$$

где n и n' — соответственно коэффициенты преломления веществ перед объективом микроскопа и после него.

В микроскопах изображение всегда получается в воздухе, поэтому $n' \cong 1$; препарат же может находиться в веществе, отличном от воздуха (см. ниже об иммерсии), поэтому для общности мы не будем считать n равным единице. Кроме того, из рис. 295 имеем:

$$\sin u' \cong \frac{D/2}{s'}.$$

Подставляя указанные значения n' и $\sin u'$ в (4), найдем для $\delta y'$:

$$\delta y' = \frac{2s'}{D} \cdot n \sin u \cdot \delta y.$$

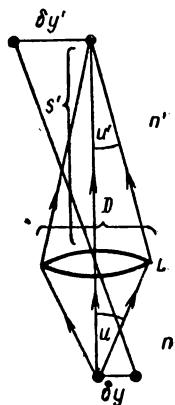


Рис. 295. К выводу разрешающей силы микроскопа.

Сравнивая это выражение для $\delta u'$ с выражением (3), получаем:

$$\frac{2s'}{D} \cdot n \sin u \cdot \delta u = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} s',$$

откуда находим для расстояния δu между едва разрешимыми объектами:

$$\delta u = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin u}. \quad (5)$$

Величина $A = n \sin u$ называется *числовой апертурой* объектива микроскопа. Если объект находится в воздухе, то $n = 1$ и тогда из формулы (5) следует, что микроскоп позволяет разрешить объекты, находящиеся друг от друга на расстоянии $\delta u = 0,61 \frac{\lambda}{\sin u}$. Для микроскопических объективов угол u близок к $\pi/2$ и, следовательно, $\sin u \cong 1$, откуда получаем, что микроскоп позволяет разрешить объекты, отстоящие друг от друга на расстоянии порядка $\frac{1}{2} \lambda$. В случае визуальных наблюдений, длина волны λ относится к видимой области спектра, т. е. представляет собой величину порядка $5 \cdot 10^{-5}$ см: следовательно, микроскоп позволяет разрешить объекты, отстоящие друг от друга на расстоянии порядка $3 \cdot 10^{-5}$ см.

Из формулы (5) видно, что разрешающая сила микроскопа может быть повышена, если объект будет погружен в вещество с коэффициентом преломления $n > 1$. Это достигается тем, что микроскопический препарат, который обычно представляет собою очень тонкий срез, заклеивается между двумя плоскими стеклами (предметным и покровным), причем склеивающее вещество подбирается так, чтобы его коэффициент преломления равнялся коэффициенту преломления стекол (обычно $n = 1,5$). Для того чтобы при этом полное внутреннее отражение на границе между покровным стеклом и воздухом не ограничивало значение апертурного угла u (рис. 296а), между покровным стеклом и первой линзой объектива вводят каплю прозрачного масла с тем же значением n . Тогда, как видно из рис. 296б, угол u может стать близким к $\pi/2$. Такая система носит название *иммерсионной*. Путем иммерсии с $n = 1,5$ числовая апертура микроскопа может быть доведена до 1,4 и разрешающая сила повышена приблизительно в 1,5 раза против той, которая достигается при воздушном промежутке между рассматриваемым препаратом и объективом.

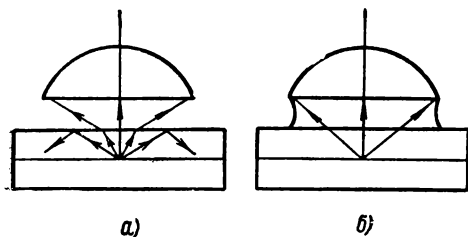


Рис. 296. Роль иммерсии.

Для того чтобы детали, разрешенные объективом микроскопа, могли быть восприняты отдельно глазом, увеличение окуляра должно быть подобрано таким, чтобы они были видны под углом около $1'$. Окуляр не может добавить деталей, которые не разрешены объективом микроскопа. Однако поскольку определение разрешающей силы

по критерию Релея носит приближенный характер, в действительности число различимых глазом в микроскоп деталей и степень их достоверности возрастает, если взять окуляр несколько большего увеличения, чем указано выше.

При фотографировании объектов в микроскоп разрешающая сила может быть повышена за счет перехода к ультрафиолетовым лучам с длиной волны, меньшей, чем у видимых лучей.

Такой ультрафиолетовый микроскоп позволяет (при $\lambda \cong 2,5 \cdot 10^{-5}$ см) разрешать вдвое более мелкие детали, чем обычный.

§ 331. Дифракционные явления в микроскопе. В § 330, рассматривая разрешающую силу микроскопа, мы считали, что каждая точка объекта является самостоятельным источником света. Колебания, идущие от различных точек, при этом не когерентны. Каждая точка объекта дает в фокальной плоскости объектива свой дифракционный кружок. В местах, где дифракционные кружки частично перекрываются, лучи между собою не интерферируют, и освещенности просто складываются. Это позволило нам определить разрешающую силу микроскопа, рассматривая суммарную кривую распределения освещенностей от двух соседних дифракционных кружков. Однако объекты, рассматриваемые в микроскоп, в большинстве случаев не являются самосветящимися. Они освещаются посторонним источником света, и колебания, исходящие от отдельных их точек, являются в какой-то мере когерентными. Полностью когерентными будут колебания, исходящие от разных мест объекта, если последний освещается параллельным пучком когерентных лучей, т. е. пучком, полученным с помощью линзы, в фокальной плоскости которой расположен точечный источник света.

Обычно освещение получается путем отбрасывания на объект с помощью конденсора изображения источника света конечных размеров. В этом случае можно ожидать, что лучи, исходящие от разных точек объекта, будут также некогерентными, так как разные точки объекта освещаются различными местами источника. Однако этот вывод справедлив лишь для точек объекта, расположенных не слишком близко друг к другу. Близкие точки объекта могут освещаться лучами, исходящими от одной точки источника света, так как система конденсора сама обладает конечной разрешающей силой (а также аберрацией) и каждая точка источника отображается ею в виде кружка конечных размеров. Поэтому обычно объект оказывается освещенным смешанным светом, частично когерентным и частично некогерентным.

Поскольку распределение освещенности, создаваемой лучами некогерентными (не интерферирующими между собою) и лучами когерентными (интерферирующими между собой), различно, можно предполагать, что разрешающая сила микроскопа зависит от способа освещения. Аббе развил теорию разрешающей силы микроскопа для предельного случая полностью когерентного света.

Чтобы легче учесть интерференцию лучей от отдельных мест освещенного когерентным светом объекта, Аббе брал в качестве объекта прозрачную дифракционную решетку. Пусть решетка AB с постоянной b освещается параллельным пучком когерентных лучей OO' (рис. 297). Изображение решетки, даваемое объективом микроскопа L , получается в плоскости $A'B'$. В главной же фокальной плоскости F объектива L получаются изображения спектров различных порядков, даваемых решеткой. По формуле (7) § 270 спектр k -го порядка образуется лучами, дифрагирующими под углом φ , определяемым соотношением:

$$b \sin \varphi = k\lambda. \quad (1)$$

Если мы имеем дело с иммерсионной системой (§ 330), то решетка погружена в жидкость с коэффициентом преломления n и под λ надо подразумевать длину волны в этой жидкости. Если же под λ подразумевать, как это обычно делается, длину волны в пустоте (практически в воздухе), то правую часть равенства (1) надо поделить на n и тогда получим:

$$b \sin \varphi = k \frac{\lambda}{n}. \quad (1a)$$

При $k = 0$ получается центральная светлая полоса. Лучи, идущие от этой центральной светлой полосы и отдельных спектров, интерферируют в плоскости $A'B'$, в результате чего возникает изображение решетки AB . Если часть из спектров закрыть, то изображение решетки исказится. Предположим, например, что закрыты все спектры и оставлена лишь одна центральная светлая полоса C_0 . В плоскости $A'B'$ она создаст равномерную освещенность. Таким образом, если оставить открытой только центральную светлую полосу, то в окуляр, сфокусированный на плоскости $A'B'$, мы увидим равномерно освещенное поле; никакого изображения решетки мы не увидим.

Предположим теперь, что открыты центральная светлая полоса C_0 и один спектр, например спектр C_1 , соответствующий $k = 1$. Для простоты будем считать, что решетка освещается монохроматическим светом. Тогда спектр C_1 сведется к одному максимуму и в главной фокальной плоскости объектива F будут находиться два когерентных источника света — центральная полоса C_0 и максимум C_1 , расположенные на некотором расстоянии t друг от друга. Лучи от этих источников, интерферируя между собою в плоскости $A'B'$, образуют ряд параллельных интерференционных полос. Расстояние между соседними светлыми полосами по расчету, приведенному в § 256, равно

$$\Delta l = \frac{\lambda}{t} s',$$

где s' — расстояние от главной фокальной плоскости F до плоскости $A'B'$. Из рис. 297 имеем $\frac{t}{s'} \cong \sin \varphi'$, откуда для Δl получаем

$$\Delta l = \frac{\lambda}{\sin \varphi'}. \quad (2)$$

Прозрачные штрихи решетки отстоят друг от друга на расстоянии b ; если мы обозначим через $\Delta y'$ размеры их изображения, получаемого в плоскости $A'B'$ в соответствии с требованиями лучевой оптики, то по соотношению синусов (§ 330):

$$nb \sin \varphi = n' \Delta y' \sin \varphi'.$$

Полагая коэффициент преломления среды, где получается изображение, $n' = 1$ (воздух), получим из последнего равенства:

$$\Delta y' = \frac{nb \sin \varphi}{\sin \varphi'}.$$

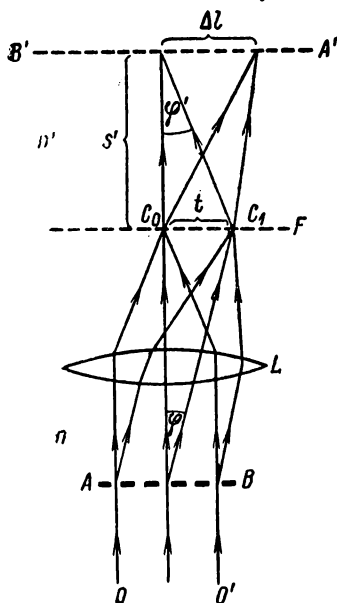


Рис. 297. Возникновение изображения дифракционной решетки в микроскопе.

Поскольку мы ограничили пучок, выходящий из объектива микроскопа, так, чтобы пропускались лишь центральная светлая полоса и один спектр, то значение $\sin \varphi$ определится равенством (1а), в котором надо положить $k = 1$, тогда $nb \sin \varphi = \lambda$ и

$$\Delta y' = \frac{\lambda}{\sin \varphi}.$$

Сравнивая это выражение с (2), получим: интерференционные полосы, возникающие в плоскости $A'B'$, лежат на расстоянии Δl , равном тому расстоянию $\Delta y'$, на котором должны лежать изображения светлых полос решетки. В плоскости $A'B'$ возникает своего рода «изображение» решетки, отличающееся от геометрически правильного изображения тем, что переход от максимумов, соответствующих светлым полосам решетки, к минимумам, соответствующим ее темным полосам, происходит не резко, но постепенно. Можно вполне строго показать, что если пропустить большое число спектров, то в результате интерференции исходящих от них лучей переход от максимумов к минимумам в плоскости $A'B'$ станет более резким, т. е. «изображение» будет более походить на объект.

Из приведенных соображений можно считать, что штрихи решетки разрешены в интерференционной картине, возникающей в плоскости $A'B'$, если пропущены центральный максимум и хотя бы один спектр, т. е. если угол φ удовлетворяет условию:

$$\sin \varphi \geq \frac{\lambda}{nb}.$$

Другими словами, микроскоп может разрешить штрихи решетки, если они отстоят на расстоянии:

$$b \geq \frac{\lambda}{n \sin \varphi}.$$

В § 330 мы видели, что две светящиеся точки разрешаются микроскопом, если расстояние между ними не меньше $0,61 \frac{\lambda}{n \sin \varphi}$. Таким образом, оказывается, что разрешающая сила микроскопа при освещении объекта когерентным светом приблизительно такая же, как при рассматривании объекта, отдельные точки которого испускают некогерентные лучи.

Из теории Аббе следует, что «изображение» может оказаться геометрически не подобным объекту, если искусственно закрыть часть спектров, получающихся в главной фокальной плоскости объектива F . Например, если пропустить центральный максимум и спектры только четных порядков ($k = \pm 2, \pm 4, \dots$), то в «изображении» светлые полосы расположились бы на расстоянии $\Delta l' = \frac{1}{2} \Delta y'$, т. е. «изображение» дало бы вдвое больше штрихов, чем их имеется в рассматриваемой решетке. Все эти выводы подтверждаются наблюдениями, производимыми при помещении в главной фокальной плоскости F диафрагм различной формы.

Дальнейшее развитие теории микроскопа было дано советскими физиками Л. И. Мандельштамом и Д. С. Рождественским. Л. И. Мандельштам подробно развил теорию для самосветящихся объектов и теоретически и экспериментально показал, что ряд выводов Аббе, в том числе возможность удвоения числа штрихов решетки, сохраняется и для самосветящихся объектов. Д. С. Рождественский исследовал наиболее общий случай частично когерентного света. Он указал на большую роль интерференционных явлений между пучками света, проходящими через различные части объекта. В большинстве случаев объекты, рассматриваемые в микроскоп, более или менее прозрачны. Лучи, проходящие через различные части объекта, приобретают определенные разности хода и интерферируют между собой. По краям рас-

смаатриваемого объекта возникают интерференционные полосы, еще более искажающие изображение.

Выводы, полученные как в настоящем параграфе, так и в § 330, показывают, что при приближении к пределу разрешающей силы микроскопа начинает теряться геометрическое сходство между объектом и его изображением. При этом при визуальном наблюдении микроскопы позволяют разрешать объекты размерами порядка $0,3 \text{ мк}$ без иммерсии и порядка $0,2 \text{ мк}$ — при наличии иммерсии. При фотографировании в ультрафиолетовых лучах можно разрешать объекты размеров порядка $0,1 \text{ мк}$.

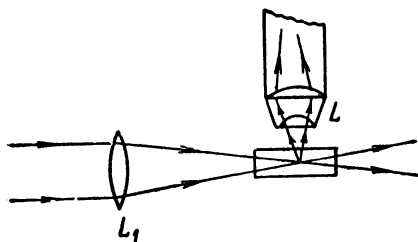


Рис. 298. Схема наблюдения ультрамикроскопических частиц.

ших десятых долей микрона. Такой способ наблюдения основан на рассеянии света малыми частицами. Схема метода изображена на рис. 298. Пучок света концентрируется с помощью линзы L_1 на кювете, где находятся во взвешенном состоянии малые частицы, которые принято называть *ультрамикроскопическими*. Свет, рассеянный отдельной ультрамикроскопической частицей, попадает в объектив микроскопа L и дает в его фокальной плоскости дифракционный кружок. По наличию такого кружка можно судить о присутствии частицы и ее движении. Вся совокупность частиц наблюдается в виде блестящих звездочек на черном фоне. Такой «ультрамикроскопический» метод позволяет устанавливать наличие частиц размером до $0,005 \text{ мк}$.

Другой прием, используемый в современной микроскопии, предназначен для наблюдения объектов, не поглощающих свет, а лишь вносящих в световые пучки определенные разности хода. Большинство биологических объектов, наблюдаемых в микроскоп, прозрачно и потому для наблюдения их необходимо предварительно окрашивать, причем так, чтобы разные ткани окрашивались по-разному. Подобрать такую окраску часто бывает трудно. Однако, и не окрашенные ткани оптически неоднородны, так как они имеют различный коэффициент преломления света. Поэтому между волнами, проходящими через часть наблюдаемого объекта с коэффициентом преломления n_1 (рис. 299) и через часть с коэффициентом n_2 , возникнет определенная разность фаз. Непосредственно наличие этой разности фаз не проявляется. Но в 1935 г. Цернике указал, что внося в лучи, дающие центральную светлую полосу C_0 (см. рис. 297), добавочную разность фаз $\pi/2$, можно получить интерференцию этих лучей с лучами, дифрагированными на неоднородностях наблюдаемого объекта, и тем самым выявить структуру без окрашивания объекта. Этот прием носит название *фазового контраста*.

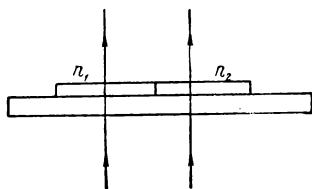


Рис. 299. Прохождение лучей через части объекта с разными коэффициентами преломления.

ГЛАВА XXIX

ФОТОНЫ

§ 332. Классическая теория излучения электрона и границы ее применимости. В предыдущих разделах нашего курса мы видели, что большое число оптических явлений объясняется, если допустить, что внутри атомов и молекул имеются электроны, совершающие колебания и испускающие свет той же самой частоты ν , с какой они колеблются сами. Это предположение подтверждается выводами из классической электродинамики, из которой вытекает, что электрон, движущийся с ускорением \ddot{x} , излучает электромагнитные волны, мощность которых равна

$$W = \frac{2e^2\ddot{x}^2}{3c^3}. \quad (1)$$

В случае, если электрон совершает гармоническое колебательное движение с амплитудой a и частотой ν , то около него возникает сферическая электромагнитная волна той же частоты ν .

Мощность излучения электрона (в среднем по времени) равна при этом, в соответствии с формулой (1), величине

$$\overline{W} = \frac{16\pi^4 e^2 \nu^4 a^2}{3c^3}. \quad (2)$$

Если движение электрона не является чисто гармоническим колебанием, то такое движение можно разложить в ряд Фурье на гармонические составляющие. Каждой гармонической составляющей с амплитудой a_i будет соответствовать мощность излучения \overline{W}_i , определяемая равенством (2).

Фактически электрон никогда не совершает чисто гармонического колебания, так как, излучая, он теряет энергию. Поэтому амплитуда его колебаний затухает, если только к нему не подводится непрерывно энергия от какого-либо внешнего источника. Такой электрон, совершающий затухающие колебания, дает излучение, амплитуды a_i которого заметно отличны от нуля в конечном интервале частот (ср. со сказанным в т. I, § 104). Другими словами, электрон, совершающий затухающие колебания, испускает не строго монохроматический свет, но спектральную линию конечной ширины. Ширина $\delta\nu$ этой

линии, называемая „естественной“, определяется величиной

$$\delta\nu = \frac{\gamma}{2\pi}, \quad \text{где} \quad \gamma = \frac{8\pi^2 e^2 v^2}{3c^3 m}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что естественная ширина зависит только от заряда e и массы электрона m , скорости света c и частоты излучения ν . Для частот порядка 10^{15} сек^{-1} (видимый свет) она равна $\delta\nu \cong 4 \cdot 10^7 \text{ сек}^{-1}$, т. е. относительно очень мала. Поэтому мы можем с достаточной степенью приближения считать, что электрон, обладающий внутри атома или молекулы собственной частотой гармонических колебаний ν , испускает, согласно классической электродинамике, свет той же частоты ν .

Для непериодического движения электрона в общем случае разложение в интеграл Фурье дает, что амплитуды a_i отличны от нуля для всех частот ν_i . Отсюда вытекает, что в этом случае излучение характеризуется наличием волн всевозможных длин, т. е. оно является *сплошным*, а не линейчатым.

Примером сплошного излучения электрона может служить так называемое *тормозное излучение*, возникающее при остановке электрона. Воспользовавшись формулой (1), получим, что испытывающий торможение электрон излучает за время dt энергию

$$W \cdot dt = \frac{2e^2 \ddot{x}^2}{3c^3} dt.$$

Пусть Δt — время, в течение которого электрон полностью затормаживается, т. е. меняет скорость от начального значения v до нуля; далее предположим, что торможение происходит с постоянным ускорением $\ddot{x} = w_0$. Тогда для полного количества энергии E , излученного за время торможения электрона Δt , получим

$$E = \int_0^{\Delta t} \frac{2e^2 w_0^2}{3c^3} dt = \frac{2e^2 w_0^2}{3c^3} \Delta t.$$

Так как при постоянном ускорении имеет место соотношение $w_0 = \frac{v}{\Delta t}$, то последняя формула дает

$$E = \frac{2e^2 v^2}{3c^3 \Delta t}. \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что излученная энергия тем больше, чем больше начальная скорость электрона v и чем меньше время торможения Δt . Это означает, что мы вправе ожидать заметного излучения лишь при очень резком затормаживании быстрого электрона. Такие условия осуществляются при бомбардировке быстрыми электронами твердого антикатада, что имеет место в рентгеновых трубках. Весьма

малое время торможения Δt ведет к тому, что при этом излучаются короткие длины волн. Таким образом объясняется возникновение рентгеновых лучей.

Разложение замедленного движения электрона в интеграл Фурье показывает, что при этом должен испускаться сплошной спектр с максимумом энергии, лежащим в тем более короткой области длин волн, чем больше начальная скорость электронов. Опыт подтверждает этот вывод. На рис. 300 приведены кривые распределения энергии в сплошном рентгеновом спектре, полученном при ударе пучка электронов о вольфрамовый антикатод. Кривые относятся к различным ускоряющим разностям потенциалов $V - V_0$, которые менялись от 20 до 50 кВ.

В качестве другого примера излучения электрона укажем на излучение, имеющее место в так называемых бетатронах и синхротронах (§ 378). В этих приборах электрон, двигаясь под влиянием вихревого электрического поля по окружности, достигает весьма больших скоростей, близких к скорости света. В 1944 г. советскими физиками И. Померанчуком и Д. Иваненко было указано, что электрон, движущийся по окружности в бетатроне или синхротроне, должен излучать. Несколько позже это излучение было наблюдалено в синхротроне, ускорявшем электроны до энергий в $7 \cdot 10^7$ эв. Орбита пучка электронов имела диаметр 29,3 см. Излучение было видно глазом, как маленькое яркое пятнышко белого цвета, если смотреть на вакуумную трубку в плоскости орбиты навстречу приближающемуся электрону.

Приведенные примеры указывают на применимость классической электродинамики к расчетам излучения электрона, движущегося ускоренно. Излучает лишь электрон, движущийся ускоренно; электрон, движущийся равномерно, излучать не должен. Однако этот вывод справедлив, пока скорость движущегося электрона v меньше фазовой скорости света. В пустоте свет распространяется с максимальной возможной скоростью c , и скорость электрона v никогда не может превысить c . Не так обстоит дело при движении электрона в каком-либо прозрачном веществе. В прозрачном веществе фазовая скорость света равна c/n , где n — коэффициент преломления вещества. Для

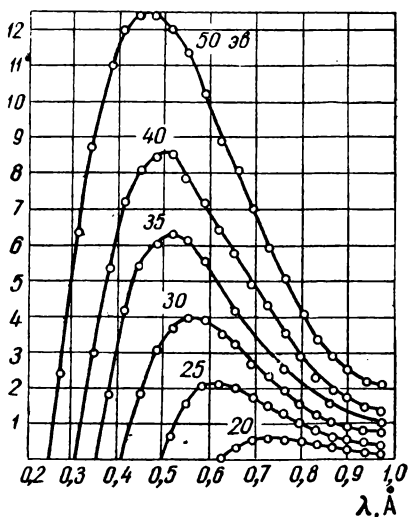


Рис. 300. Распределение энергии в сплошном рентгеновом спектре.

твердых и жидких тел n значительно больше единицы, и скорость электрона может превысить значение c/n . Свечение такого электрона, движущегося со „сверхсветовой“ скоростью, было обнаружено в 1934 г. П. А. Черенковым, который наблюдал прохождение через жидкость чрезвычайно быстрых электронов, вызванных γ -лучами радиоактивных элементов. Теория явления была дана И. М. Франком и И. Е. Таммом.

Свечение, обнаруженное П. А. Черенковым, распределено в пределах конуса с углом раствора ϑ , определяемым соотношением:

$$\cos \vartheta = \frac{c}{vn}, \quad (5)$$

где ϑ — угол, отсчитанный от направления движения электрона. Так как формула (5) дает для ϑ значения меньше $\pi/2$, то, следовательно, свечение наблюдается лишь в том же направлении, в котором электрон движется. В обратном направлении свет не излучается.

Это соотношение очень хорошо оправдывается на опыте.

Так, например, для бензола наблюдалось значение $\vartheta = 38^\circ 30'$, в то время как по формуле (5) получалось $38^\circ 40'$.

Все приведенные примеры указывают на совпадение выводов из классической электродинамики с опытными данными. Однако, наряду с этим, по мере развития физики стали накапливаться и такие факты, которые не согласовывались ни с классической теорией излучения, ни с волновыми представлениями о природе света вообще. Первое явное несоответствие выводов из классической теории излучения с экспериментальными данными обнаружилось при изучении распределения энергии по длинам волн в спектре абсолютно черного тела. Как было указано в § 310 и 311, исходя из общих термодинамических принципов, можно показать, что распределение энергии в спектре абсолютно черного тела является универсальной функцией, зависящей только от длины волны и абсолютной температуры. Однако правильный вид этой функции, как было указано, Планку удалось найти лишь после того, как он сделал предположение, совершенно чуждое классическим представлениям, а именно, положил, что свет испускается в виде отдельных порций энергии $\epsilon = h\nu$, где ν — частота излучения, а h — постоянная Планка, равная $6,624 \cdot 10^{-27}$ эрг \cdot сек.

В качестве второго примера, указывающего на неприменимость классической теории излучения, рассмотрим тормозное рентгеново излучение. Мы указали, что разложение замедленного движения в ряд Фурье объясняет сплошной характер его излучения. При этом в разложении присутствуют сколь угодно большие частоты, откуда следует, что сплошной рентгенов спектр не должен быть ограничен с коротковолновой стороны, хотя его интенсивность в области коротких длин волн и может быть малой. Опыт же показывает, что кривые распределения энергии в сплошном спектре рентгеновых

лучей имеют границу со стороны коротких длин волн (рис. 300). Положение этой границы зависит от скорости ударяющихся об антикатод электронов, но не зависит от материала антикатада. Чем больше скорость электронов, тем на более короткую длину волны λ_0 приходится граница спектра. Многочисленные измерения показали, что длина волны λ_0 , на которую приходится граница спектра, обратно пропорциональна разности потенциалов $V_1 - V_2$, ускоряющей электроны:

$$\lambda_0 = \frac{K}{V_1 - V_2}. \quad (6)$$

Если в формуле (6) длину волны λ_0 измерять в ангстремах и разность потенциалов $V_1 - V_2$ — в вольтах, то коэффициент пропорциональности K имеет значение: $K = 12\,350$.

Существование коротковолновой границы сплошного спектра рентгеновых лучей непосредственно объясняется гипотезой Планка об излучении энергии порциями $\epsilon = h\nu$. В самом деле, если излучение происходит за счет энергии тормозящихся электронов, то порция энергии, излученная электроном, не может превышать значение его начальной энергии:

$$\epsilon = h\nu \leq E_k, \quad (7)$$

где E_k — кинетическая энергия электрона, ударяющегося об антикатод. Так как электрон, пролетевший между точками с разностью потенциалов $V_1 - V_2$, имеет энергию $E_k = e(V_1 - V_2)$, где e — его заряд, то по (7) имеем

$$h\nu \leq e(V_1 - V_2).$$

Отсюда получаем, что максимальная частота ν_0 , которая может быть испущена тормозящимся электроном, равна

$$\nu_0 = \frac{e}{h}(V_1 - V_2).$$

Переходя от частот ν к длинам волн, найдем, что длина волны, соответствующая границе сплошного спектра рентгеновых лучей, определяется равенством:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{e} \frac{1}{V_1 - V_2} = \frac{K}{V_1 - V_2},$$

что совпадает с экспериментальной формулой (6). Воспользовавшись известными численными значениями h , c и e , найдем, что $K = \frac{hc}{e} = 4,13 \cdot 10^{-7}$. Если это значение перевести в систему единиц, где λ_0 выражается в ангстремах, а $V_1 - V_2$ — в вольтах, то $K = 12\,340$, что хорошо совпадает с его значением, полученным по непосредственному измерению коротковолновой границы сплошного рентгенова спектра.

§ 333. Фотоэффект. В предыдущем параграфе мы рассмотрели явления, которые показывают, что свет испускается порциями $\epsilon = h\nu$. Такими же порциями свет поглощается. Это вытекает с особенной наглядностью из фотоэлектрического явления, сводящегося к вырыванию из тел электронов под действием света.

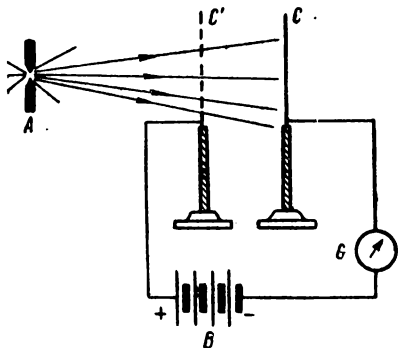


Рис. 301. Схема опыта А. Г. Столетова.

Влияние света на протекание электрических процессов было впервые описано Герцем, который заметил, что проскакивание электрической искры между цинковыми шариками значительно облегчается, если один из них осветить ультрафиолетовым светом. Дальнейшее подробное изучение влияния света на заряженные тела было проведено в период с 1888 по 1890 г. профессором Московского университета А. Г. Столетовым; одновременно фотоэлектрическое явление было изучено английским физиком Гальваксом.

Схема опыта А. Г. Столетова представлена на рис. 301, где CC' — конденсатор, состоящий из полированной металлической (цинковой) пластинки C и металлической сетки C' . Между пластинкой и сеткой создавалась разность потенциалов с помощью батареи B . Ток, возникающий при изменении заряда пластинки C , мог измеряться гальванометром G . Пластина C освещалась светом от электрической дуги A . Столетов установил, что отрицательно заряженная пластинка C теряет свой заряд под влиянием света. Это явление он назвал *актиноэлектрическим*; в настоящее время оно называется *фотоэффектом*. Далее Столетов установил следующие основные закономерности, которым подчиняется фотоэффект: 1) тело теряет заряд только в том случае, если оно заряжено отрицательно; заряд тела не пропадает под влиянием света, если оно заряжено положительно; 2) явление вызывается преимущественно ультрафиолетовыми лучами; 3) разряжающее действие лучей пропорционально их энергии; 4) разряжающее действие лучей обнаруживается даже при весьма кратковременном освещении, причем между

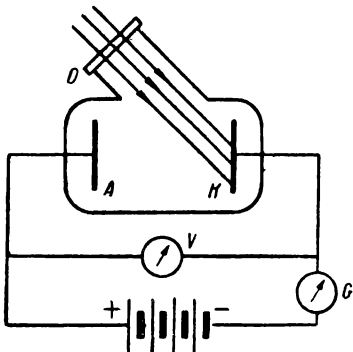


Рис. 302. Схема опыта по изучению фотоэффекта в вакууме.

моментом освещения и началом разряда не протекает заметного времени.

В дальнейшем Столетов проводил изучение фотоэффекта, поместив освещаемую пластинку в вакуум. Таким же методом пользовались и другие исследователи. Схема установки дана на рис. 302. Пластина K освещалась ультрафиолетовым излучением через кварцевое окошко O . Разность потенциалов $V_1 - V_2$, создаваемая между пластинкой K и вторым электродом A , измерялась с помощью вольтметра V . При освещении пластинки K между пластинками возникал ток, который измерялся гальванометром G . Так как в сосуде имелся хороший вакуум, то этот ток мог создаваться лишь за счет заряженных частичек, вырываемых из освещаемой пластинки. Поскольку явление наблюдается при пластинках K , изготовленных из любого металла, естественно было предположить, что частицами, вырываемыми светом, являются электроны.

Прямое доказательство, что светом вырываются из тел электроны, было дано А. Ф. Иоффе, который воспользовался методом пылинки, взвешенной между пластинками конденсатора (т. II, § 151). Схема опыта Иоффе представлена на рис. 303. В стеклянном сосуде C между электродами E и D происходил электрический разряд, причем возникало распыление металла, из которого сделаны электроды. Посредством крана F пылинки могли быть введены в пространство между пластинами конденсатора a и b . Конденсатор помещался в ящик B для защиты от внешних воздействий. Ящик B имел два окошка — кварцевое окошко e , служащее для освещения пылинки ультрафиолетовыми лучами, и окошко f , через которое пылинка наблюдалась в микроскоп. Заряженная трением о воздух пылинка уравнивалась в конденсаторе путем подбора соответственной разности потенциалов между пластинами a и b . При освещении пылинки слабым потоком ультрафиолетовых лучей, пылинка время от времени меняла свой заряд, вследствие чего она выходила из положения равновесия и начинала двигаться по направлению к отрицательной пластине конденсатора. Последнее обстоятельство указывало, что пылинка потеряла отрицательный заряд. Подбором нового значения разности потенциалов между пластинами конденсатора a и b можно было снова уравновесить пылинку. По значениям уравнивающих потенциалов вычислялось изменение заряда пылинки, которое оказалось равным заряду электрона e .

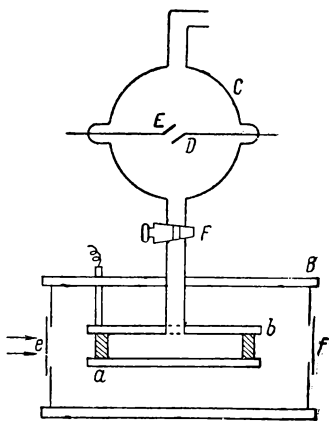


Рис. 303. Схема опыта А. Ф. Иоффе.

Возвращаясь к схеме опыта, изображенного на рис. 302, рассмотрим способ измерения числа электронов, вырываемых из освещаемой пластинки, и их скорости. Сила тока I , возникающего между электродами K и A при неизменном составе и мощности излучения, зависит от разности потенциалов $V = V_1 - V_2$ между электродами. Эта зависимость для случая освещения пластинки монохроматическим светом изображена на рис. 304. Кривая, изображающая зависимость I от V , носит название *вольтамперной характеристики*. Она отличается в данном случае двумя основными особенностями: а) при

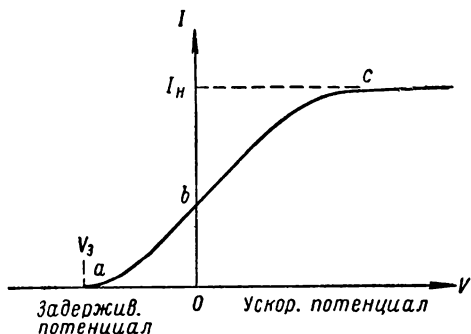


Рис. 304. Вольтамперная характеристика.

увеличении ускоряющей разности потенциалов V ток I достигает насыщения; б) существует такое значение *задерживающей* разности потенциалов V_3 , при котором ток I прекращается.

Очевидно, ток насыщения I_n (т. II, § 172) достигается тогда, когда все электроны, вырванные светом из пластинки K , долетают до электрода A . В соответствии с результатами наблюдений Столетова (законо-

мерность третья), ток насыщения пропорционален мощности светового потока W , падающего на пластинку. Так как ток насыщения $I_n = en$, где n — число электронов, вырванных в единицу времени, то мы получаем: *число электронов, вырванных в единицу времени, пропорционально мощности падающего излучения.*

Наличие тока I при задерживающем потенциале (часть кривой ab на рис. 304) указывает, что электроны вырываются светом из тела с некоторой начальной скоростью. Электроны перестают достигать электрода A , когда работа задерживающего электрического поля eV_3 становится равной их начальной кинетической энергии:

$$eV_3 = \frac{mv^2}{2}. \quad (1)$$

Особый интерес представляет зависимость скорости v фотоэлектронов от частоты света ν . Опыт непосредственно дает зависимость задерживающего потенциала V_3 от частоты ν ; зависимость скорости v от ν можно найти на основании соотношения (1) между v и V_3 . Многочисленные измерения показали, что V_3 является линейной функцией от частоты ν :

$$V_3 = k\nu - V_0, \quad (2)$$

где k и V_0 — постоянные, причем значение k не зависит от рода материала. На рис. 305 приведены данные, полученные Миллиkenом

при измерении задерживающих потенциалов для фотоэлектронов, вырываемых с поверхности натрия светом различных частот. По оси абсцисс отложены частоты света ν , а по оси ординат — задерживающие потенциалы V_3 . Экспериментальные точки отлично укладываются на прямую.

Поскольку задерживающий потенциал V_3 однозначно связан со скоростью электронов соотношением (1), то из (2) следует: *скорость электронов, вырываемых из тела при фотоэффекте, тем больше, чем больше частота ν поглощаемого света.*

Соотношению (2) можно придать другой вид, подставив вместо V_3 его значение через $\frac{mv^2}{2}$ по (1); тогда имеем:

$$\frac{mv^2}{2} = ek\nu - eV_0. \quad (3)$$

Из равенства (3) следует: *начальная кинетическая энергия фотоэлектронов возрастает линейно с частотой света ν .*

Из соотношений (2) и (1) вытекает еще одно следствие: для того чтобы электроны могли вырываться светом из тела, частота ν должна удовлетворять неравенству $\nu \geq \frac{V_0}{k}$. Величина $\nu_0 = \frac{V_0}{k}$ называется *красной границей фотоэффекта*. Только свет длины волны, меньшей чем $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{ck}{V_0}$, может давать фотоэффект. Для различных тел λ_0 имеет разные значения, причем для большинства тел (см. табл. XIV) λ_0 относится к ультрафиолетовой области; только для щелочных металлов λ_0 попадает в область видимого спектра. Этим подтверждается вывод Столетова, что фотоэффект происходит преимущественно под влиянием ультрафиолетовых лучей. Значения λ_0 очень сильно зависят от степени чистоты поверхности тела и от окклюзированных газов. Данные табл. XIV относятся к обезгаженным металлам.

Таблица XIV

Красная граница фотоэффекта

Металл	Cs	Na	Zn	Ag	Pt
λ_0 в Å	6600	5000	3720	2600	1962

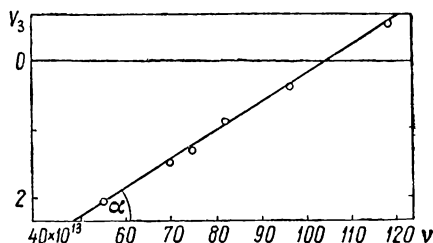


Рис. 305. Экспериментальные данные, выражающие линейную зависимость задерживающего потенциала от частоты.

Наконец, опыты прекрасно подтвердили утверждение Столетова, что между началом освещения и моментом возникновения фотоэффекта не протекает заметного времени. Столетов установил этот факт с точностью до одной тысячной секунды. Опыты, произведенные в последнее время, указывают, что промежуток времени между началом освещения и появлением фототока не превышает 10^{-9} сек.

Интенсивность фотоэффекта зависит от длины волны падающего света. При одной и той же мощности излучения сила тока насыщения I_n получается различная для разных длин волн λ . На рис. 306 представлена кривая чувствительности оксидно-цезиевого слоя.

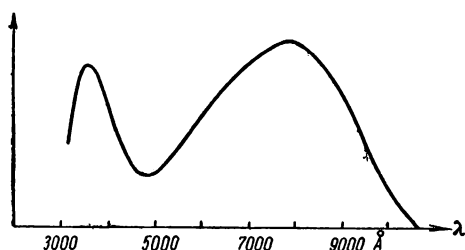


Рис. 306. Кривая чувствительности оксидно-цезиевого слоя.

Красная граница такого слоя лежит в инфракрасной области около $\lambda_0 = 11\,000$ Å. Начиная с этого значения, кривая чувствительности быстро возрастает и дает максимум около $\lambda = 8000$ Å, второй максимум лежит около $\lambda = 3800$ Å.

Особенно резкие максимумы чувствительности наблюдаются, если поверхность освещается плоской поляризованным светом, в котором электрический вектор E колеблется параллельно плоскости падения. Такого рода явление носит название *селективного*, или *избирательного*, *фотоэффекта*.

Селективный фотоэффект отсутствует, если электрический вектор в падающей волне колеблется перпендикулярно к плоскости падения.

§ 334. Формула Эйнштейна и ее экспериментальная проверка.

Экспериментальные законы, которым подчиняется фотоэлектрическое явление, находятся в противоречии с основными представлениями волновой теории света. Электромагнитная световая волна, падая на тело, содержащее электроны, должна вызывать их вынужденные колебания с амплитудой, пропорциональной амплитуде самих световых волн. Если силы, удерживающие электроны внутри тела, недостаточно велики, то электроны могут вылетать наружу со скоростью, которая должна зависеть от амплитуды падающего света. Так как амплитуда световых волн определяет мощность светового потока, то мы должны были бы получить, что скорость вырываемых электронов возрастает с интенсивностью падающего света. В действительности такой зависимости не существует: с увеличением мощности падающего света возрастает число выбрасываемых электронов; скорость электронов зависит *только* от частоты света. При этом, как мы видели, для всех веществ энергия выброшенных электронов возрастает линейно с частотой. Объяснить такую зависимость с волновой точки зрения, не делая каких-либо искусственных гипотез, невозможно.

В 1905 г. Эйнштейн показал, что все основные закономерности фотоэлектрического явления непосредственно объясняются, если предположить, что свет поглощается такими же порциями $\epsilon = h\nu$, какими он по предположению Планка, испускается. В самом деле, при вырывании электрона из твердого тела энергия света идет на: 1) работу вырывания (обозначим ее через A) и 2) сообщение электрону кинетической энергии $\frac{mv^2}{2}$. Если порция световой энергии, поглощенной при вырывании одного электрона, равна $h\nu$, то по закону сохранения энергии:

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A. \quad (1)$$

Это равенство носит название формулы Эйнштейна. Выражая кинетическую энергию электрона $\frac{mv^2}{2}$ через работу задерживающего поля eV_3 [формула (1) § 333], мы перепишем соотношение Эйнштейна (1) в виде:

$$h\nu = eV_3 + A. \quad (1a)$$

Из последнего равенства следует, что

$$V_3 = \frac{h}{e} \nu - \frac{A}{e}. \quad (2)$$

Это соотношение совпадает с экспериментальной закономерностью, выражаемой формулой (2) § 333:

$$V_3 = k\nu - V_0. \quad (3)$$

Таким образом, линейная зависимость кинетической энергии фотоэлектронов от частоты ν непосредственно вытекает из гипотезы о поглощении света отдельными порциями энергии $\epsilon = h\nu$.

Так же естественно объясняется пропорциональность тока насыщения I_n мощности падающего света. С возрастанием общей мощности светового потока W возрастает число отдельных порций энергии $\epsilon = h\nu$, а следовательно, и число n вырываемых в единицу времени электронов. Так как I_n пропорционально n , то тем самым объясняется и пропорциональность тока насыщения I_n мощности света W .

Закон Эйнштейна (1) может быть подвергнут экспериментальной проверке. Из сравнения формул (2) и (3) получаем следующую зависимость между постоянной Планка h и эмпирической константой k :

$$h = ke, \quad (4)$$

где e — заряд электрона. Определив из опыта k и воспользовавшись известным значением заряда электрона e , можно проверить,

действительно ли их произведение совпадает с постоянной Планка h . Справедливость соотношения (4) вытекала уже из первых измерений Милликена, результаты которых приведены на рис. 305. Константа k равна $\lg \alpha$, где α — угол, составляемый прямой (3) с осью абсцисс. Найденное отсюда значение h совпало в пределах ошибок наблюдений с отношением h/e .

Более точная проверка равенства (4) была выполнена рядом авторов, в том числе П. И. Лукирским и С. С. Прилежаевым, заменившими плоский конденсатор, которым пользовались все экспериментаторы начиная со Столетова, сферическим конденсатором.

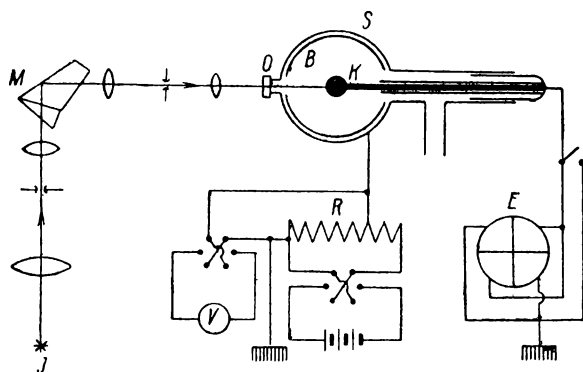


Рис. 307. Схема опыта П. И. Лукирского и С. С. Прилежаева.

Общий вид установки Лукирского и Прилежаева приведен на рис. 307. Здесь S — стеклянный шар, высеребренный изнутри и служивший внешним электродом B сферического конденсатора. Внутренним электродом служил шарик K , сделанный из исследуемого металла. Этот шарик освещался через кварцевое окошко O . В качестве источника света бралась ртутная дуга J , дававшая линейчатый спектр. Свет от этого источника проходил через кварцевый монохроматор M , служивший для выделения отдельных спектральных линий. Шарик K соединялся с квадрантным электрометром E . Между шариком K и сферой B создавалась разность потенциалов различной величины и знака с помощью потенциометра R ; разность потенциалов измерялась вольтметром V . Благодаря тому, что электрод B окружает шарик K , все электроны, вырванные из шарика K , достигнут поверхности электрода B и при отсутствии ускоряющего потенциала. В результате, ток насыщения I_n будет достигаться как раз тогда, когда разность потенциалов V между шариком K и электродом B равна нулю. Это обстоятельство позволяет исключить роль контактной разности потенциалов между электродами, которая

затрудняет измерение истинного значения задерживающего потенциала V_z . Другое преимущество сферического конденсатора заключается в том, что при работе с ним спад силы тока с возрастанием задерживающего поля получается более резким; это позволяет точнее определить то значение $V = V_z$, при котором $I = 0$. На рис. 308 представлены вольтамперные характеристики, полученные для никеля. Кривые относятся к случаям освещения никелевого шарика K светом трех различных длин волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, из которых λ_1 имеет наименьшую длину волны. Для всех трех кривых ток насыщения достигается при одной и той же разности потенциалов $V = +0,8$ в. Эта величина представляет собою контактную разность потенциалов между никелевым электродом K и серебряным электродом B . Вычитая эту величину 0,8 в из всех показаний вольтметра, можно получить истинные значения задерживающих потенциалов. Аналогичные кривые были получены для Al, Zn, Sn, Cd, Pb, Cu, Pt и Ag.

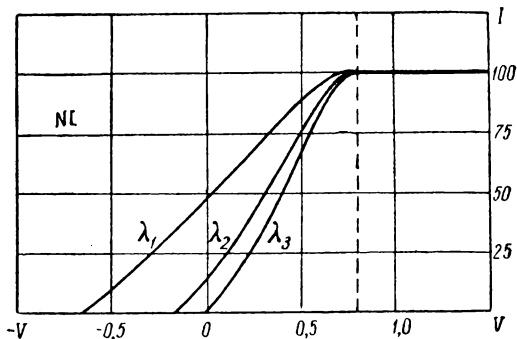


Рис. 308. Вольтамперные характеристики для Ni.

По измеренным значениям задерживающих потенциалов V_z при различных частотах света находили значение константы k , откуда на основании равенства (4) вычислялась постоянная Планка h ; погрешность в ее определении не превышала 0,2%. В пределах такой точности полученное значение для h совпадало со значением, определенным другими способами.

Из формулы Эйнштейна (1а) можно также определить работу выхода электрона из металла A . Найденные отсюда значения работы выхода ($2 \sim 6$ эв) хорошо согласуются с величинами, которые получаются на основании термоэлектронной эмиссии (т. II, § 172).

Сравнительно плавный спад кривых на вольтамперных характеристиках (рис. 308) при увеличении задерживающего потенциала объясняется тем, что не все электроны вырываются из металла с одинаковыми скоростями, равными скорости, определяемой по формуле Эйнштейна (1). Большая часть электронов вылетает из тела с меньшей скоростью. Это происходит от того, что свет вырывает электроны не только с самой поверхности, но и из некоторой глубины вещества. В последнем случае электроны теряют часть своей энергии раньше, чем они достигнут поверхности тела. Эта точка зрения подтверждается наблюдениями над фотоэффектом с тонких слоев. Если взять металл в виде очень тонкой пленки (толщиной порядка $10^{-6} \sim 10^{-7}$ см), то получаются фотоэлектроны, значительно более однородные по скоростям.

§ 335. Корпускулярные свойства света. В предыдущем параграфе мы указали на трудность, возникающую при попытке согласовать эмпирическую зависимость скорости фотоэлектронов от частоты ν с волновой теорией света. Еще резче выступает недостаточность волновых представлений на природу света, если обратить внимание на то, что не существует заметного времени запаздывания между началом освещения тела и моментом появления электронов. Дело в том, что время, необходимое, чтобы атом накопил энергии $\epsilon = h\nu$, нужную для выбрасывания фотоэлектрона, может быть при малых освещенностях велико. Действительно, при переносе энергии волнами энергия распределена (при постоянной амплитуде) с равномерной плотностью вдоль всего волнового фронта. Если на пути электромагнитной волны расположен вибратор, то, как доказывается в электродинамике, энергия, которую он поглотит, равна количеству энергии, переносимой через элемент поверхности, площадь которого $\Delta S = \lambda^2$, где λ — длина волны. Исходя из этих соображений, подсчитаем, в течение какого времени должно падать излучение заданной мощности на атом, чтобы он смог накопить достаточно энергии и затем выбросить электрон с энергией $h\nu$. Пусть u представляет собою плотность потока световой энергии, т. е. количество энергии, переносимой через единицу площади в единицу времени. Тогда, по сказанному, атом поглотит за время t энергию, равную $u \Delta S t = u \lambda^2 t$. Для того чтобы за счет этой энергии смог быть выброшен фотоэлектрон, она должна равняться $\epsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$, т. е. должно иметь место равенство:

$$u \lambda^2 t = h \frac{c}{\lambda},$$

откуда для времени t находим:

$$t = \frac{hc}{\lambda^2 u}. \quad (1)$$

В фиолетовом свете с длиной волны $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ фотоэффект легко наблюдается при плотности потока $u = 10^{-6} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек}$. Подставляя эти значения λ и u в (1) и воспользовавшись известными значениями постоянной Планка $h \cong 6,6 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}$ и скорости света в пустоте $c \cong 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}$, получим для времени t :

$$t = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{(4 \cdot 10^{-5})^3 \cdot 10^{-6}} \text{ сек} = 3 \cdot 10^3 \text{ сек} = 50 \text{ мин}.$$

Таким образом, для того чтобы атом смог выбросить фотоэлектрон, он должен был бы накапливать в рассматриваемом случае энергию в течение 50 мин. Весь процесс фотоэффекта происходил бы следующим образом: сперва в течение длительного времени фото-

электроны не появляются вовсе; затем сразу огромное число атомов выбрасывает электроны. В действительности процесс происходит иначе: первые фотоэлектроны появляются практически без всякого запаздывания после начала освещения; число же фотоэлектронов, выброшенных за некоторый промежуток времени, таково, что общая их энергия соответствует полному количеству световой энергии, вызывающей фотоэффект. Для сохранения представления о переносе световой энергии непрерывным волновым фронтом пришлось бы принимать искусственные гипотезы о том, что либо существует какой-то механизм передачи энергии от одних электронов другим, либо что энергия фотоэлектронов получается не за счет падающего света, а за счет каких-либо иных, внутренних, источников в атомах. В последнем случае роль света сводилась бы к приведению в действие некоторого „спускового механизма“ в атоме. Эти гипотезы неприемлемы, так как энергия фотоэлектронов совершенно не зависит от природы вещества, дающего фотоэффект, а всецело определяется частотой падающего света.

Резюмируя, мы можем сказать: фотоэлектрический процесс выглядит так, как если бы световая энергия переносилась отдельными частицами. Если частица „попадает“ в атом, она передает ему свою энергию полностью. Такая именно гипотеза о корпускулярной природе света была сделана Эйнштейном. Он положил, что свет представляет собою поток отдельных частичек. Эти световые частички первоначально назывались *световыми квантами*; в настоящее время за ними установилось название *фотонов*. Энергия фотона равна $\epsilon = h\nu$. Таким образом, фотоны, в зависимости от частоты света, имеют различную энергию. Малой энергией обладают фотоны, соответствующие далеким инфракрасным лучам (большие λ , малые частоты ν), большой — соответствующие рентгеновым лучам. Благодаря этому корпускулярные свойства света слабо проявляются для длинноволновых излучений и становятся наиболее заметными для лучей очень малых длин волн (рентгеновы лучи, γ -лучи радиоактивных элементов). Легко подсчитать, исходя из соотношения $\epsilon = h\nu$, что инфракрасным лучам с длиной волны $\lambda = 10 \text{ мк}$ соответствует энергия фотонов $\epsilon \cong 2 \cdot 10^{-13} \text{ эрг}$, видимым лучам ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$) соответствует энергия фотонов $\epsilon \cong 4 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$ и, наконец, рентгеновым лучам с длиной волны $0,1 \text{ \AA}$ — сравнительно очень большая энергия $\epsilon \cong 2 \cdot 10^{-7} \text{ эрг}$.

По теории относительности энергия частицы, обладающей отличной от нуля массой покоя, должна при приближении скорости частицы к скорости света возрастать до бесконечности. Так как для фотона, движущегося со скоростью света, энергия конечна, то, следовательно, надо положить, что фотон имеет нулевую массу покоя. Этот вывод не носит парадоксального характера, так как не

существует системы отсчета, относительно которой фотон покоился бы.

Пользуясь соотношением между энергией и количеством движения, мы можем найти и выражение для количества движения фотона p_Φ .

Полагая в формуле (7) § 301 $m_0 = 0$, получим $p_\Phi = \frac{\epsilon}{c} = \frac{h\nu}{c}$.

Окончательно имеем, что фотон характеризуется следующими величинами:

1) энергией

$$E_\Phi = \epsilon = h\nu;$$

2) количеством движения

$$p_\Phi = \frac{h\nu}{c}.$$

Наличие у фотонов количества движения непосредственно проявляется в факте существования светового давления.

В § 260, описывая опыты П. Н. Лебедева по измерению светового давления, мы указали, что световой поток должен обладать количеством движения, равным для единицы объема $k = \frac{w}{c}$, где w — объемная плотность световой энергии, а c — скорость света в пустоте. Это соотношение непосредственно вытекает из указанных свойств фотонов. В самом деле, если число фотонов, приходящихся на единицу объема, равно n_0 , то их общая энергия $w = n_0 \epsilon = n_0 h\nu$; их общее количество движения в световом потоке равно:

$$k = n_0 p_\Phi = n_0 \frac{h\nu}{c}.$$

Из сравнения выражений для w и k получаем:

$$k = \frac{w}{c}.$$

Корпускулярные свойства света были подтверждены многочисленными опытами, значительное количество которых принадлежит советским физикам. Первые же опыты А. Ф. Иоффе по наблюдению фотоэффекта с пылинок (§ 333) с полной очевидностью указали на отсутствие определенного времени накопления энергии атомами. Отдельные выбрасывания электронов с пылинки следовали друг за другом через случайные промежутки времени. Также случайным колебаниям была подвержена и длительность промежутка времени между началом освещения и выбрасыванием первого электрона. Явление соответствовало предположению о случайном попадании в пылинку частицы — фотона. С еще большей наглядностью правильность гипотезы о фотонах была показана в более поздних опытах А. Ф. Иоффе и Н. И. Добронравова по фотоэффекту с пылинки под влиянием рентгеновых лучей. Как было указано, фотоны рентгеновых лучей несут особенно большую энергию и потому экспериментирование с ними представляет

преимущества по сравнению с экспериментированием с лучами видимого света.

Схема опыта Иоффе и Добронравова приведена на рис. 309. В толстой эбонитовой пластинке делалась полость, из которой через трубку R откачивался воздух. Эта полость играла роль миниатюрной рентгеновой трубки. Катодом трубки служил конец тоненькой алюминиевой проволоочки K , освещавшийся ультрафиолетовыми лучами через кварцевое окошко L , антикатодом — тоненькая алюминиевая пластинка A . Выбрасываемые из конца проволоочки K фотоэлектроны ускорялись полем с разностью потенциалов в 12 000 в, создававшейся между проволоочкой K и пластинкой A . Ударяясь о пластинку A , электроны тормозились и испускали рентгеновы лучи. Поглощение лучей в пластинке мало, так что лучи практически свободно проникают через нее. Проволочка K освещалась настолько слабым потоком ультрафиолетового излучения, что она давала около 1000 фотоэлектронов в секунду. Эти электроны, ударяясь о пластинку A , вели к возникновению такого же числа рентгеновых импульсов в секунду.

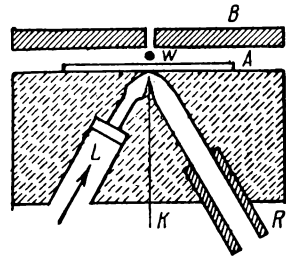


Рис. 309. Схема опыта А. Ф. Иоффе и Н. И. Добронравова.

Алюминиевая пластинка A и вторая, параллельная ей, пластинка B образовывали плоский конденсатор, в котором взвешивалась висмутовая пылинка W радиусом около $3 \cdot 10^{-5}$ см на расстоянии d от антикатада A , примерно равном 0,02 см.

Иногда пылинка выходила из равновесия в результате потери фотоэлектрона под влиянием падающих на нее рентгеновых лучей. В среднем потеря фотоэлектрона происходила один раз в 30 мин. Этот экспериментальный результат в точности соответствует корпускулярному представлению о природе света. В самом деле, каждый рентгенов импульс представляет собою с корпускулярной точки зрения частицу — фотон, летящую в произвольном направлении. Если пылинка видна под телесным углом $\Delta\omega$ из того места, где возникают фотоны, то из общего числа вылетевших фотонов n в нее попадет число фотонов n' , равное

$$n' = n \frac{\Delta\omega}{4\pi}.$$

Пусть наблюдение производится в течение времени t и число фотонов, возникающих в единицу времени, равно n_0 , тогда:

$$n' = n_0 t \frac{\Delta\omega}{4\pi}.$$

Отсюда получается, что средний промежуток времени $\bar{\tau}$ между двумя попаданиями в пылинку фотонов равен:

$$\bar{\tau} = \frac{t}{n'} = \frac{4\pi}{n_0 \Delta\omega}. \quad (2)$$

Телесный угол $\Delta\omega = \frac{\pi r^2}{d^2}$, где r — радиус пылинки и d — ее расстояние от места возникновения фотонов (от алюминиевой пластинки А). Подставляя это значение $\Delta\omega$ в (2), найдем

$$\bar{\tau} = \frac{4d^2}{n_0 r^2}.$$

В нашем случае $n_0 = 1000$, $r = 3 \cdot 10^{-5}$ см и $d = 2 \cdot 10^{-2}$ см, откуда $\bar{\tau}$ получается:

$$\bar{\tau} = \frac{16 \cdot 10^{-4}}{10^3 \cdot 9 \cdot 10^{-10}} \text{ сек} \cong 1,8 \cdot 10^3 \text{ сек} = 30 \text{ мин.}$$

Для тяжелого элемента висмута можно считать, что каждый падающий фотон поглощается и ведет к образованию фотоэлектрона, откуда, в полном согласии с опытом оказывается, что в среднем фотоэлектрон должен возникать один раз в 30 мин. Энергия каждого фотоэлектрона равна энергии одного рентгенова фотона $\epsilon = h\nu$.

С точки зрения волновой теории результаты опытов Иоффе и Добронравова совершенно непонятны. При равномерном распределении энергии рентгенова фотона по сферическому фронту волны энергия, попадающая на пылинку и равная $\frac{\Delta\omega}{4\pi} \cong 5 \cdot 10^{-7}$ доли общей энергии фотона, должна была бы еще распределиться между большим числом электронов, входящих в состав пылинки. Таким образом, либо должно было существовать огромное время накопления, либо все электроны непонятным образом должны были бы иногда передавать свою энергию одному электрону.

Другие замечательные опыты, подтверждающие фотонную теорию света, относятся к наблюдению *флуктуаций слабых световых потоков*.

В т. I, § 76, мы видели, что прерывность физических процессов ведет к „дрожанию“ — флуктуациям — физических величин. Так, беспорядочное движение атомов ведет к флуктуациям давления, которое газ оказывает на маленькую пылинку; случайные отклонения от среднего числа электронов, достигающих анода, ведут к флуктуациям слабых токов в катодных трубках. Точно так же мощность очень слабого светового потока должна проявлять непрерывные отклонения от своего среднего значения в результате того, что световой поток образуется отдельными световыми частицами — фотонами.

Флуктуации слабых световых потоков были впервые обнаружены визуальным методом и изучены С. И. Вавиловым и группой его сотрудников.

В § 306 мы видели, что адаптированный к сумеречному зрению глаз обладает постоянным порогом зрительного ощущения, причем этому порогу соответствует весьма малая мощность. В области наибольшей чувствительности глаза эта мощность порядка $4 \cdot 10^{-10} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$, что составляет примерно 100 фотонов в секунду. Это число представляет собою число фотонов, падающих на роговицу глаза. Из-за отражений и поглощений в глазу число фотонов, достигающих сетчатки глаза, еще меньше. Таким образом, порогу зрительного ощущения соответствует относительно небольшое число фотонов, которое должно быть подвержено значительным флуктуациям. Если *в среднем* в глаз за одну секунду попадает 100 фотонов и это число соответствует порогу чувствительности глаза, то, очевидно, за отдельные секунды их попадет в глаз и несколько больше 100 (например, 110) и несколько меньше (например, 90). В последнем случае глаз не воспримет света. Отсюда вытекает, что вблизи порога зрительного ощущения должны наблюдаться своего рода „мигания“, вызванные флуктуациями светового потока. Такие „мигания“ и были действительно наблюдаемы С. И. Вавиловым и его учениками.

В своих опытах для избежания ошибок, вызванных способностью глаза задерживать зрительное ощущение и другими причинами, С. И. Вавилов наблюдал не непрерывный поток, а отдельные световые вспышки. Вследствие

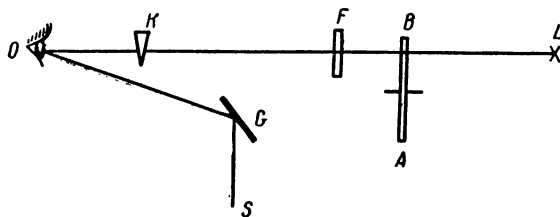


Рис. 310. Схема опыта С. И. Вавилова по наблюдению флуктуаций светового потока.

флуктуаций числа фотонов вблизи порога зрительного ощущения воспринимаются не все вспышки, а лишь часть из них. Схема установки Вавилова, аналогичная той, которая им использовалась для фотометрирования (§ 307), представлена на рис. 310. В § 306 мы указывали, что сумеречное зрение является периферическим. Поэтому глаз O фиксировался на слабом источнике S, свет от которого отражался с помощью зеркала G. Свет от лампы L падал на периферическую часть сетчатки глаза. По дороге пучка LO располагался диск AB с отверстием, делавший один оборот в секунду. Размеры отверстия подбирались такие, что свет проходил в течение 0,1 сек и задерживался в течение 0,9 сек. С помощью фильтра F выделялась исследуемая (зеленая) область спектра. Клин K позволял ослаблять потоки, попадающие

в глаз. Наблюдатель в момент, когда он видел вспышку, нажимал на кнопку, в результате чего на движущейся ленте наносилась отметка. На той же ленте отмечался каждый оборот диска. Благодаря этому можно было установить, отметил ли наблюдатель вспышку. При не слишком малом потоке, попадающем в глаз, наблюдатель отмечает каждую вспышку. При введении клина K , когда мощность потока становится очень слабой, наблюдатель отмечает не все вспышки. Это вызвано флуктуациями числа фотонов в отдельных вспышках: в одних случаях фотонов достаточно, чтобы вызвать зрительное ощущение, в других — их слишком мало. Таким образом, наличие световых флуктуаций устанавливается непосредственно.

Количественная обработка большого числа наблюдений находится в прекрасном согласии со статистическим расчетом флуктуаций.

Метод Вавилова позволяет провести дальше ряд наблюдений над отдельными пучками света и сопоставить их результаты с выводами из волновой теории. По волновой теории два когерентных пучка всегда возникают из колебаний, испущенных одними и теми же центрами, но прошедшими лишь разные пути (§ 261). Следовательно, колебания в когерентных пучках с волновой точки зрения не независимы. Вавилов разделял пучок, проходящий через диск AB (рис. 310), бипризмой Френеля (§ 261) на два, которые давали две раздельно наблюдаемые области вспышек. Оказалось, что *флуктуации в этих двух пучках происходят совершенно независимо друг от друга*. Тем не менее, если эти пучки соединить, они, интерферируя, дадут систему светлых и темных полос.

Другой опыт относился к сравнению двух пучков, полученных с помощью призмы Волластона (§ 290). В этом случае свет в обоих пучках линейно поляризован во взаимно перпендикулярных плоскостях. С волновой точки зрения линейно поляризованные лучи, даваемые призмой Волластона, возникают в результате разложения колебаний на составляющие. Следовательно, в этом случае колебания в обоих пучках также не независимы. Опыты же Вавилова показали, что и здесь оба пучка флуктуировали независимо.

Из приведенных опытов с совершенной очевидностью вытекает, что свет обладает корпускулярными свойствами. Однако это не означает возвращения к старой теории „истечения“ (§ 250) и полного отказа от волновых представлений. Явления интерференции и дифракции могут быть истолкованы лишь с помощью периодического волнового процесса. Как мы уже отмечали в § 250, свет обладает одновременно и волновыми и корпускулярными свойствами, что дает замечательный пример диалектического единства противоположностей.

§ 336. Практические применения фотоэффекта. В § 306 мы уже указывали на возможность применения *фотоэлементов* для регистрации и измерения световых потоков. В настоящее время фотоэлементы широко применяются и для ряда других целей: световой сигнализации, телевидения, звукового кино и т. д. Простейший тип вакуумного фотоэлемента изображен на рис. 311. Он представляет собой небольшой откачанный стеклянный баллон, одна половина которого покрыта изнутри светочувствительным слоем. В зависимости от того, для какой спектральной области предназначен фотоэлемент, употребляются разные слои: серебряный, калиевый, цезиевый, сурьмяноцезиевый и т. д. Этот слой служит катодом.

Анод берется обычно в виде кольца A . Между катодом и анодом с помощью батареи B возбуждается разность потенциалов. При отсутствии освещения в цепи фотоэлемента не возникает тока. При падении света на фотокатод K в цепи KAB возникает ток. Чувствительность вакуумных фотоэлементов достигает $10\text{--}15 \text{ мка/лм}$. Между силой тока (тока насыщения) и мощностью освещения имеется строгая пропорциональность.

Иногда фотоэлемент наполняется каким-либо инертным газом при небольшом давлении. Это ведет к увеличению чувствительности фотоэлемента, так как при достаточной разности потенциалов между катодом и анодом каждый фотоэлектрон может ионизовать атомы газа и, следовательно, создавать лишние электроны. Чувствительность газонаполненных фотоэлементов достигает 100 мка/лм .

В настоящее время, кроме описанного внешнего фотоэффекта, широко используется так называемый *внутренний фотоэффект*. Этот эффект сводится к высвобождению под влиянием света электрона внутри кристалла или полупроводника.

Как было указано в т. II, § 171, в полупроводниках электроны распределены по двум зонам, верхняя из которых является зоной проводимости. Проводимость полупроводника увеличивается, когда число электронов в верхней зоне возрастает за счет их перевода с нижней зоны. При внутреннем фотоэффекте электроны переводятся из нижней зоны в верхнюю в результате поглощения света. Если ΔW — энергия, которую необходимо затратить для перевода электрона с нижней зоны в зону проводимости, то явление внутреннего фотоэффекта начнет проходить при частотах света $\nu > \nu_0$, где ν_0 удовлетворяет равенству:

$$\nu_0 = \frac{\Delta W}{h}.$$

Вследствие внутреннего фотоэффекта возрастает проводимость вещества, поэтому вещества, обнаруживающие внутренний фотоэффект, называются *фотосопротивлениями*. Типичными фотосопротивлениями являются многие полупроводники, в том числе селен (см. § 306). Селеновые фотоэлементы обладают весьма высокой чувствительностью, достигающей несколько сотен микроампер на люмен.

Свойства фотосопротивлений сильно зависят от температуры, а также от наличия примесей и дефектов в кристаллической

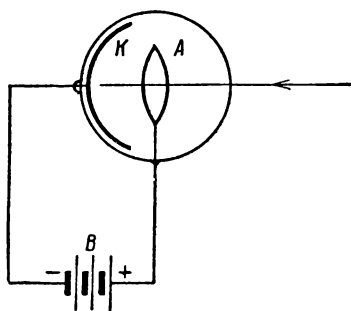


Рис. 311. Фотоэлемент.

решетке. Проводимость фотосопротивлений пропадает не сразу после прекращения освещения: необходимо некоторое время для того, чтобы излишние (при данной температуре) электроны снова перешли из зоны проводимости в основную зону. В случае, например, цинковой обманки (ZnS) фотопроводимость пропадает лишь через несколько десятков секунд после прекращения освещения.

Особый интерес представляют *твердые фотоэлементы с запирающим слоем*. Примером может служить меднозакисный фотоэлемент („купрокс“), схема которого представлена на рис. 312. На пластинку меди A , служащую одним из электродов, наносится тонкий слой закиси меди Cu_2O . Сверху наносится слой какого-либо металла (например, золота), настолько тонкий, чтобы он был прозрачен. Этот слой B служит вторым электродом. Если соединить

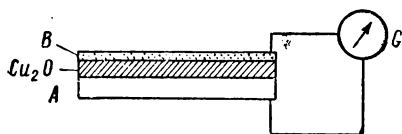


Рис. 312. Твердый меднозакисный фотоэлемент.

оба электрода электрической цепью и осветить Cu_2O через прозрачный электрод, то в приборе возникает электрический ток в направлении от меди к закиси меди.

Действие фотоэлементов с запирающим слоем основано на односторонней проводимости контакта между полупроводником и металлом (см. т. II, § 171). В случае, например, электронного полупроводника, на освещенном контакте высвобожденные вследствие внутреннего фотоэффекта электроны свободно переходят из полупроводника в металл, в результате чего потенциал между ними выравнивается. На неосвещенном контакте такого выравнивания потенциала не происходит. Таким образом, при освещении в полупроводнике возникает электродвижущая сила. Благодаря этому фотоэлемент с запирающим слоем дает ток во внешнюю цепь без того, чтобы в нее надо было включать еще какую-либо добавочную электродвижущую силу. В случае меднозакисного фотоэлемента (купрокса), изображенного на рис. 312, фотоэффект происходит у границы между полупроводником и прозрачным металлом (переднестеночный фотоэлемент). Пограничный слой между металлом и закисью меди обладает выпрямляющим действием, в результате чего возникающий ток может идти лишь в одном направлении.

На аналогичном принципе внутреннего фотоэффекта с запирающим слоем в настоящее время строятся кремневые „солнечные батареи“. При падении солнечного света они непрерывно дают электрический ток; к. п. д. таких батарей достигает 6%. Кремневые „солнечные батареи“ использовались на советских искусственных спутниках Земли и на космических ракетах.

§ 337. Рассеяние рентгеновых лучей. С классической точки зрения рентгеновы лучи представляют собою электромагнитные

волны, которые способны вызывать в атомах вынужденные колебания электронов. Поэтому можно было ожидать, что рассеяние рентгеновых лучей подчиняется тем же законам, что и классическое рассеяние видимых лучей. Из этих законов (§ 284) вытекает, что: 1) при рассеянии не меняется длина волны λ ; 2) индикатрисса рассеяния определяется соотношением:

$$I = I_0(1 + \cos^2 \varphi), \quad (1)$$

где φ — угол между направлением первичных и рассеянных лучей. Экспериментальная проверка показывает, что соотношение (1) хорошо оправдывается лишь для рентгеновых лучей не слишком короткой длины волны; для коротких длин волн имеют место значительные отступления от соотношения (1). Также можно было прийти к выводу (по изменению коэффициента поглощения), что при рассеянии коротковолновых рентгеновых лучей изменяется их длина волны. Кроме того, наблюдаются заметные отступления и от ожидаемой зависимости коэффициента рассеяния k от числа рассеивающих электронов. Коэффициент рассеяния k рентгеновых лучей должен быть пропорционален числу рассеивающих электронов n_e , приходящихся на единицу объема вещества. Так как

$$n_e = Zn_0,$$

где Z — число электронов в атоме и n_0 — число атомов в единице объема, то

$$k \cong Zn_0. \quad (2)$$

Число атомов в единице объема выражается через плотность вещества ρ , его атомный вес A и число Авогадро N следующим соотношением:

$$n_0 = \frac{N\rho}{A}.$$

Подставляя это значение n_0 в (2), найдем

$$\frac{k}{\rho} \cong N \frac{Z}{A}. \quad (3)$$

Так как для всех атомов отношение Z/A близко к $\frac{1}{2}$ (см. § 368), то из соотношения (3) вытекает, что k/ρ должно быть приблизительно постоянным для всех веществ и для всех длин волн. Последний из этих выводов не оправдывается: отношение k/ρ значительно возрастает с увеличением длины волны.

Отступления рассеяния рентгеновых лучей от ожидаемых закономерностей потребовали дальнейших экспериментальных наблюдений. В 1922—1923 гг. А. Комптон исследовал с помощью рентгеновского спектрографа спектральный состав рассеянных рентгеновых лучей.

Схема опыта Комптона дана на рис. 313, где R — рентгенова трубка, A — кусок рассеивающего вещества, $B_1B'_1$, $B_2B'_2$ — система диафрагм, выделяющих из рассеянных лучей узкий пучок. Этот пучок падал затем на рентгеновский спектрограф с кристаллом C и ионизационной камерой D . Прежде всего было обнаружено, что *в рассеянном излучении присутствуют как лучи с длиной волны λ , совпадающей с длиной волны первичных лучей, так и лучи с длиной волны $\lambda' > \lambda$* . Таким образом, оказалось, что наряду

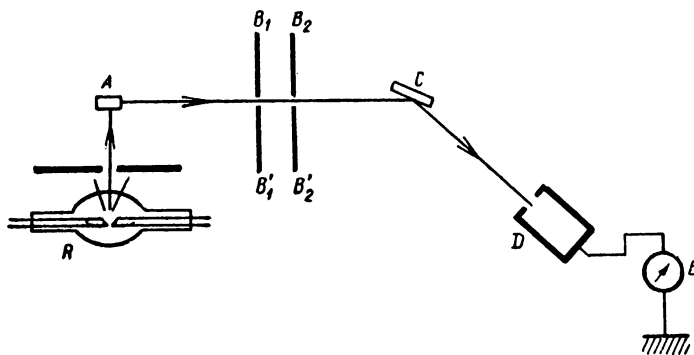


Рис. 313. Схема опыта Комптона.

с классическим рассеянием с неизменной длиной волны, существует рассеяние с длиной волны, смещенной в сторону больших длин волн. Этот новый тип рассеяния получил название *явления Комптона*.

Дальнейшие наблюдения показали, что комптоновское рассеяние подчиняется следующим закономерностям: 1) оно интенсивно для веществ с малым атомным весом и слабо для веществ с большим атомным весом; 2) при увеличении угла рассеяния интенсивность комптоновского рассеяния возрастает (интенсивность классического рассеяния падает с увеличением угла рассеяния); 3) смещение длины волны зависит от угла рассеяния, а именно, оно возрастает при увеличении угла рассеяния; 4) при одинаковых углах рассеяния величина смещения одна и та же для всех рассеивающих веществ. Эти закономерности иллюстрируются рис. 314 и 315. На рис. 314 представлен результат наблюдения рассеяния рентгеновых лучей от графита при разных углах рассеяния. На верхней части рисунка изображен контур так называемой K_α -линии молибдена с длиной волны $\lambda = 0,7126 \text{ \AA}$; светом этой линии освещался рассеивающий кусок графита. На рис. 314 б, в, г представлен спектральный состав лучей, рассеянных от графита под углами 45° , 90° и 135° . Как видно,

с возрастанием угла возрастает интенсивность смещенного компонента M и увеличивается величина смещения; интенсивность несмещенного компонента P убывает с возрастанием угла. На рис. 315 представлен спектральный состав лучей, рассеянных различными веществами под одним и тем же углом. Первичной линией служила K_{α} -линия серебра с длиной волны $\lambda = 0,5627 \text{ \AA}$. В случае легкого вещества (Be, атомный вес 9) линия P с неизменной длиной волны очень слаба, а линия M , смещенная в сторону больших длин волн, интенсивна. Для калия (атомный вес 39) обе линии P и M мало отличаются по интенсивности, для меди (атомный вес 63) смещенная линия M много слабее линии с неизменной длиной волны P .

Тот факт, что величина смещения линии не зависит от природы рассеивающего вещества, показывает, что механизм

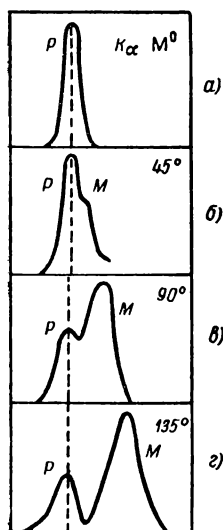


Рис. 314. Рассеяние рентгеновых лучей от графита под разными углами.

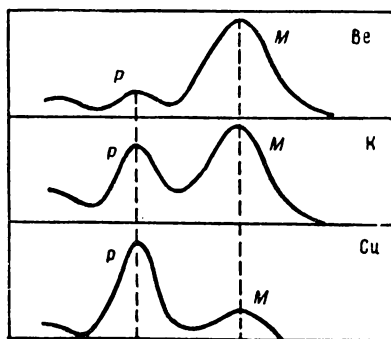


Рис. 315. Рассеяние рентгеновых лучей различными веществами.

комптоновского рассеяния не связан с индивидуальными свойствами атомов. И действительно, явление Комптона удастся объяснить, если считать, что оно происходит за счет столь слабо связанных с атомами электронов, что этой связью можно пренебречь. Такое предположение находится также в согласии с тем, что легкие элементы дают относительно более интенсивные смещенные линии, чем тяжелые. В легких атомах все электроны связаны слабо, в то время как в тяжелых атомах связаны слабо лишь внешние электроны. Поэтому в случае тяжелых элементов относительное число электронов, вызывающих явление Комптона, меньше, чем в легких.

Количественно явление Комптона удастся объяснить в полном согласии с опытными данными, если встать на указанную в § 335

точку зрения: свет представляет собою поток фотонов — частиц с энергией $E_\phi = h\nu$ и количеством движения $P_\phi = \frac{h\nu}{c}$. При столкновении таких частиц — фотонов со свободными электронами они упруго отскакивают от электронов, что ведет к появлению рассеянных лучей. Так как при соударении фотона с электроном часть энергии передается электрону, то энергия рассеянного фотона E'_ϕ становится меньше его первоначальной энергии: $E'_\phi < E_\phi$. Частота ν' рассеянного фотона связана с его энергией соотношением $h\nu' = E'_\phi$, откуда из неравенства $E'_\phi < E_\phi$ следует, что $\nu' < \nu$ или $\lambda' > \lambda$. Таким образом, непосредственно получается, что длина волны лучей, рассеянных при явлении Комптона, должна быть больше длины волны первичных лучей.

Расчет, произведенный в предположении, что соударение фотона с электроном происходит упруго, с выполнением законов сохранения энергии и количества движения (см. мелкий шрифт), приводит к следующему результату:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\alpha \sin^2 \varphi/2, \quad (4)$$

где $\alpha = \frac{h}{m_0 c}$ и φ — угол рассеяния.

Так как α выражается только через мировые константы (постоянную Планка h , массу покоя электрона m_0 и скорость света c), то получается, что независимо от природы рассеивающего вещества линия комптоновского рассеяния сдвинута относительно первичной на величину, равную в ангстремах:

$$\Delta\lambda = 0,0486 \sin^2 \varphi/2. \quad (4a)$$

Максимального значения (0,0486 Å) смещение достигает для лучей, рассеянных под углом $\varphi = \pi$, т. е. в направлении, обратном по отношению к направлению пучка первичных лучей. Опытные данные с весьма большой степенью точности подтверждают формулу (4a).

Предположение, что явление Комптона обусловлено упругим столкновением фотона со свободным электроном, ведет не только к тому, что должен возникнуть фотон рассеяния с уменьшенной частотой. При столкновении часть энергии фотона передается электрону и, следовательно, электрон получает некоторое количество движения. Таким образом, наряду с рассеянными лучами со смещенной длиной волны возникают ускоренные электроны — так называемые *электроны отдачи*.

Если энергия первичного фотона равна $E_\phi = h\nu$ и энергия рассеянного фотона равна $E'_\phi = h\nu'$, то по закону сохранения энергии энергия E_e , приобретенная электроном, выразится равенством:

$$E_e = E_\phi - E'_\phi = h(\nu - \nu').$$

Отсюда для отношения энергии электрона отдачи E_e к энергии первичного фотона $E_\phi = h\nu$ находим

$$\frac{E_e}{h\nu} = \frac{\nu - \nu'}{\nu'} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}.$$

Подставляя сюда вместо $\Delta\lambda$ его значение по (4), получим

$$\frac{E_e}{h\nu} = \frac{2\alpha \sin^2 \varphi/2}{\lambda + 2\alpha \sin^2 \varphi/2}. \quad (5)$$

Из равенства (5) вытекает, что различным углам рассеяния φ соответствуют электроны отдачи разных энергий, а следовательно, и разных скоростей.

Пользуясь законом сохранения количества движения, можно найти выражение для угла ψ , под которым возникает электрон отдачи, соответствующий фотону, рассеянному под углом φ (см. мелкий шрифт). На рис. 316 приведена полярная диаграмма рассеянных фотонов $h\nu'$ и электронов отдачи E_e . Одинаковые цифры около стрелок соответствуют рассеянному фотону и возникающему одновременно с ним электрону отдачи. Как видно, „вперед“ пролетает фотон с неизменной частотой ν , ему соответствует $E_e = 0$, т. е. отсутствие электрона отдачи. Наиболее быстрые электроны отдачи вылетают „вперед“, им соответствуют фотоны, рассеянные назад с наибольшим изменением частоты.

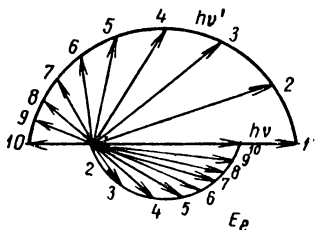


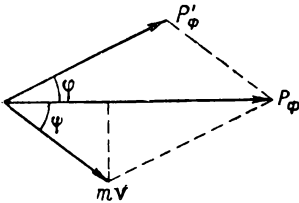
Рис. 316. Полярная диаграмма рассеянных фотонов и электронов отдачи.

Опыты подтверждают наличие электронов отдачи и их распределение по углам и энергиям в соответствии с теорией. Д. В. Сксбельцын применил для изучения электронов отдачи камеру Вильсона (§ 371), помещенную в магнитное поле. Магнитное поле отклоняло электроны отдачи, и они образовывали следы в виде окружностей, по радиусам которых можно было судить о скорости электронов. Впоследствии метод камеры Вильсона был настолько усовершенствован, что позволил проверить выполнимость теоретических формул для каждого отдельного акта рассеяния фотона на электроне.

С увеличением длины волны уменьшается частота ν , а следовательно, и количество движения фотонов $P_\phi = \frac{h\nu}{c}$. Вместе с тем уменьшается и доля количества движения и энергии, переданной электрону. Поэтому заметное изменение длины волны, а также большие скорости электронов отдачи наблюдаются лишь при рассеянии излучения очень малой длины волны (коротковолновые рентгеновы лучи). Для видимых лучей комптоновское рассеяние не наблюдается.

Существенно отметить, что совпадение экспериментальных и теоретических данных, относящихся к явлению Комптона, служит не только проверкой фотонной теории, но и доказательством выполнения законов сохранения энергии и сохранения количества движения для отдельных элементарных процессов. В двадцатых годах нынешнего столетия в связи с трудностями объяснения с классической точки зрения элементарных явлений взаимодействия света с веществом рядом буржуазных физиков была высказана точка зрения, что законы сохранения энергии и количества движения выполняются при взаимодействии элементарных частиц лишь статистически, в среднем для большого числа элементарных актов взаимодействия, а не в каждом единичном акте. Прямые опыты по наблюдению единичных актов рассеяния фотонов от электронов опровергли эти высказывания и подтвердили точную выполнимость законов сохранения при каждом элементарном акте.

Для вывода соотношения (4) предположим, что взаимодействие фотона и электрона происходит по законам упругого столкновения, и напомним выражения законов сохранения энергии и количества движения. Так как скорости электронов отдачи очень велики, то надо воспользоваться формулами механики в том виде, как они пишутся в теории относительности (§ 301). Для кинетической энергии и вектора количества движения электрона имеем:



$$E_e = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = mc^2, \quad (6)$$

$$P_e = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} = mv, \quad (7)$$

Рис. 317. К подсчету частоты рассеянного фотона.

где $\beta = v/c$, c — скорость света в пустоте, v — скорость электрона, m_0 — масса покоя электрона и m — его масса при скорости v . Покоящемуся электрону надо приписать энергию, равную $m_0 c^2$. Отсюда для закона сохранения энергии имеем:

$$h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + mc^2. \quad (8)$$

Количество движения покоящегося электрона, по (7), равно нулю. Поэтому для закона сохранения количества движения, который пишем в векторном виде, получаем:

$$P_\phi = P'_\phi + mv. \quad (9)$$

Для того чтобы от векторного соотношения (9) перейти к алгебраическому, воспользуемся тем, что вектор P_ϕ представляет собою диагональ параллелограмма, сторонами которого являются векторы P'_ϕ и mv (рис. 317). Углы φ и ψ соответственно представляют собою углы, под которыми происходит рассеяние фотона и возникновение электрона отдачи. Из рис. 317 имеем:

$$(mv)^2 = P_\phi^2 + P'^2_\phi - 2P_\phi \cdot P'_\phi \cos \varphi.$$

Подставляя сюда вместо P_ϕ и P'_ϕ их значения $\frac{h\nu}{c}$ и $\frac{h\nu'}{c}$ и умножая правую и левую части равенства на c^2 , найдем

$$m^2 v^2 c^2 = h^2 \nu^2 + h^2 \nu'^2 - 2h^2 \nu \nu' \cos \varphi. \quad (10)$$

Из закона сохранения энергии (8) имеем

$$mc^2 = h\nu - h\nu' + m_0c^2.$$

Возводя правую и левую части этого последнего равенства в квадрат, получим

$$m^2c^4 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' + 2h(\nu - \nu')m_0c^2 + m_0^2c^4. \quad (11)$$

Вычитая из равенства (11) почленно равенство (10), найдем

$$m^2c^4(1 - \beta^2) = -2h^2\nu\nu'(1 - \cos \varphi) + 2h(\nu - \nu')m_0c^2 + m_0^2c^4,$$

где $\beta = v/c$. Воспользовавшись соотношением между массой покоя m_0 и массой m :

$$m\sqrt{1 - \beta^2} = m_0,$$

перепишем последнее равенство в виде

$$2h(\nu - \nu')m_0c^2 = 2h^2\nu\nu'(1 - \cos \varphi)$$

или

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos \varphi). \quad (12)$$

Заменяя $1 - \cos \varphi$ через $2 \sin^2 \varphi/2$ и замечая, что $\frac{c}{\nu} = \lambda$ и $\frac{c}{\nu'} = \lambda'$, получим из равенства (12):

$$\lambda' - \lambda = 2\alpha \sin^2 \varphi/2, \quad (13)$$

где $\alpha = \frac{h}{m_0c}$. Равенство (13) совпадает с формулой (4) основного текста.

Для определения угла ψ , под которым направлено движение электрона отдачи, воспользуемся снова рис. 317, из которого следует

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{P'_\phi \sin \varphi}{P_\phi - P'_\phi \cos \varphi}.$$

Подставив вместо P_ϕ и P'_ϕ их значения $\frac{h\nu}{c}$ и $\frac{h\nu'}{c}$, перепишем это равенство в виде:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\nu' \sin \varphi}{\nu - \nu' \cos \varphi} = 2 \frac{\sin \varphi/2 \cos \varphi/2}{\nu/\nu' - \cos \varphi}. \quad (14)$$

С другой стороны, на основании равенства (12) имеем

$$\frac{\nu}{\nu'} - \cos \varphi = 1 - \cos \varphi + \frac{2\alpha\nu}{c} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = 2 \left(1 + \frac{\alpha\nu}{c} \right) \sin^2 \frac{\varphi}{2}.$$

Подставив это значение $\frac{\nu}{\nu'} - \cos \varphi$ в (14), найдем

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha\nu}{c} \right) \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}. \quad (15)$$

Соотношение (15) позволяет для каждого данного направления рассеянного фотона (дано φ) найти значение угла ψ , т. е. направление электрона отдачи. Энергия электрона отдачи дается формулой (5) основного текста.

§ 338. **Фотохимия.** Химические реакции, протекающие под влиянием света, носят название *фотохимических*. Примером фотохимической реакции может служить разложение под влиянием света аммиака NH_3 на азот и водород или бромистого серебра AgBr — на серебро и бром. Под влиянием света протекают также реакции образования более сложных молекул, например молекул HCl из молекул водорода и хлора. Эта последняя реакция протекает настолько бурно, что сопровождается взрывом. Существуют также фотохимические процессы, сводящиеся к полимеризации вещества, т. е. к образованию многоатомных молекул из атомов исходного вещества (молекулы типа X_n). Большую роль играют фотохимические реакции в биологии, например разложение углекислоты под действием света в зеленых частях растений, что было впервые выяснено К. А. Тимирязевым.

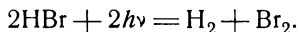
Фотохимические процессы подчиняются следующему количественному закону: *масса фотохимически прореагировавшего вещества пропорциональна количеству поглощенной световой энергии*. Если обозначить через W мощность поглощенного света и через t — время освещения, то закон запишется в виде:

$$m = kWt, \quad (1)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от природы происходящей фотохимической реакции. Численно коэффициент k равен массе прореагировавшего вещества, приходящейся на единицу поглощенной световой энергии.

Фотохимический процесс может сопровождаться вторичными реакциями, вызванными химической активностью продуктов, возникающих в результате фотохимического превращения. Закон (1) относится лишь к первичному фотохимическому процессу.

Изучение первичных фотохимических процессов показало, что они протекают в соответствии с фотонной природой света: *каждому поглощенному фотону $h\nu$ соответствует превращение одной молекулы*. Этот закон был впервые проверен на фотохимической реакции разложения бромистого водорода HBr под влиянием монохроматического света. Измерения показали, что на каждую порцию поглощенного света $h\nu$ приходится разложение одной молекулы. Таким образом, реакция протекает согласно уравнению:



Так как на превращение одной молекулы требуется некоторая минимальная работа A , то энергия фотона $h\nu$ должна удовлетворять условию:

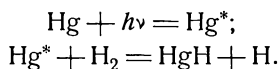
$$h\nu \geq A, \quad (2)$$

откуда вытекает существование длинноволновой границы фотохимического процесса: если частота света

$$\nu < \nu_0 = \frac{A}{h},$$

то фотохимическая реакция не протекает. Для каждой данной фотохимической реакции ν_0 имеет свое значение. Большинство фотохимических реакций протекает под влиянием лишь ультрафиолетовых лучей. Условие (2) необходимо, чтобы фотохимическая реакция могла протекать, но оно еще не является достаточным: необходимо, чтобы свет данной частоты поглощался молекулой. Если вещество прозрачно для света данной частоты, то этот свет не может вызывать химического превращения.

Опыт, однако, показывает, что в некоторых случаях возможно осуществить фотохимическую реакцию и в области частот ν , для которых вещество прозрачно, если прибавить второе вещество („сенситизатор“), поглощающее свет. Такого рода фотохимические реакции называются *сенситизированными*. Механизм сенситизированной реакции сводится к следующему: молекула сенситизатора, поглотив фотон, приходит в особое возбужденное состояние, в котором она может пребывать некоторое время. Столкнувшись в таком возбужденном состоянии с молекулой исходного вещества, она может вызвать в ней превращение. В качестве примера приведем образование атомарного водорода из двухатомного газообразного водорода H_2 под влиянием освещения ртутной линией с длиной волны $\lambda = 2537 \text{ \AA}$. Свет этой длины волны не поглощается молекулярным водородом. Прибавив к молекулярному водороду небольшое количество паров ртути, получим под влиянием света с длиной волны $\lambda = 2537 \text{ \AA}$ возбужденные атомы ртути Hg^* . Эти последние, сталкиваясь с молекулами H_2 , поведут к образованию гидрата ртути и атомарного водорода. Вся реакция пойдет по схеме:



Возникновение атомарного водорода проверяется прибавлением кислорода; тогда образуется перекись водорода H_2O_2 , которая легко может быть замечена.

На фотохимическом процессе основана фотография. Как известно, современный фотографический процесс ведется с помощью светочувствительной эмульсии, нанесенной тонким слоем на стекло (фотопластинка) или целлулоидовую пленку (фотопленка). Эмульсия состоит из микроскопических кристаллов бромистого серебра, взвешенных в желатине.

Первичный фотохимический процесс сводится к тому, что в кристаллической решетке бромистого серебра под действием света

образуется свободный электрон (внутренний фотоэффект). Присоединяясь к иону Ag^+ он ведет к образованию нейтрального атома серебра. Нейтральные атомы серебра не могут удерживаться в кристаллической решетке и собираясь образуют весьма маленькие частички коллоидального серебра. Поль, вместе с группой своих сотрудников, экспериментально доказал образование частичек металла в ионных решетках галлоидных солей щелочных металлов и серебра под действием света. При длительном освещении число этих частичек может оказаться настолько значительным, что эмульсия заметно потемнеет. При обычной же длительности освещения число выделившихся частичек серебра невелико и они не дают заметного поглощения света. Поэтому под влиянием первичного фотохимического действия возникает лишь так называемое *скрытое* изображение. Предположение об указанной природе скрытого фотографического изображения было развито Т. П. Кравцем и подтверждено экспериментальными работами М. В. Савостьяновой.

Фотопластинка, на которой в результате действия света возникло скрытое изображение, подвергается вторичной химической обработке — проявлению. Под влиянием соответствующих химических реактивов (проявителя) вызывается восстановление металлического серебра, там где имелись „затравки“ из отдельных частиц серебра. В результате металлическое серебро выделяется преимущественно в тех местах, которые были подвергнуты действию света, и таким образом возникает негатив. Когда проявление закончено, остаток неразложенного бромистого серебра удаляется с помощью раствора гипосульфита ($\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$).

Фотохимический процесс лежит также в основе зрительного восприятия. В § 306 мы указывали, что сетчатка содержит два разных типа светочувствительных элементов — палочки и колбочки. Первые обуславливают сумеречное зрение, вторые — обычное дневное зрение, способное различать цвета. Наиболее выяснен процесс сумеречного зрения. Кончики палочек окрашены особым пигментом, называемым *зрительным пурпуром*, который способен разлагаться под действием света. Продукты разложения оказывают химическое действие на палочки, которое затем передается в виде нервного раздражения в мозг. Под действием сильного света зрительный пурпур нацело разлагается, и палочки теряют способность воспринимать свет. При прекращении освещения пурпур вновь вырабатывается в глазу, и палочки восстанавливают светочувствительность (адаптация глаза к слабым освещенностям).

Теория дневного (цветного) зрения до сих пор не достаточно разработана.

ЧАСТЬ ВОСЬМАЯ

АТОМНАЯ ФИЗИКА

ГЛАВА XXX

СТРОЕНИЕ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

§ 339. Введение. В различных частях курса нам приходилось неоднократно пользоваться представлением об атомном строении вещества. Атомная теория, зародившаяся еще в древних Греции и Риме, представляла собой на протяжении всей истории развития физики прогрессивную теорию, соответствующую материалистическому научному направлению. Уже в начале XVIII в. было показано, что многие до того непонятные свойства вещества объясняются атомной теорией на основании общих законов механики. Атомная теория отбрасывала необходимость пользоваться различными гипотетическими невесомыми жидкостями, вроде теплорода, или приписывать материи различные „стремления“, как, например, сформулированную в средние века, „боязнь пустоты“. М. В. Ломоносов, наиболее полно развивший в свое время атомно-кинетическую теорию вещества, показал, что тепловые явления и стремление газов заполнить весь предоставленный им объем обусловлены движением атомов. Дальнейшее развитие физики и химии полностью подтвердило прерывную структуру вещества. Отсюда, однако, не следовало, что атомы представляют собой некие „абсолютно простые“ и неделимые элементы материи. Тем не менее многие ученые думали, что можно объяснить все многообразие реального мира одним лишь сочетанием неизменных атомов-частиц и тем самым видели в атомах последнюю „сущность“ материи. Такая точка зрения не вытекала из опытов и носила метафизический характер. Эта метафизическая тенденция сохранилась и после того, как было установлено сложное строение атомов. После открытия электронов стали пытаться видеть „сущность“ материи в носителях электрических зарядов. Наряду с этим представители идеализма думали, что невозможность видеть в атомах последнюю „субстанцию“ означает вообще отказ от материализма. Этим ошибочным точкам зрения противостоит диалектический материализм, утверждающий, что объективно существующий мир неисчерпаемо разнообразен и что наше знание о нем

всегда приблизительно, но постепенно углубляется и уточняется. В. И. Ленин писал по этому поводу:¹ «„Сущность“ вещей или „субстанция“ *тоже* относительны; они выражают только углубление человеческого познания объектов, и если вчера это углубление не шло дальше атома, сегодня — дальше электрона и эфира, то диалектический материализм настаивает на временном, относительном, приближительном характере всех этих *вех* познания природы прогрессирующей наукой человека. Электрон так же *неисчерпаем*, как и атом, природа бесконечна, но она бесконечно *существует*, и вот это-то единственно категорическое, единственно безусловное признание ее *существования* вне сознания и ощущения человека и отличает диалектический материализм от релятивистского агностицизма и идеализма».

Научные открытия XX в. полностью подтвердили идеи В. И. Ленина. В настоящее время мы знаем целый ряд различных „элементарных“ частиц, знаем, что они отличны по своим свойствам от „частиц“ классической механики и что различные „элементарные“ частицы могут превращаться друг в друга.

Новые достижения физики в области строения вещества явились результатом длительного изучения объективных свойств окружающей нас природы, обобщением многочисленных вновь установленных фактов. Открытие электронов и ионов впервые поставило на твердую эмпирическую основу вопрос о сложном строении атомов. Большое число фактов с несомненностью показало, что атомы представляют собою сложную электрическую систему. Теория Лоренца, допустившая существование внутри атомов упруго связанных электронов, смогла, как мы видели, объяснить большое число явлений, связанных с распространением света в телах. Однако вопрос о носителях положительного заряда долгое время оставался открытым. Неизвестен был и истинный характер движения электронов внутри атомов. В начале XX в. были выдвинуты две различные гипотезы о строении атомов.

Первая из них полагала, что положительный заряд распределен с постоянной объемной плотностью в пределах сферы, равной по размерам всему атому, т. е. имеющей радиус порядка 10^{-8} см. Считалось, что отрицательные электроны погружены внутрь этой сферы и взаимодействуют с отдельными ее элементарными объемами по закону Кулона. Если предположить, что внутри такой сферы погружен электрон, то он расположится в центре сферы и при малых смещениях будет возвращаться обратно к центру силой, пропорциональной смещению. При наличии нескольких электронов они должны расположиться по углам определенной симметричной фигуры и при малых смещениях из своих положений равновесия также возвращаться обратно под влиянием сил, пропорциональных смещению. Таким

¹ В. И. Ленин, т. 18, Госполитиздат, 1961, 277, 278.

образом объяснялось наличие квазиупругих сил, существование которых предположил Лоренц в своей электронной теории.

Однако эта модель носила явно искусственный характер, так как положительным и отрицательным зарядам в ней приписывалась разная природа: отрицательные заряды существовали в виде отдельных частиц — электронов, положительные же распределялись в пределах гораздо больших объемов с непрерывной плотностью заряда. При этом для того, чтобы объяснить, почему же положительные заряды не разлетаются под влиянием кулоновых сил отталкивания, приходилось либо допускать, что они, вопреки требованиям электродинамики, не взаимодействуют друг с другом, либо, что, кроме кулоновых сил, существуют еще какие-то другие силы, способные их компенсировать.

По второй гипотезе атому приписывалось строение, аналогичное строению солнечной системы: в центре атомов расположено тяжелое положительно заряженное ядро, вокруг которого вращаются электроны. Размеры ядра малы по сравнению с размерами всего атома. Такая модель стала называться *ядерной моделью атома*.

Ядерная модель атома получила сперва подтверждение в опытах по рассеянию выбрасываемых радиоактивными веществами α -частиц при их прохождении через тонкие твердые пленки. Впоследствии ядерная модель атома позволила объяснить возникновение и структуру линейчатых спектров, испускаемых при свечении одноатомных паров или газов при низком давлении. Исходя из ядерной модели атомов, удалось объяснить и большое число фактов, относящихся к свойствам молекул и к строению испускаемых ими спектров. Таким образом, вопросы о строении атомов оказались тесно связанными с развитием наших знаний о законах испускания и поглощения спектральных линий.

Дальнейшим этапом в развитии атомной физики явилось изучение свойств самих атомных ядер. Было выяснено их строение из более простых частиц и подробно изучены процессы превращения ядер, происходящие при естественной и искусственной радиоактивности.

В развитии атомной физики большое участие приняли отечественные физики. Д. И. Менделеев, открыв свой периодический закон, тем самым впервые по-настоящему выдвинул проблему об единой природе атомов всех химических элементов. Впоследствии периодическая система Менделеева сыграла фундаментальнейшую роль в развитии всех наших знаний о строении атомов. Многочисленные работы Д. С. Рождественского, Л. И. Мандельштама, С. И. Вавилсва и их учеников и последователей позволили разобрать ряд важнейших задач, связанных со строением атомов и молекул и их электронных оболочек. Крупнейшие открытия сделаны советскими физиками в области изучения свойств атомных ядер и их строения. Д. Д. Иваненко впервые выдвинул гипотезу о строении атомных ядер из двух

сортов „тяжелых“ частиц — протонов и нейтронов. И. В. Курчатов открыл так называемую ядерную изомерию. А. И. Алиханов, А. И. Алиханян, Д. В. Скобельцын и ряд других советских физиков получили важные результаты при изучении космических лучей и изучении условий образования новых видов частиц. В результате исследований советских физиков были достигнуты огромные успехи в использовании атомной энергии, освобождаемой при ядерных превращениях.

Как известно, возможность получения с помощью тяжелых элементов — урана и плутония — взрывных реакций была использована империалистами для создания атомной бомбы. В сообщении ТАСС от 25 сентября 1949 г. указано, что Советский Союз давно раскрыл „секрет“ атомного оружия и имел его еще в 1947 г. Однако, имея атомное оружие, Советский Союз ведет последовательную борьбу за его запрещение и за использование атомной энергии лишь в мирных целях.

В 1954 г. в Советском Союзе была пущена первая в мире электростанция работающая на „атомном горючем“.

В настоящее время в СССР строится и частично пущен в ход ряд новых атомных электростанций, построен и весьма успешно используется мощный атомный ледоход „Ленин“. Область мирного применения атомной энергии непрерывно расширяется.

§ 340. Ядерная модель атома. Прямое подтверждение ядерная модель атома получила в результате наблюдений Резерфорда над рассеянием альфа-частиц (сокращенно α -частицы). Эти частицы представляют собою ионы гелия, несущие двойной положительный заряд $+2e$, выбрасываемые с очень большой скоростью из атомов радиоактивных элементов (см. § 371, 372). Резерфорд наблюдал, что α -частицы способны проникать через тонкие листочки металлов, при этом они отклоняются от первоначального направления своего движения. Было естественно допустить, что эти отклонения вызваны отталкиванием положительно заряженных α -частиц от положительных зарядов атома. Силы, действующие на α -частицы со стороны электронов, не могут заметно изменить направления их движения из-за слишком малой массы электронов.

Можно показать, что результат рассеяния существенно зависит от размеров объема, в пределах которого распределен положительный заряд атома. Только при малом размере положительного заряда атома силы отталкивания могут оказаться настолько большими, чтобы вызвать отклонение траекторий α -частиц на значительные углы. Если же положительный заряд атома распределен в пределах значительного объема, то каждое прохождение α -частицы вблизи атома отклонит ее на небольшой угол. Рассеяние α -частиц в этом случае будет незначительным.

Пусть α -частица на большом от ядра расстоянии движется со скоростью v , направленной вдоль прямой ab (рис. 318).

Обозначим через p наименьшее расстояние прямой ab от центра атома O , в котором расположен его положительный заряд E . Величина p может быть названа „прицельным“ расстоянием. Соответственный расчет (см. мелкий шрифт) показывает, что при наличии кулоновых сил взаимодействия между α -частицей и зарядом E α -частица движется по гиперболе. Угол ϑ , на который отклонится траектория α -частицы (угол между асимптотами гиперболы), определяется равенством:

$$\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{Mv^2}{2eE} p, \quad (1)$$

где M — масса α -частицы. Масса атома считается бесконечно большой по сравнению с массой α -частицы. Из формулы (1) видно, что угол отклонения ϑ тем больше, чем меньше „прицельное“ расстояние p . Вид траекторий α -частицы для различных „прицельных“ расстояний представлен на рис. 319 а, б, в. При малых p угол $\vartheta > \pi/2$,

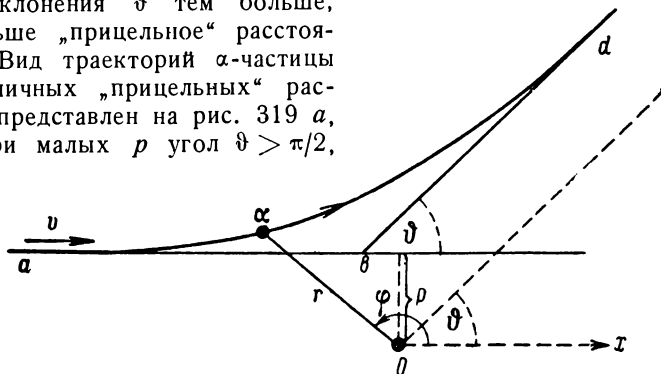


Рис. 318. Отклонение α -частицы положительным зарядом.

т. е. α -частица может оказаться в результате столкновения с атомом отброшенной назад.

Предположим, что через листочек металлической фольги пролетает параллельный пучок α -частиц. Пусть в единицу времени через единицу площади поперечного сечения пучка пролетает n_0 частиц. Подсчитаем, какое число частиц отклонится в единицу времени на угол, лежащий между данными значениями ϑ и $\vartheta + d\vartheta$. Пусть отклонению на угол ϑ соответствует „прицельное“ расстояние p , а отклонению на угол $\vartheta + d\vartheta$ — „прицельное“ расстояние $p + dp$. Тогда при рассеянии от одного атома A на искомый угол отклонятся все те частицы, которые пролетят через площадь кольца, проведенного около атома A , как центра, с радиусом p и шириной dp (рис. 320). Число таких частиц, очевидно, равно $n_0 dS$, где dS — площадь кольца. Если на единицу площади фольги приходится N атомов, то общее число α -частиц, отклоненных в единицу времени на угол ϑ , $\vartheta + d\vartheta$, равно

$$dn = n_0 N dp. \quad (2)$$

Это соотношение справедливо при условии, что каждая α -частица отклоняется лишь один раз, что справедливо в случае очень тонкой фольги.

Площадь кольца dS равна $2\pi p |dp|$, в результате чего выражение (2) примет вид:

$$dn = 2\pi n_0 N p |dp|. \quad (3)$$

Для того чтобы найти выражение $p |dp|$, воспользуемся формулой (1), из которой имеем

$$p^2 = \left(\frac{2eE}{Mv^2} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

Дифференцируя это выражение, получим

$$p dp = -\frac{1}{2} \left(\frac{2eE}{Mv^2} \right)^2 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2}}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} d\vartheta.$$

Подставив это выражение для $p dp$ в (3), найдем

$$dn = \pi n_0 N \left(\frac{2eE}{Mv^2} \right)^2 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2}}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} d\vartheta.$$

или

$$dn = n_0 N \left(\frac{eE}{Mv^2} \right)^2 \frac{2\pi \sin \frac{\vartheta}{2} d\vartheta}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (4)$$

Пользуясь формулой (4), можно сравнить результат опытов с теорией. Наблюдение рассеяния α -частиц производится по следующей схеме: кусочек радиоактивного препарата R (рис. 321), помещенный

в свинцовую ампулу, дает узкий пучок α -частиц, падающих нормально на листок металлической фольги B . При прохождении через фольгу α -частицы рассеиваются в различных направлениях. Для наблюдения α -частиц используется их способность давать вспышки („сцинтилляции“) на флюоресцирующем экране, в частности на экране из сернистого цинка. Каждая отдельная α -частица движется с такой большой энергией, что при ударе об экран может вызвать вспышку, воспринимаемую глазом. При рассматривании экрана в микроскоп

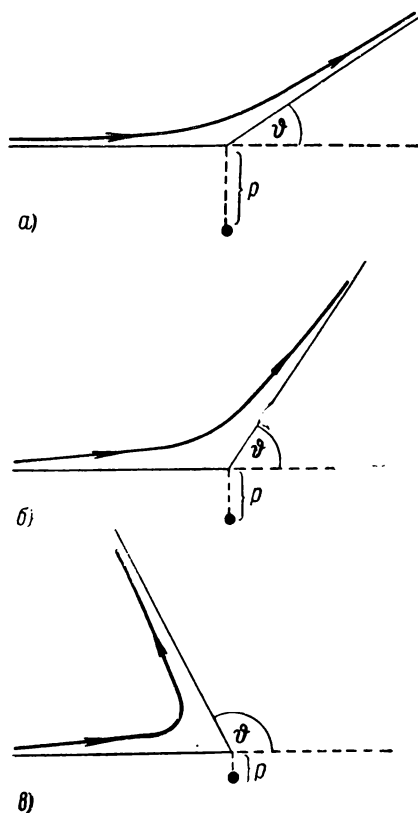


Рис. 319. Зависимость траектории α -частицы от значения „прицельного“ расстояния p .

на нем видны отдельные вспышки, позволяющие подсчитывать число попавших на экран α -частиц. Экран D может вместе с микроскопом M перемещаться по окружности с центром в месте расположения рассеивающей фольги B . Таким образом можно подсчитывать число α -частиц, рассеянных на разные углы ϑ .

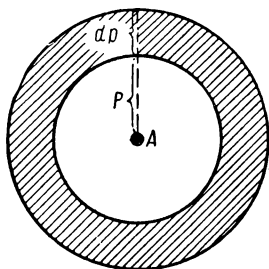


Рис. 320. К подсчету отклоненных α -частиц.

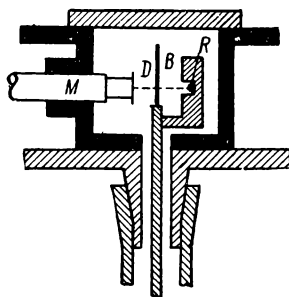


Рис. 321. Схема опыта для наблюдения рассеяния α -частиц.

Формула (4) дает число частиц dn , рассеянных в единицу времени на угол, заключенный между данными значениями ϑ и $\vartheta + d\vartheta$. Другими словами, dn есть число частиц, пролетающих в пространстве между конусами с углами раствора 2ϑ и $2(\vartheta + d\vartheta)$ в единицу времени. Если мы проведем около вершины этих конусов C , как около центра, сферу радиуса r , то конусы вырежут на поверхности сферы полосу (заштрихована на рис. 322) площадью $2\pi r \sin \vartheta \times r d\vartheta = 2\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta$. Все dn частиц попадут на площадь этой полосы. Следовательно, на единицу площади попадет число частиц

$$dn' = \frac{dn}{2\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta}.$$

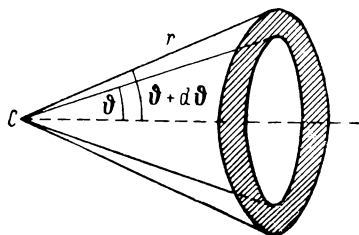


Рис. 322. К подсчету числа α -частиц, попадающих на экран.

Такое именно число частиц и будет зарегистрировано в единицу времени на единице площади экрана D . Подставляя в последнее выражение вместо dn его значение по (4), найдем

$$dn' = \frac{n_0 N}{r^2} \left(\frac{eE}{Mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (5)$$

Из формулы (5) вытекает, что при данных условиях опыта произведение $dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$ должно оставаться постоянным при изменении угла ϑ . Наблюдения полностью подтвердили этот вывод теории. В табл. XV приведены число сцинтилляций dn' , полученное для разных углов ϑ при рассеянии α -частиц в листочке золота, и значения произведения $dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$.

Как видно из табл. XV, несмотря на изменение числа сцинтилляций в несколько тысяч раз, произведение $dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$ практически остается постоянным. Это указывает на то, что взаимодействие между α -частицей и положительным зарядом атома выражается законом Кулона.

Формула (5) позволяет также по числу отклоненных α -частиц dn' определить величину положительного заряда атома E , так как

Т а б л и ц а X V

ϑ°	Число сцинтилляций	$dn' \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$
150	33,1	25,8
120	51,9	29,0
105	69,5	27,5
75	211	29,1
30	477	29,8
45	1 435	30,8
30	7 800	35,0
15	132 000	38,4

все остальные величины, входящие в формулу (5), доступны измерению. Так как атомы в нормальном состоянии нейтральны, то положительный заряд E должен быть целым кратным от численного значения заряда электрона: $E = Z|e|$, где Z — целое число. Измерения Резерфорда и его сотрудников показали, что величина Z равна приблизительно половине атомного веса.

Атомный вес элементов в начале периодической системы почти точно вдвое больше их порядкового номера в таблице Менделеева. Например, углерод стоит на шестом месте и его атомный вес равен 12;

алюминий стоит на тринадцатом месте и его атомный вес равен 27; в середине и особенно в конце периодической системы атомные веса больше значений, удовлетворяющих этому соотношению. Однако, грубо говоря, можно считать атомные веса всех элементов равными удвоенному значению их порядкового номера. Отсюда на основании измерений Резерфорда возникла гипотеза, что величина Z (*зарядовое число элемента*) равна порядковому номеру элемента в таблице Менделеева. Впоследствии эта гипотеза в точности подтвердилась.

Зная заряд атома $E = Z|e|$, можно по формуле (1) найти, какое „прицельное“ расстояние p соответствует различным углам отклонения ϑ . Оказалось, что для тяжелых элементов, где для ϑ достигаются значения в 150° , p порядка 10^{-13} см. Это означает, что при рас-

стоянии между центрами α -частицы и атома порядка 10^{-13} см силы взаимодействия еще подчиняются закону Кулона. Отсюда в свою очередь вытекает, что положительный заряд атома имеет размеры, не превышающие 10^{-13} см.

Так как размеры всего атома представляют собою величину порядка 10^{-8} см, то, следовательно, опыты с несомненностью подтверждают ядерную модель атома: положительный заряд атома сосредоточен в объеме, весьма малом по сравнению с объемом атома.

Резюмируя выводы, полученные в настоящем параграфе, имеем: в центре атома расположено маленькое положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена почти вся масса атома; заряд ядра $E = Z|e|$, где Z — порядковый номер элемента в периодической системе Менделеева. Вокруг ядра в нормальном состоянии движутся Z электронов.

Простейшим атомом, в соответствии с этой моделью, является атом водорода. Он содержит лишь один электрон. Ядро атома водорода — простейшее из всех ядер. Оно получило название *протона*. Заряд протона равен $+e$. Масса протона составляет $\frac{1835}{1836}$ от массы

атома водорода, в то время как масса электрона равна $\frac{1}{1836}$ от массы атома водорода. Следующий за водородом в периодической системе элемент — гелий. Его атом содержит в нормальном состоянии два электрона. Ядро атома гелия имеет заряд $+2e$ и массу приблизительно в четыре раза большую массы протона. Альфа-частицы представляют собою ядра гелия.

Необходимо, однако, отметить, что ядерная модель атома не согласуется с требованиями классической электродинамики. Дело в том, что электрон, вращающийся вокруг ядра, испытывает ускорение, а следовательно (см. § 332), он должен излучать электромагнитные волны и вследствие этого терять энергию. В результате его движение будет неустойчивым, и он должен упасть на ядро. Так как в действительности атомы являются весьма устойчивыми образованиями, то отсюда следует, что для внутриатомных процессов неприменимы законы классической электродинамики, установленные на основании наблюдений макроскопических процессов. Найти характер законов, справедливых для внутриатомных процессов, удалось лишь после длительного изучения свойств атомов, в частности, изучения строения их спектров.

Для подсчета угла отклонения ν вернемся к рис. 318 и введем для α -частицы полярные координаты r и φ . Тогда потенциальная энергия W_p и кинетическая энергия W_k α -частицы запишутся в виде:

$$W_p = \frac{2eE}{r}, \quad W_k = \frac{M}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2).$$

Для полной энергии W получим:

$$W = \frac{2eE}{r} + \frac{M}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2). \quad (6)$$

Кроме того, напомним выражение для момента количества движения α -частицы:

$$P = Mr^2 \dot{\varphi}. \quad (7)$$

Воспользовавшись этим последним соотношением, произведем в выражении для полной энергии замену производных. Из (7) для производной по времени от азимута φ имеем

$$\dot{\varphi} = \frac{P}{Mr^2}. \quad (8)$$

Производную по времени от радиуса-вектора r представим в следующем виде:

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\varphi} \dot{\varphi} = \frac{P}{Mr^2} \frac{dr}{d\varphi}. \quad (9)$$

Подставив в (6) вместо $\dot{\varphi}$ и \dot{r} их значения по (8) и (9), получим

$$W = \frac{2eE}{r} + \frac{P^2}{2Mr^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + \frac{P^2}{2Mr^2}$$

или

$$\frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2MW}{P^2} - \frac{4MeE}{P^2} \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}. \quad (10)$$

Обозначим $\frac{1}{r}$ через ρ , тогда $\frac{d\rho}{d\varphi} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\varphi}$, и формула (10) принимает вид:

$$\left(\frac{d\rho}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2MW}{P^2} - \frac{4MeE}{P^2} \rho - \rho^2.$$

Продифференцировав это выражение еще раз по φ , получим

$$2 \left(\frac{d\rho}{d\varphi} \right) \frac{d^2\rho}{d\varphi^2} = -\frac{4MeE}{P^2} \frac{d\rho}{d\varphi} - 2\rho \frac{d\rho}{d\varphi}.$$

Так как $\frac{d\rho}{d\varphi} \neq 0$, то последнее выражение приводит к равенству:

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho = -\frac{2MeE}{P^2}. \quad (11)$$

Как известно из механики, момент количества движения P для замкнутой системы остается постоянным, поэтому величина

$$C = -\frac{2MeE}{P^2} \quad (12)$$

постоянна. Вводя эту постоянную C в выражение (11), окончательно получим следующее дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет движение рассматриваемой α -частицы:

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho = C.$$

Решением этого дифференциального уравнения, как легко проверить подстановкой, будет следующая функция:

$$\rho = C + A \cos \varphi + B \sin \varphi, \quad (13)$$

где A и B — константы. Значения этих констант могут быть найдены следующим образом: при $\varphi = \pi$ (рис. 318) α -частица находится на бесконечно большом расстоянии слева от начала координат O и $\rho = \frac{1}{r} = 0$. Отсюда, по (13), находим: $A = C$, следовательно, выражение (13) принимает вид:

$$\rho = C (1 + \cos \varphi) + B \sin \varphi. \quad (14)$$

С другой стороны, при $\varphi \rightarrow \pi$ выражение $r \sin \varphi$ стремится к значению, равному длине отрезка p . Отсюда по (14) получаем

$$\frac{1}{p} = \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{\rho}{\sin \varphi} = \lim_{\varphi \rightarrow \pi} \left[\frac{C (1 + \cos \varphi)}{\sin \varphi} + B \right].$$

Так как

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} = 0,$$

то из предыдущего равенства находим для B :

$$B = \frac{1}{p}.$$

После этого выражение (14) принимает вид:

$$\rho = C (1 + \cos \varphi) + \frac{1}{p} \sin \varphi. \quad (15)$$

Это выражение представляет собою уравнение гиперболы. Одной асимптотой этой гиперболы является прямая ab , другой — прямая bd . Найдем угол ϑ между асимптотами. Из рис. 318 видно, что при удалении α -частицы на бесконечно большое расстояние от точки O вправо, когда $\rho = \frac{1}{r}$ становится равным нулю, угол φ стремится к значению, равному ϑ . Поэтому при $\varphi = \vartheta$ из (15) получаем

$$C (1 + \cos \vartheta) + \frac{1}{p} \sin \vartheta = 0 \quad \text{или} \quad \frac{1}{Cp} = - \frac{1 + \cos \vartheta}{\sin \vartheta} = - \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2}.$$

Из последнего равенства находим, что угол отклонения траектории α -частицы определяется равенством:

$$\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} = - \frac{1}{Cp}.$$

Подставив сюда вместо C его значение по (12), найдем

$$\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{p^2}{2MeEp}.$$

Наконец, заметив, что $P = Mpv$, где v — значение первоначальной скорости α -частицы, получим

$$\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{Mv^2}{2eE} p,$$

что и совпадает с формулой (1) основного текста.

§ 341. Закономерности в атомных спектрах. Дальнейшее подтверждение ядерная модель атомов получила в результате изучения линейчатых спектров. Оказалось, что закономерности, которым подчиняется распределение линий в спектрах, в значительной мере могут быть объяснены, если допустить, что внутри атома электроны движутся по круговым или эллиптическим орбитам вокруг тяжелого положительно заряженного ядра.

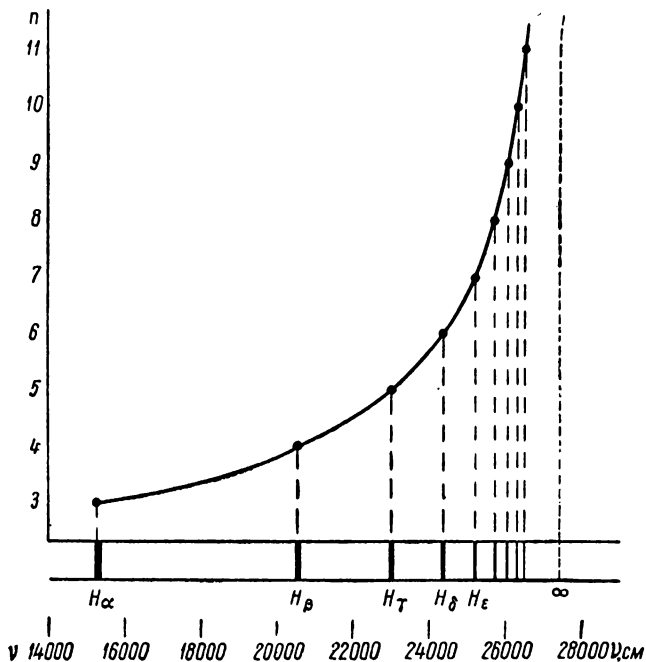


Рис. 323. Расположение линий в спектре водорода.

Во второй половине прошлого столетия было выяснено, что линейчатые спектры испускаются атомами, в то время как полосатые — молекулами. Было также замечено, что линии в атомных спектрах располагаются не беспорядочно, но во многих случаях составляют определенные группы или, как принято говорить, *серии*. Так, в видимой и близкой ультрафиолетовой областях спектра водорода располагается весьма характерная серия линий. Она носит название серии Бальмера по имени швейцарского физика, открывшего, что длины волн линий этой серии могут быть представлены простой формулой:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad (1)$$

где λ_0 — некоторая постоянная, а $n = 3, 4, 5, \dots$, т. е. принимает значения последовательного ряда целых чисел. Формуле Бальмера можно придать более простой вид, если вместо длин волн характеризовать спектральные линии частотами или величинами, им пропорциональными, *волновыми числами*. Под волновым числом подразумевается число волн, укладывающихся на длине в 1 см, т. е. величина

$$\nu = \frac{10^8}{\lambda_\nu},$$

где λ_ν — длина волны, выраженная в ангстремах и отнесенная к вакууму. В этом случае формула (1) принимает вид:

$$\nu = A - \frac{R}{n^2}, \quad (2)$$

где A и R — постоянные, а n — по-прежнему принимает значения целых чисел. Из формулы (2) видно, что по мере увеличения n линии располагаются все теснее и теснее друг к другу, как бы сбегаюсь к некоторому пределу, лежащему у значения $\nu_\infty = A = = 27\,419,4 \text{ см}^{-1}$, или в дли-

нах волн — у $\lambda_\infty = 3646,13 \text{ \AA}$. На рис. 323 в нижней части дано расположение линий водорода в шкале волновых чисел, а в верхней — графическая зависимость ν от целых чисел n . Как видно, получается плавная кривая, асимптотически приближающаяся к прямой ν_∞ .

Насколько хорошо совпадают длины волн, вычисленные по формулам (1) или

(2) и наблюдаемые, видно из табл. XVI, где приведены значения для шести первых линий водорода.

Следует обратить внимание, что в табл. XVI между вычисленными и наблюдаемыми значениями длин волн расхождения имеются лишь в шестой значащей цифре и не выходят из пределов ошибок наблюдений, так что формула Бальмера принадлежит к числу наиболее точно выполнимых законов физики. Ее отличительной чертой является то, что длины волн последовательного ряда спектральных линий оказываются функцией от целых чисел.

Впоследствии Ридберг заметил, что между постоянными A и R в формуле (2) имеется простое и вполне точно выполняемое соотношение:

$$A = \frac{R}{2^2}.$$

Таблица XVI

n	Обозначение линии	$\lambda \text{ \AA}$	
		вычислено	наблюдено
3	H $_{\alpha}$	6562,80	6562,81
4	H $_{\beta}$	4861,38	4861,33
5	H $_{\gamma}$	4340,51	4340,47
6	H $_{\delta}$	4101,78	4101,74
7	H $_{\epsilon}$	3970,11	3970,07
8	H $_{\zeta}$	3889,09	3889,06

Таким образом, волновые числа линий бальмеровской серии водорода охватываются формулой с одной только постоянной:

$$\nu = \frac{R}{2^2} - \frac{R}{n^2}, \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (3)$$

Постоянная R носит название *постоянной Ридберга* и имеет значение:

$$R = 109\,677,6 \text{ см}^{-1}.$$

Далее, Ридбергу удалось показать, что не только в спектре водорода, но и в спектрах некоторых других элементов, прежде всего щелочных металлов, линии образуют закономерные серии.

Разбирая расположение линий в сериях, Ридберг сделал открытие, что частоты (или волновые числа) линий могут быть представлены в виде разности двух функций от целых чисел n_1 и n_2 :

$$\nu = T_1(n_1) - T_2(n_2). \quad (4)$$

Для каждой данной серии $T_1(n_1)$ имеет постоянное значение, $T_2(n_2)$ — переменное. Функции $T_1(n_1)$ и $T_2(n_2)$, взятые в отдельности, носят название *спектральных термов*. Сравнение с формулой (3) показывает, что для бальмеровской серии водорода

$$T_1(n_1) = \frac{R}{2^2}, \quad T_2(n_2) = \frac{R}{n^2}.$$

В спектрах щелочных металлов отдельные серии внешне походят на серию Бальмера — в этом убеждает простой взгляд на серии в спектре лития (рис. 324).

Основываясь на этом, Ридберг попытался придать спектральным термам различных элементов вид, аналогичный тому, который они имеют для водорода, а именно, он положил

$$T(n) = \frac{R}{(n + \alpha)^2}, \quad (5)$$

где R — прежняя постоянная, n — целое число, а α — некоторая поправка, представляющая собой правильную дробь. Эта поправка оказывается для всех линий одной серии приблизительно постоянной. Более точно термы могут быть представлены формулой:

$$T(n) = \frac{R}{\left(n + \alpha + \frac{\beta}{n^2}\right)^2}, \quad (5a)$$

где β — вторая поправка, значительно меньшая, чем α .

При $n \rightarrow \infty$

$$T(n) \rightarrow \frac{R}{n^2},$$

т. е. все термы при возрастании целого числа n делаются более и более „водородоподобными“.

У щелочных металлов Ридбергом было установлено существование трех различных серий (см. спектр лития на рис. 324). Эти серии получили название: 1) главной, 2) первой побочной, 3) второй побочной. Главная серия содержит самые яркие и наиболее легко

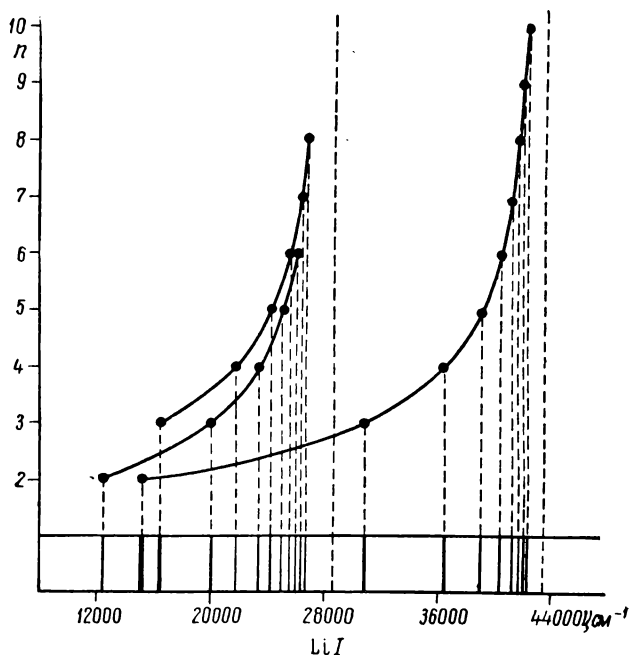


Рис. 324. Серии в спектре лития.

получаемые линии; первая (головная) линия главной серии вообще наиболее характерна для спектра данного элемента. Кроме того, линии главной серии обнаруживаются также в поглощении. Переменный терм каждой из этих серий может быть довольно точно представлен формулой вида (5). При этом поправку α принято обозначать для переменного терма главной серии через p , первой побочной — через d , второй побочной — через s .¹ Линии обеих побочных

¹ Линии первой побочной серии имеют более размытый, а второй побочной — более резкий вид. Поэтому эти серии также называются «диффузная» и «резкая».

серий стремятся к одному и тому же пределу. Благодаря этому серийные формулы всех трех серий принимают вид:

$$\text{главная серия} \quad \nu = A - \frac{R}{(n+p)^2}, \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

$$\text{первая побочная} \quad \nu = B - \frac{R}{(n+d)^2}, \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

$$\text{вторая побочная} \quad \nu = B - \frac{R}{(n+s)^2}, \quad n = 2, 3, 4, \dots,$$

где A — предел главной серии, B — общий предел побочных серий. Поправки s , p , d , по определению, представляют собою правильные дроби.

Далее Ридберг открыл соотношение между пределами серий, а именно, он показал, что предел главной серии

$$A = \frac{R}{(1+s)^2}, \quad (6)$$

а общий предел побочных серий

$$B = \frac{R}{(2+p)^2}.$$

Впоследствии у щелочных металлов в инфракрасной области спектра была открыта еще одна серия (серия Бергмана), предел которой равен $\frac{R}{(3+d)^2}$.

Введем обозначение термов, по которому терм $\frac{R}{(n+x)^2}$ обозначим через символ nX . Тогда серийные формулы для щелочных металлов примут вид:

$$\text{главная серия} \quad \nu = 1S - nP, \quad n = 2, 3, 4, \dots,$$

$$\text{вторая побочная} \quad \nu = 2P - nS, \quad n = 2, 3, 4, \dots,$$

$$\text{первая побочная} \quad \nu = 2P - nD, \quad n = 3, 4, 5, \dots,$$

$$\text{серия Бергмана} \quad \nu = 3D - nF, \quad n = 4, 5, 6, \dots$$

На самом деле у щелочных металлов все линии представляют собою дублеты, причем эти дублеты очень узки у Li, несколько шире у Na и вообще тем шире, чем больше атомный вес элемента. На природе этих дублетов мы остановимся ниже.

В спектрах щелочных металлов встречаются также линии, волновые числа которых выражаются другими разностями термов, чем указанные, например:

$$\nu = 2S - nP, \quad n = 3, 4, 5, \dots,$$

$$\nu = 3P - nS, \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

Резюмируя все сказанное выше, сформулируем в общем виде эмпирические закономерности следующим образом: вместо того, чтобы характеризовать спектр какого-нибудь элемента длинами волн λ его линий или их волновыми числами ν , его можно охарактеризовать с помощью меньшего числа других величин — спектральных термов T , являющихся функциями от целых чисел n .

Определенные разности термов, согласно равенству (4), дают волновые числа ν наблюдаемых линий спектра.

§ 342. Природа спектральных термов. С самого начала было ясно, что спектральные термы должны иметь определенный физический смысл, а соотношение (4) § 341 — связь с механизмом испускания спектральных линий. Однако истинную природу спектральных термов удалось выяснить лишь Бору через тридцать с лишним лет после Ридберга. Одновременно Бор показал, что соотношение Ридберга (4) выражает собою один из основных законов физики — закон, которому подчиняется процесс лучеиспускания.

Бор исходил из гипотезы, выдвинутой Планком (§ 332), что вибраторы абсолютно черного тела испускают энергию не непрерывно, но порциями, величина которых ϵ зависит от частоты испускаемого излучения ν :¹

$$\epsilon = h\nu. \quad (1)$$

Бор перенес гипотезу Планка на атомы светящихся паров и газов: элементарный акт испускания заключается в потере порции энергии ϵ в виде света монохроматической частоты ν , определяемой равенством (1).

Обозначим энергию атома до акта испускания света через W_2 , а после — через W_1 , тогда $\epsilon = W_2 - W_1$, и в силу равенства (1):

$$W_2 - W_1 = h\nu,$$

или

$$\nu = \frac{W_2}{h} - \frac{W_1}{h}. \quad (2)$$

Из сравнения формулы (2) с соотношением Ридберга

$$\nu = T_1 - T_2$$

следует, что сериальные термы пропорциональны значениям энергии атома W_i с точностью до некоторой аддитивной постоянной. Так как опыт показывает, что каждый атом характеризуется определенным рядом термов, то Бор положил, что каждый атом может находиться лишь в определенном прерывном ряде устойчивых состояний, характеризующихся вполне определенными значениями энергии W_i . Эти состояния именуются *стационарными*. В стационарном

¹ Буквой ν обозначаются и частоты и волновые числа.

состоянии атом не излучает. Излучение происходит при переходе атома из одного стационарного состояния в другое. При этом правило частот Бора (2), не касаясь механизма самого излучения, позволяет по энергиям атома в различных стационарных состояниях определить испускаемые им частоты, т. е. определить его спектр.

Таким образом, каждому терму соответствует определенное значение энергии атома. Положим

$$T_i = -\frac{W_i}{h}, \quad (3)$$

тогда правило частот Бора (2) ведет непосредственно к соотношению Ридберга [(4), § 341]. Наименьшей по алгебраическому значению энергии атома W_i соответствует

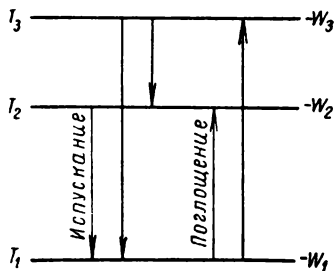


Рис. 325. Уровни энергии атома.

наибольший по численному значению терм. Изобразим графически значения энергии в виде уровней, причем поставим наименьшей энергии самый глубокий уровень (рис. 325); ему будет соответствовать наибольший терм. Испускание линий изобразим стрелками, соединяющими те два уровня, при переходе между которыми возникает данная линия.

Нормально атом находится в том стационарном состоянии, которое характеризуется наименьшим значением энергии. Иными словами: нормально атом находится на нижнем уровне. Находясь в этом состоянии, он не излучает. Если благодаря какому-либо внешнему энергетическому воздействию атом будет переведен в другое стационарное состояние с большей энергией — поднят на более высокий уровень, то, возвращаясь обратно, он испустит определенные линии с частотами, даваемыми формулой (2). У щелочных металлов самым глубоким является уровень 1S (рис. 326), энергетически ближайшим к нему — уровень 2P, на него легче всего и перевести атом с нормального уровня 1S. Обратному переходу с уровня 2P на уровень 1S соответствует испускание головной линии главной серии $\nu = 1S - 2P$. Таким образом, объясняется тот факт, что эта линия является наиболее характерной для всего спектра, что она возбуждается легче других линий. Для возбуждения следующих линий в спектре надо сообщить атому больше энергии, чтобы перевести его на более высокие энергетические уровни.

¹ В дальнейшем мы увидим, что энергии атома отрицательны (при соответственном выборе нулевого значения потенциальной энергии). Поэтому в формуле (3) справа взят знак минус.

Для того чтобы объяснить возникновение указанных в § 341 серий в спектрах щелочных металлов, надо допустить, что не все возможные переходы между энергетическими уровнями осуществляются в атомах, а только некоторые. На переходы нужно наложить ограничение — некоторое *правило отбора*. Это правило отбора сводится к тому, что термы S

„комбинируют“ только с термами P, термы P — только с термами S и D, термы D — только с термами P и F и т. д.

В силу правила отбора на нормальный уровень 1S атом может переходить лишь с уровня nP , при этом по правилу частот будут испущены линии:

$$\nu = 1S - nP, \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

т. е. линии главной серии. Значение термина 1S дает при этом предел главной серии. На уровень 2P атом может перейти как с уровней nD , так и с более высоких уровней nS ; при этом исключаются линии:

$$\nu = 2P - nD, \quad n = 3, 4, \dots$$

$$\nu = 2P - nS, \quad n = 2, 3, \dots$$

т. е. линии обеих побочных серий. Уровень 2P дает их общий предел. Таким образом, схема уровней объясняет общность пределов побочных серий.

Излучение происходит при переходе атома из стационарного состояния с большей энергией в стационарное состояние с меньшей энергией; поглощение света связано с обратным переходом. Так как нормально атом находится в состоянии с наименьшей энергией, то отсюда следует, что атом может поглощать свет только тех длин волн, которые совпадают с длинами волн спектральных линий, возникающих при переходе атома с более высоких уровней на нормальный уровень, т. е. линий главной серии. Это, как было указано выше, действительно и подтверждается на опыте.

Положение уровней может быть проверено непосредственными опытами. Прежде всего сюда относится опыт с электронным ударом, схема которого представлена на рис. 327. В центре эвакуированного металлического сосуда в виде цилиндра установлен горячий катод K .

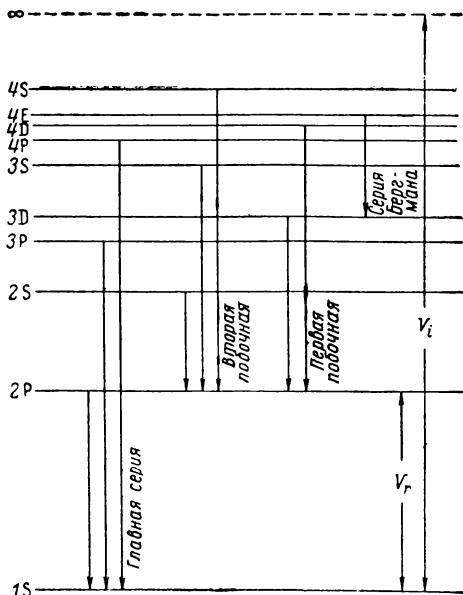


Рис. 326. Схема уровней щелочных металлов.

Испускаемые им электроны ускоряются полем, приложенным между катодом и анодом A , имеющим вид цилиндра из металлической сетки. Расстояние между катодом и анодом выбирается настолько малым, чтобы электроны проходили его без столкновений с атомами исследуемого пара, заполняющего сосуд. Благодаря этому энергия электронов, достигающих анода, равна eV , где V — разность потенциалов между катодом и анодом. Стенки сосуда поддерживаются при

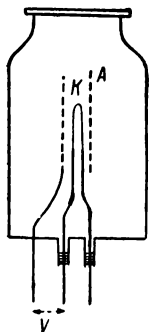


Рис. 327. Схема опыта с электронным ударом.

том же потенциале, что анод. Благодаря этому электроны, проскочив через отверстие сетчатого анода, двигаются далее в пространстве, свободном от поля, с постоянной скоростью. В этом пространстве осуществляются столкновения с атомами пара. Возникающее при этом свечение можно наблюдать через окошко в верхней части сосуда.

Пока энергия электрона eV настолько мала, что он не может перевести атом из нормального состояния в энергетически ближайшее стационарное состояние, столкновение происходит упруго, и при этом никакого свечения не наблюдается. Как только энергия электрона окажется практически достаточной для перевода атома в следующее стационарное состояние, она будет целиком передаваться атому при столкновении (благодаря тому, что масса электрона много меньше массы атома). Согласно сказанному выше, атом, возвращаясь после столкновения в нормальное состояние, испустит эту же самую энергию $\Delta W = eV$ в виде излучения с частотой

$$\nu = \frac{\Delta W}{h} = \frac{eV}{h} \quad (4)$$

или с длиной волны

$$\lambda = \frac{ch}{eV},$$

где c — скорость света. Подставляя вместо e , h и c их численные значения и выражая λ в ангстремах, а V — в вольтах, получим весьма удобное соотношение, позволяющее по ускоряющему потенциалу вычислить длину волны испускаемой линии:

$$\lambda = \frac{12\,340}{V}. \quad (5)$$

Из сказанного следует, что при постепенном увеличении энергии возбуждающих электронов не наблюдается свечения, пока их энергия не достигнет определенного значения W , достаточного для перевода атома из нормального состояния в ближайшее возбужденное. Значение ускоряющего потенциала V , соответствующее этой энергии, носит название *критического*. Когда ускоряющий потенциал станет равен критическому, то начнет испускаться одна един-

ственная линия с длиной волны, определяемой соотношением (5). Эту линию и соответствующий ей потенциал принято называть *резонансными*. При дальнейшем увеличении энергии электронов появляются все линии спектра, одна за другой.

У щелочных металлов, как видно из схемы уровней (рис. 326), резонансной линией является головная линия главной серии $\nu = 1S - 2P$. Для случая натрия — это будет желтая линия, так называемая D-линия; соответствующий ей резонансный потенциал равен 2,1 в. И действительно, при пропускании через пары натрия электронов с энергией, меньшей чем 2,1 эв, не наблюдается свечения. При энергии электронов в 2,1 эв появляется лишь желтая линия. При дальнейшем увеличении энергии ударяющих электронов возникают остальные линии. Совершенно аналогичные явления имеют место у прочих элементов.

Вторая группа опытов, также подтверждающая схему уровней, — это опыты с *флюоресценцией*, в частности, с так называемым

резонансным свечением. Как впервые показал Вуд, пары натрия, освещенные светом, частота которого совпадает с частотой желтой линии натрия, сами начинают излучать свет, состоящий из той же желтой линии $\nu = 1S - 2P$ (резонансное свечение). Схема опыта по флюоресценции паров натрия представлена на рис. 328, где *A* — сосуд, содержащий пары натрия при малом давлении; *J* — источник натриевого света. Наблюдение производится в направлении *AB*. Спектр флюоресценции исследуется с помощью спектрографа. Исходя из представ-

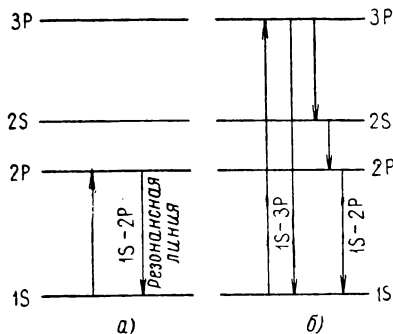


Рис. 329. Возникновение флюоресцентного свечения атомов.

ления об энергетических уровнях, это явление легко объяснить тем, что атом натрия, поглощая свет, переходит из нормального состояния 1S в соседнее состояние 2P (рис. 329а). Возвращаясь обратно в нормальное состояние 1S, он излучает линию $\nu = 1S - 2P$, т. е. ту же самую, которую поглотил. При освещении паров натрия

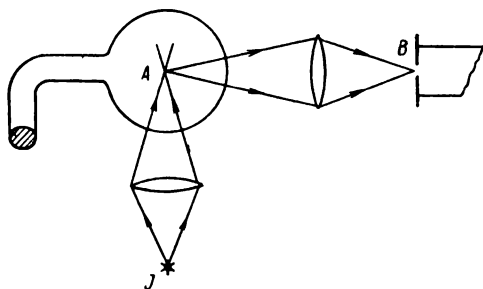


Рис. 328. Схема опыта по флюоресценции паров.

ультрафиолетовым светом с частотой, равной частоте второй линии главной серии натрия $\nu = 1S - 3P$, также наблюдается свечение паров (*флюоресценция*); однако в этом случае испускается не только та же самая линия, которая поглощается, но и снова желтая линия $\nu = 1S - 2P$. Этот факт также легко объясняется: с уровня $3P$ атом может не только непосредственно перейти на уровень $1S$ (рис. 329б), излучая линию $\nu = 1S - 3P$, но и проходя через промежуточные уровни, например, с $3P$ на $2S$, с $2S$ на $2P$ и, наконец, с $2P$ на $1S$; при этом последнем переходе будет излучаться желтая линия $\nu = 1S - 2P$; двум другим переходам соответствует излучение линий $\nu = 2S - 3P$ и $\nu = 2P - 2S$, лежащих в далекой инфракрасной области спектра. В опытах Вуда эти линии остались незамеченными.

Совершенно аналогично схема уровней позволяет разобраться и во всех прочих случаях флюоресценции одноатомных паров и газов. Такие опыты по изучению спектров флюоресценции ряда элементов (Hg, Sr, Pb) были произведены А. Н. Терениным.

§ 343. Строение атома водорода и сходных с ним ионов. Предположение, что атом может находиться в ряде устойчивых (стационарных) состояний, характеризуемых определенными значениями энергии W_i , как мы видели, подтверждается прямыми опытами. Вместе с тем такие состояния невозможны с точки зрения классической электродинамики (§ 340). Следовательно, внутриатомные процессы подчиняются каким-то другим законам. Первая попытка выяснить эти законы была сделана в 1912 г. Бором, при этом Бор пытался лишь частично отказаться от законов классической физики. В дальнейшем, однако, выяснилась полная неприменимость представлений классической физики к внутриатомным процессам (§ 348) и необходимость заменить их представлениями квантовой механики (§ 362). Ряд буржуазных философов и физиков сделали отсюда порочные, идеалистические выводы о невозможности вообще дать объективное пространственно-временное описание внутриатомных процессов. В действительности дело идет лишь о расширении наших знаний, о выяснении новых объективных закономерностей, оставшихся неизвестными классической физике. Первоначальная теория Бора, как частично вскрывавшая истинные законы внутриатомных процессов, имела ограниченную применимость: она могла выяснить лишь основные свойства простейших атомных систем, главным образом водорода и сходных с ним ионов. С точки зрения ядерной модели атом водорода состоит из ядра с зарядом $E = +e$ и одного обращающегося около него электрона с зарядом $-e$. Бор предположил, что из всех механически возможных движений электрона вокруг ядра *стационарными являются лишь те, для которых момент количества движения p равен целому кратному от величины $\hbar = h/2\pi$, где h — постоянная Планка:*

$$p = n\hbar. \quad (1)$$

Целое число n , принимающее значения 1, 2, 3, ..., называется *квантовым числом*. Про энергию, которая может принимать лишь прерывный ряд значений, говорят, что она „проквантована“.

Находясь в одном из стационарных состояний движения, электрон, вопреки требованиям классической электродинамики, не излучает. Испускание света происходит лишь при переходе из одного стационарного состояния (имеющего большее значение энергии W_k) в другое стационарное состояние (имеющее меньшее значение энергии W_l); при этом, в соответствии с формулой (2) § 342, испускается монохроматический свет с частотой ν_{lk} , равной

$$\nu_{lk} = \frac{W_k}{h} - \frac{W_l}{h}. \quad (2)$$

Оправданием этих гипотез служит то, что они приводят к численным значениям частот ν_{lk} , в точности совпадающим с их значениями, найденными из опыта. При этом согласие получается не только для атома водорода, но и для всех ионов, сходных с водородом, т. е. таких ионов, у которых удалены все электроны, кроме одного.

Для того чтобы сразу рассмотреть как атом водорода, так и сходные с ним ионы, предположим, что имеется атомная система, состоящая из ядра с зарядом $E = Ze$ и одного электрона. Для водорода $Z=1$, для однажды ионизованного гелия (He^+) $Z=2$, для дважды ионизованного лития (Li^{++}) $Z=3$ и т. д. Массу ядра будем первоначально считать бесконечно большой по сравнению с массой электрона m .

Сила взаимодействия между ядром и электроном будет кулоновой силой

$$f = -\frac{Ze^2}{r^2},$$

где r — расстояние между ядром и электроном. Под влиянием этой силы электрон описывает вокруг ядра орбиту в виде кеплерова эллипса, в частности, в виде круга. Остановимся сперва только на круговых орбитах.

Потенциальная энергия электрона в кулоновом поле ядра равна

$$W_p = -\frac{Ze^2}{r}.$$

Кинетическая энергия

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Полная энергия

$$W = W_p + W_k$$

равна

$$W = -\frac{Ze^2}{r} + \frac{mv^2}{2}. \quad (3)$$

Кулонова сила $f = -\frac{Ze^2}{r^2}$ представляет собой центростремительную силу, численно равную для круговой орбиты $\frac{mv^2}{r}$, откуда имеем

$$\frac{Ze^2}{r} = mv^2. \quad (4)$$

Воспользовавшись этим соотношением, перепишем выражение для полной энергии (3) в виде:

$$W = -\frac{Ze^2}{2r}. \quad (5)$$

Боровское квантовое условие (1) позволяет вычислить радиусы стационарных орбит. Для круговой орбиты момент количества движения p электрона равен

$$p = mvr. \quad (6)$$

Из соотношений (4) и (6) находим для радиуса круговой орбиты

$$r = \frac{p^2}{me^2Z}.$$

Подставляя сюда вместо p его значение по (1), найдем

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{me^2} \frac{1}{Z}. \quad (7)$$

Величина

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

представляет собою радиус первой, т. е. самой близкой к ядру, круговой орбиты электрона в атоме водорода. Подставляя вместо \hbar , m и e их численные значения, найдем: $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-8}$ см. Отсюда видно, что размеры атома водорода, найденные на основании гипотез Бора, находятся в соответствии с размерами, определяемыми из кинетической теории газов. Радиусы остальных орбит в атоме водорода и в сходных с ним ионах могут быть выражены через a_0 :

$$r = n^2 \frac{a_0}{Z}. \quad (7a)$$

Для полной энергии W на основании соотношений (5) и (7) имеем

$$W = -\frac{me^4Z^2}{2\hbar^2n^2}. \quad (8)$$

Введем постоянную

$$R = \frac{me^4}{4\pi\hbar^3c}, \quad (9)$$

где c — скорость света в пустоте. Тогда полная энергия W примет вид:

$$W = -\frac{R\hbar cZ^2}{n^2}. \quad (8a)$$

Сравнивая выражение (8а) с формулой (3) § 342, устанавливающей связь между спектральными термами и энергией стационарных состояний, находим

$$T = \frac{RcZ^2}{n^2}, \quad (10)$$

или, измеряя терм в волновых числах и обозначая его через ν , получим

$$\nu = \frac{RZ^2}{n^2}. \quad (10a)$$

Это выражение при $Z=1$ точно совпадает с эмпирическим значением для водородных термов [см. формулу (3) § 341]. Величина R совпадает с постоянной Ридберга. Ее численное значение, определенное по равенству (9) через заряд и массу электрона, постоянную Планка и скорость света, хорошо согласуется с эмпирическим.

В общем случае атомная система, состоящая из ядра и одного электрона, переходя из стационарного состояния, характеризуемого большим квантовым числом n_k , в стационарное состояние, характеризованное меньшим квантовым числом n_i , испускает по правилу частот Бора линии с частотами

$$\nu_{ik} = \frac{W_k}{h} - \frac{W_i}{h} = \frac{me^4 Z^2}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right),$$

или, переходя к волновым числам:

$$\nu = RZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right). \quad (11)$$

При $Z=1$ и $n_i=2$ эта формула точно совпадает с водородной формулой Бальмера. Таким образом, серия Бальмера испускается при переходе водородного атома из более высоких стационарных состояний во второе (рис. 330). При переходе в первое стационарное состояние (нормальное) испускается серия линий:

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Эта серия водородных линий, расположенная в далекой ультрафиолетовой области спектра, была экспериментально обнаружена Лайманом лишь после того, как Бор теоретически предсказал ее существование. Ее головная линия лежит при значении $\lambda = 1216 \text{ \AA}$.

При переходе в третье стационарное состояние испускается серия, лежащая в инфракрасной области спектра:

$$\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots$$

а при переходе в четвертое и пятое состояния испускаются далекие инфракрасные серии:

$$\nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \nu = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Наблюдаемые длины волн этих линий приведены в табл. XVII.

Таблица XVII

n	$R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
4	18 751 Å	—	—
5	12 818,3 Å	4,052 мк	—
6	10 938,2 Å	2,63 мк	7,463 мк

Таким образом, весь спектр атомного водорода целиком охватывается обобщенной формулой Бальмера (11) при $Z=1$. Та же формула при $Z=2$ дает спектр ионизованного гелия. В спектроскопии принято обозначать нейтральный атом римской цифрой I, однократно ионизованный положительный ион — цифрой II, двукратно ионизованный — цифрой III и т. д. Вводя это обозначение, получим, что серии He II имеют вид:

$$\nu = 4R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right).$$

При $n_i=1$, $n_k=n=2, 3, 4, \dots$ получается серия линий, лежащих в крайней ультрафиолетовой области спектра:

$$\nu = 4R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Длины волн двух первых линий этой серии равны: $\lambda=303,78$ и $\lambda=256,55$ Å. При $n_i=2$, $n_k=n=3, 4, \dots$ получается серия

$$\nu = 4R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

которую можно также переписать в виде

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)^2} \right),$$

откуда следует, что при четных n она дает линии, совпадающие с линиями ультрафиолетовой серии водорода. При $n=3, 5, 7, \dots$ получаются линии, лежащие между соответственными линиями водорода, с длинами волн $\lambda=1640,51$ Å, $\lambda=1084,99$ Å и т. д. То же наблюдается для серии

$$\nu = 4R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\left(\frac{n}{2}\right)^2} \right),$$

линии которой через одну совпадают с бальмеровскими линиями водорода. Эта серия наблюдалась в спектрах некоторых звезд и ту-

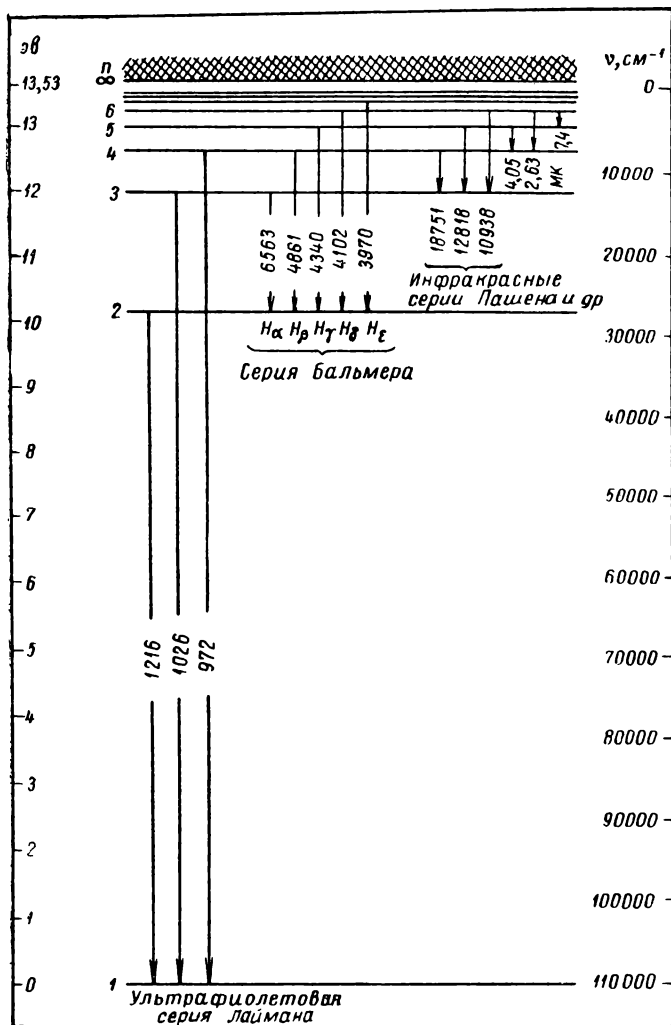


Рис. 330. Схема уровней водорода.

манностей еще до появления теории Бора и ошибочно приписывалась водороду. Впоследствии она была получена в лабораторных условиях при свечении чистого гелия. При этом измерения показали, что

линии гелия не вполне точно совпадают с водородными, как это видно из табл. XVIII.

Таблица XVIII

He II	6560,13	5411,55	4859,34	4541,61	4338,69	4199,85	4100,00
H I	6562,81	—	4861,33	—	4340,47	—	4101,74

То же относится и к серии $\nu = 4R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$, вторая линия которой имеет длину волны $\lambda = 1215,180 \text{ \AA}$, в то время как длина волны первой линии ультрафиолетовой серии водорода $\lambda = 1215,683 \text{ \AA}$.

Если определить численное значение постоянной Ридберга R один раз по эмпирическим значениям длин волн водородной серии Бальмера, а другой раз — по линиям ионизованного гелия, то получаются несколько различные значения:

$$R_H = 109\,677,6 \text{ см}^{-1}, \quad R_{He} = 109\,722,3 \text{ см}^{-1};$$

отношение между ними равно

$$\frac{R_H}{R_{He}} = 0,999593.$$

Это отношение непосредственно объясняется теорией Бора. Действительно, в приведенном выше расчете энергии ядро рассматривалось как неподвижное, что справедливо только в том случае, если его масса бесконечно велика по сравнению с массой вращающегося электрона. В противном случае следует принять во внимание еще движение ядра вокруг общего центра тяжести ядра и электрона. Соответствующий расчет показывает, что движение ядра влияет на значение энергии, а следовательно, и на значение постоянной Ридберга, для которой получается выражение:

$$R = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{M}}, \quad (12)$$

где M — масса ядра, m — масса электрона, R_∞ — значение постоянной Ридберга, вычисленное в предположении неподвижного ядра, т. е. даваемое формулой (9). Пользуясь этим соотношением, имеем

$$\frac{R_H}{R_{He}} = \frac{1 + \frac{m}{M_{He}}}{1 + \frac{m}{M_H}} = \frac{1 + \frac{1}{4 \cdot 1836}}{1 + \frac{1}{1836}} = 0,999596$$

в полном согласии с опытом.

Аналогичный сдвиг линий наблюдается у изотопа водорода с атомным весом 2 (дейтерия) по отношению к линиям обычного водорода. В табл. XIX в двух верхних строках приведены длины волн четырех первых линий бальмеровской серии обычного водорода (H^1) и его тяжелого изотопа (дейтерия, D^2); в третьей — даны разности между ними, а в четвертой — те же разности, вычисленные на основании соотношения (12).

Таблица XIX

Обозначение	α	β	γ	δ
H^1	6562,846	4861,322	4340,458	4101,731
D^2	6561,063	4859,992	4339,277	4100,621
$\Delta\lambda_{\text{набл}}$	1,783	1,330	1,181	1,110
$\Delta\lambda_{\text{выч}}$	1,783	1,326	1,185	1,119

Тяжелый изотоп водорода D^2 подмешан к легкому водороду в естественной смеси в отношении примерно 1 : 5000. Поэтому при наблюдении спектра естественного водорода линии D^2 чрезвычайно слабы и могут быть обнаружены лишь при больших экспозициях. Для наблюдения линий D^2 обычно пользуются смесью водорода, искусственно обогащенной тяжелым изотопом, например методом электролиза воды. Аналогичный сдвиг наблюдается между линиями дейтерия (D^2) и трития (изотоп водорода с атомным весом 3, T^3).

Спектры Li III, Be IV, ... охватываются той же обобщенной формулой Бальмера (11) при $Z = 3, 4, \dots$. Их линии сдвинуты в далекую ультрафиолетовую область спектра. Для Li III, Be IV, B V, C VI и т. д. частоты линий главной серии выражаются формулой:

$$\nu = RZ^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (13)$$

Ряд H^1 , He II, Li III, Be IV, B V, C VI называется *изоэлектронным*, так как число электронов, вращающихся вокруг ядра, одно и то же для всех его членов. Благодаря различию масс ядер указанных ионов, постоянные Ридберга для них несколько различны; для Li III и Be IV они равны: $R_{Li} = 109\,728,6$, $R_{Be} = 109\,730,5$. Как видно, различия между R невелики и мы будем считать их в дальнейшем совпадающими с R_∞ . Тогда формула (13) дает для частот головных линий изоэлектронного ряда:

$$\nu = RZ^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} RZ^2,$$

откуда получаем соотношение:

$$\sqrt{\frac{\nu}{R}} = \sqrt{\frac{3}{4}} Z. \quad (14)$$

Сходная зависимость может быть получена и при сравнении других аналогичных между собою линий изоэлектронного ряда, т. е. линий, возникающих при переходе между уровнями, характеризуемыми двумя заданными значениями квантовых чисел n_k и n_l . Из этих зависимостей следует, что *корни квадратные из частот аналогичных линий изоэлектронного ряда растут пропорционально зарядовому числу Z* .

На рис. 331 представлена графически зависимость $\sqrt{\nu/R}$ от Z , она выражается прямой линией. Это соотношение носит название *закона Мозеля*.

Модель водородного атома позволяет также установить его критические потенциалы. Например, для возбуждения первой линии ультрафиолетовой серии

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right), \quad \lambda = 1216 \text{ \AA},$$

нужно перевести электрон в атоме водорода на орбиту с $n=2$, для этого по формуле (5) § 342 нужен ускоряющий потенциал:

$$V_1 = \frac{12340}{1216} = 10,15 \text{ в.}$$

Рис. 331. Зависимость величин $\sqrt{\frac{\nu}{R}}$ от зарядового числа для элементов изоэлектронного ряда.

Для удаления электрона с нормальной орбиты атома водорода в бесконечность, т. е. для *ионизации атома*, нужно затратить работу, численно равную энергии нормальной орбиты:

$$|W| = \frac{Rhc}{1^2} = 2,15 \cdot 10^{-11} \text{ эрг},$$

или в электрон-вольтах:

$$|W| = 13,53 \text{ эв.}$$

Соответствующий потенциал носит название *ионизационного потенциала*. Так как термы пропорциональны энергиям, то *ионизационный потенциал определяется значением наиболее глубокого терма*. Методы измерения ионизационных потенциалов были рассмотрены в т. II, § 188.

Экспериментальная проверка критических потенциалов водорода затрудняется тем обстоятельством, что водород при обычных усло-

виях двуатомен. Таким образом, нужно сперва разбить молекулу на атомы, а уже затем возбуждать их к свечению. Это можно сделать, экспериментируя с водородом, диссоциированным очень высокой температурой. Полученные таким образом потенциалы возбуждения и потенциал ионизации водорода вполне совпадают с теоретическими.

Ионизация атома может происходить не только за счет ударов электронов, но и за счет поглощения света. У атомарного водорода линиями поглощения являются линии ультрафиолетовой серии $\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$. При поглощении света, соответствующего одной из этих линий, атом переводится из нормального состояния в возбужденное и тем более высокое, чем больше частота линии. При частоте поглощаемого света ν_1 , большей, чем частота ν_∞ , равной пределу серии $\frac{R}{1^2}$, электрон будет вовсе выброшен из атома, при этом избыток энергии пойдет на сообщение ему скорости. Такой процесс выбрасывания электрона светом из атома *носит название фотоионизации; ему соответствует сплошной спектр поглощения*, лежащий за пределом серии ν_∞ . В соответствии с этим на рис. 330 заштрихованная полоса, лежащая выше уровня $n = \infty$, изображает непрерывную область возможных энергий электрона.

Аналогично потенциалы ионизации ионов He II, Li III, Be IV, B V, C VI, т. е. работы отрыва от них последнего электрона, считая, что остальные уже удалены, выражаются через значения их наиболее глубокого терма RZ^2 .

§ 344. Эллиптические орбиты. В общем случае электрон, движущийся в *кулоновом поле* ядра, описывает орбиту в виде *эллипса*. При этом условие Бора (1) § 343 недостаточно, чтобы из числа всех механически возможных эллипсов выбрать те, которые соответствуют стационарным состояниям атома.

В общем виде условия, которым олжны удовлетворять стационарные состояния, были даны Зоммерфельдом и заключаются в следующем: если механическая система с i степенями свободы описывается с помощью обобщенных координат q_i и соответствующих им обобщенных импульсов:

$$p_i = \frac{dW_k}{dq_i},$$

где W_k — кинетическая энергия системы и \dot{q}_i — производная от координаты по времени, то стационарны только те состояния системы, которые удовлетворяют условиям:

$$\oint p_i dq_i = n_i h, \quad (1)$$

где h — постоянная Планка, а n_i — целое *квантовое число*. Эти условия носят название *квантовых условий*.

Интегрирование в квантовых условиях (1) распространяется на всю область изменения соответственной переменной q_i .

Расчеты, произведенные на основании квантовых условий (1), приводят к соответствию с опытом лишь для простейших атомных систем. В более сложных случаях условия (1) не оправдываются и расчеты должны проводиться на основе современной квантовой механики. Тем не менее мы остановимся на применениях квантовых условий (1), так как исторически они сыграли большую роль в развитии наших сведений об атомах.

Для случая круговой орбиты условия (1) сводятся к одному прежнему условию Бора. В самом деле, при данном радиусе и данной плоскости орбиты движение по окружности есть движение с одной степенью свободы, причем в качестве единственной координаты может быть взят азимут φ , изменяющийся в пределах от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$. Соответствующий этой координате обобщенный импульс p_φ есть момент количества движения электрона; он сохраняет постоянное значение $p_\varphi = p = \text{const}$, откуда условия (1) сводятся к равенству:

$$\int_0^{2\pi} p \cdot d\varphi = nh \quad \text{или} \quad 2\pi p = nh, \quad]$$

откуда получаем

$$p = n \left(\frac{h}{2\pi} \right) = nh.$$

В случае эллиптической орбиты ядро помещается в одном из фокусов эллипса.

Плоская эллиптическая орбита представляет собою движение с двумя степенями свободы, причем мы пользуемся для ее описания полярными координатами r и φ . Поэтому по условиям (1) стационарными будут те эллипсы, для которых выполнены равенства:

$$\int_0^{2\pi} p_\varphi d\varphi = n_\varphi h, \quad \oint p_r dr = n_r h. \quad (2)$$

Целые числа n_φ и n_r называются *азимутальным* и *радиальным квантовыми числами*.

Первый из интегралов (2) в силу постоянства момента количества движения $p_\varphi = p$ дает, так же как и для случая круговой орбиты:

$$p = n_\varphi \left(\frac{h}{2\pi} \right) = n_\varphi h. \quad (3)$$

Во втором интеграле интегрирование должно быть распространено на всю область изменения r , т. е. от r_{\min} в перигелии до r_{\max}

в афелии и обратно до r_{\min} при возвращении в перигелий. Соответственные выкладки показывают, что в результате второго квантового условия накладывается определенное ограничение на эксцентриситет эллипса ϵ , который должен удовлетворять равенству:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\epsilon^2}} = \frac{n_r + n_\varphi}{n_\varphi}. \quad (4)$$

Окончательно квантовые условия Зоммерфельда ведут к тому, что стационарными будут те эллиптические орбиты, для которых выполнены равенства (3) и (4).

Принято называть сумму радиального и азимутального квантовых чисел $n_r + n_\varphi$ *главным квантовым числом*; обозначая главное квантовое число через n , получим

$$n_r + n_\varphi = n. \quad (5)$$

Тогда условие (4) примет вид:

$$1 - \epsilon^2 = \frac{n_\varphi^2}{n}. \quad (4a)$$

Соответственный расчет дает следующее выражение для большой полуоси a эллиптических орбит, соответствующих стационарным движениям электрона:

$$a = n^2 \frac{\hbar^2}{me^2 Z}, \quad (6)$$

где n — главное квантовое число. Сравнивая это выражение с выражением (7) § 343, видим: большие полуоси эллипсов совпадают с радиусами соответственных круговых орбит. Вместо единственного при круговом движении квантового числа n стоит сумма азимутального и радиального квантовых чисел (главное квантовое число). Малая полуось b зависит от обоих квантовых чисел в отдельности. В самом деле, принимая во внимание, что

$$b = a \sqrt{1 - \epsilon^2},$$

и подставляя вместо $1 - \epsilon^2$ его значение по (4a), находим

$$b = n_\varphi n \frac{\hbar^2}{me^2 Z}, \quad \frac{b}{a} = \frac{n_\varphi}{n}. \quad (7)$$

Выражение для энергии при движении по стационарным эллиптическим орбитам оказывается равным

$$W = - \frac{me^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2}. \quad (8)$$

Отсюда мы видим, что W дается той же формулой, что и энергия при движении по стационарным круговым орбитам, только вместо

прежнего квантового числа стоит главное квантовое число. Таким образом, наличие эксцентриситета у орбиты не меняет значений энергий стационарных состояний. Вместе с тем остаются в силе и все полученные из рассмотрения простых круговых орбит выводы, касающиеся спектра водорода и сходных с ним ионов. Только каждому возможному значению энергии W соответствует не одна, а несколько различных орбит, отвечающих различным моментам количества движения электрона, так как при каждом данном главном квантовом числе n азимутальное квантовое число может принимать несколько значений. Такого рода состояния называются *вырожденными*. Значению азимутального квантового числа $n_\varphi = 0$ соответствует прямая линия, проходящая через ядро; считая движение электрона по такой прямой невозможным, мы приходим к выводу, что n_φ принимает значения целых чисел, начиная с единицы; тогда в силу равенства $n = n_\varphi + n_r$ имеем, что при данном главном квантовом числе n азимутальное и радиальное квантовые числа равняются:

$$n_\varphi = 1, 2, \dots, n, \quad n_r = (n - 1), (n - 2), \dots, 0. \quad (9)$$

Отсюда следует, что *при данном главном квантовом числе n возможны n геометрически различных орбит*; всем им соответствует одна и та же энергия W и одна и та же большая полуось a ; различны у них, согласно равенству (4), эксцентриситеты ϵ , а следовательно, и малые полуоси b .

Значению $n_r = 0$, $n_\varphi = n$ соответствует круг, значению $n_r = n - 1$, $n_\varphi = 1$ — наиболее вытянутый эллипс.

На рис. 332 представлены орбиты, соответствующие $n = 3$. Здесь имеются три возможности:

- а) $n_\varphi = 3$, $n_r = 0$, $a = b = \frac{9a_0}{Z}$ (круг);
- б) $n_\varphi = 2$, $n_r = 1$, $a = \frac{9a_0}{Z}$, $b = \frac{2}{3}a$ (эллипс с эксцентриситетом $\epsilon = \frac{\sqrt{5}}{3}$);
- в) $n_\varphi = 1$, $n_r = 2$, $a = \frac{9a_0}{Z}$, $b = \frac{1}{3}a$ (эллипс с эксцентриситетом $\epsilon = \frac{\sqrt{8}}{3}$).

При движении по различным эллипсам с одним и тем же главным квантовым числом электрон имеет одинаковую энергию, пока нет никаких возмущающих сил. В случае наличия какой-нибудь внешней возмущающей силы, например внешнего электрического поля, эллиптические орбиты, соответствующие одной и той же энергии, но имеющие различную геометрическую форму, будут возмущены различно и это должно определенным образом сказаться на спектре.

То же имеет место и в случае возмущающей силы внутриатомного происхождения. Такая сила существует в атомах, где вокруг ядра движется более одного электрона. Тогда для каждого данного электрона эллиптические орбиты различной геометрической формы различно возмущены остальными электронами. Как мы увидим ниже, эта причина объясняет существование у щелочных металлов различных серий.

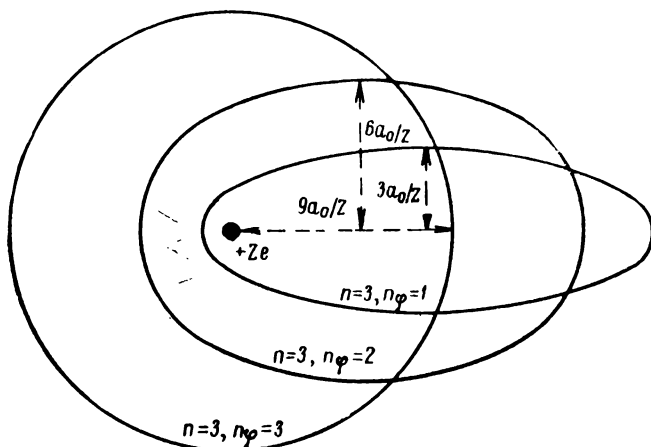


Рис. 332. Различные орбиты электрона, соответствующие главному квантовому числу $n = 3$.

Зоммерфельд показал, что и для случая водорода и сходных с ним ионов энергии при движении по различным эллипсам с одним и тем же главным квантовым числом не могут считаться строго совпадающими. Причина этого лежит в зависимости массы электрона от скорости, согласно принципу относительности; если m_0 — масса покоящегося электрона, а m — масса электрона, движущегося со скоростью v , то по принципу относительности (§ 301):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где $\beta = \frac{v}{c}$, а c — скорость света. Чем более вытянут эллипс, тем ближе он подходит в перигелии к ядру и тем больше в этой точке скорость электрона; тем сильнее и влияние поправки, происходящей от зависимости массы от скорости. Эта поправка вызывает некоторое изменение энергии.

Зоммерфельд пытался этим изменением энергии объяснить так называемую тонкую структуру линий водорода и ионизованного гелия. Дело в том, что при наблюдении с помощью приборов высокой разрешающей силы можно обнаружить, что линии этих элементов состоят из нескольких тесно расположенных компонентов. Однако такое объяснение не вполне соответствует действительности.

§ 345. Пространственное квантование; магнитные моменты атомов. Под влиянием кулонова поля ядра электрон движется по плоской эллиптической орбите. Однако возможны такие возмущения орбиты, например внешним магнитным полем, при которых орбита перестает быть плоской. Тогда движение электрона становится движением с тремя степенями свободы и стационарные орбиты должны удовлетворять трем квантовым условиям (1) § 344.

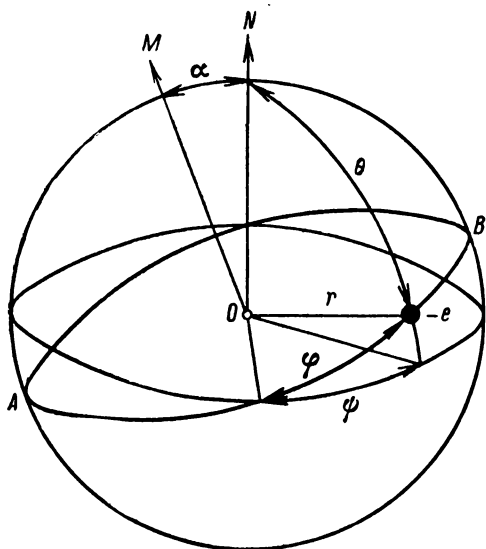


Рис. 333. Пространственное квантование орбиты.

Рассмотрим простейший случай, когда внешнее магнитное поле мало, а вместе с ним мало и возмущение орбиты. Орбита в этом случае представляет собою прежний эллипс, однако лежащий в плоскости, составляющей определенный угол с внешним *преимущественным направлением*, т. е. с направлением внешнего магнитного поля. Введем сферические координаты r , ϑ , φ (рис. 333); пусть ON — направление внешнего магнитного поля, OM — нормаль к электронной орбите AB , составляющая угол α с ON . Кроме того, введем азимут φ , отсчитанный в плоскости орбиты. Тогда, так как мы рассматриваем невозмущенное эллиптическое движение, то момент количества движения p удовлетворяет соотношению:

$$p = n_{\varphi} \hbar, \quad (1)$$

где n_{φ} — прежнее азимутальное квантовое число. С другой стороны, в сферических координатах должны выполняться квантовые условия:

$$\begin{aligned} \int p_r dr &= n_r \hbar, \\ \int p_{\vartheta} d\vartheta &= n_{\vartheta} \hbar, \\ \int p_{\varphi} d\varphi &= n_{\varphi} \hbar. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь p_{φ} — обобщенный импульс, соответствующий азимуту φ , отсчитанному в экваториальной плоскости; очевидно, p_{φ} — проекция

момента количества движения p на направление внешнего магнитного поля ON :

$$p_{\psi} = p \cos \alpha. \quad (3)$$

Так как момент количества движения p постоянен во время движения, то постоянна и его проекция p_{ψ} на направление внешнего магнитного поля, откуда последнее из квантовых условий (2) дает:

$$p_{\psi} = n_{\psi} \left(\frac{h}{2\pi} \right) = n_{\psi} \hbar. \quad (4)$$

Сравнивая равенства (1), (3) и (4), находим

$$n_{\psi} = n_{\varphi} \cos \alpha.$$

Обозначим квантовое число n_{ψ} , как это принято, буквой m , тогда получим

$$\cos \alpha = \frac{m}{n_{\varphi}}, \quad (5)$$

$$p_{\psi} = \frac{m}{n_{\varphi}} p. \quad (5a)$$

Так как $|\cos \alpha| \leq 1$, то целое число m может принимать при данном n_{φ} следующие значения:

$$m = n_{\varphi}, n_{\varphi} - 1, \dots, 0, \dots, -n_{\varphi}. \quad (6)$$

Таким образом, $\cos \alpha$ при данном n_{φ} принимает $2n_{\varphi} + 1$ различных значений, соответственно $2n_{\varphi} + 1$ различным значениям m , а вместе с тем и момент количества движения p располагаются только $2n_{\varphi} + 1$ различными способами по отношению к внешнему преимущественному направлению. В квантовой механике показывается, что этот вывод, полученный нами для исчезающе слабого внешнего поля, справедлив и в общем случае поля любой напряженности.

Вектор момента количества движения p располагается только под такими углами α к внешнему преимущественному направлению, при которых численное значение его проекции $|p_{\psi}|$ на это направление будет кратным \hbar , т. е.

$$p_{\psi} = m\hbar, \quad (4a)$$

где возможные значения m определяются равенством (6).

Рис. 334 относится к случаям $p = 1\hbar, 2\hbar$ и $3\hbar$. По сказанному, p может располагаться по отношению к направлению внешнего магнитного поля в первом случае тремя, во втором — пятью и в третьем — семью различными способами. Его проекции на направление внешнего поля принимают соответственно значения $0, \pm \hbar; 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar$ и $0, \pm \hbar, \pm 2\hbar, \pm 3\hbar$.

По классической электродинамике движущийся электрон, будучи подобен току, возбуждает в окружающем пространстве магнитное поле, равное полю магнита с моментом (т. II, § 201)

$$\mu = \frac{1}{c} \frac{e}{\tau} A,$$

где A — площадь, охватываемая орбитой электрона, а τ — период обращения.

Для эллипса

$$A = \int_0^{2\pi} \frac{r^2}{2} d\varphi = \int_0^1 \frac{p}{2m} dt = \frac{\tau}{2m} p,$$

откуда

$$\mu = \frac{e}{2mc} p; \quad (7)$$

так как магнитный момент μ направлен вдоль той же прямой, что и механический момент количества движения p , то равенство (7) можно написать в векторном виде:

$$\mu = \frac{1}{2c} \left(\frac{e}{m} \right) \cdot p. \quad (7a)$$

Это соотношение между магнитным и механическим моментами электрона при его движении по эллиптической орбите является общим и сохраняется и для случая орбит, отличных от простых эллипсов.

Подставляя в (7) вместо p его значение

$$p = n_\varphi \hbar,$$

получим

$$\mu = n_\varphi \frac{\hbar}{2c} \frac{e}{m}. \quad (8)$$

Из равенства (8) следует, что магнитный момент электрона при его движении по стационарным орбитам является целым кратным от постоянной величины

$$\mu_0 = \frac{\hbar}{2c} \frac{e}{m}, \quad (9)$$

носящей название *магнетона Бора*. Подставляя вместо e , \hbar , c и m их численные значения, находим

$$\mu_0 = 0,918 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/гс}.$$

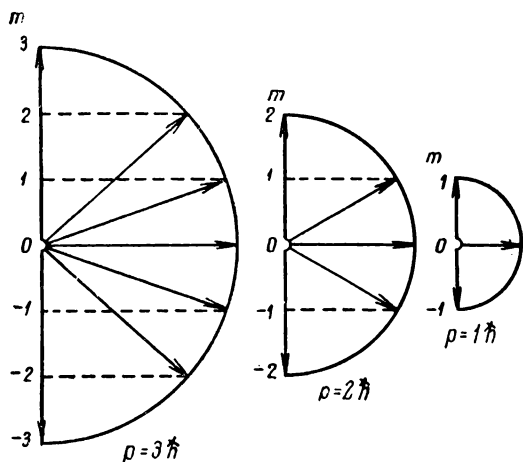


Рис. 334. Возможные ориентации момента p относительно преимущественного направления.

Так как магнитный момент орбитального движения электрона параллелен механическому моменту, то правила пространственного квантования распространяются и на него: во внешнем магнитном поле магнитный момент μ может располагаться лишь под определенными углами α к направлению внешнего поля, ряд значений которых удовлетворяет условию (5).

Наличие у атомов магнитных моментов и явление пространственного квантования были подтверждены опытами Штерна и Герлаха по отклонению атомного пучка во внешнем неоднородном магнитном поле (т. II, § 201). Атомный пучок, проходя через неоднородное магнитное поле, отклоняется на величину, зависящую от величины магнитного момента атомов μ и от угла α , который μ составляет с направлением напряженности H . Если угол α может принимать несколько значений, то луч расщепляется на соответствующее число компонентов. Таким образом, по числу компонентов, на которые расщепляется пучок, можно определить возможные значения угла α ; по величине отклонения находится величина магнитного момента μ . Опыты Штерна и Герлаха подтвердили, что угол α принимает прерывный ряд значений в соответствии с требованиями теории. Также величина магнитного момента атомов оказалась порядка магнетона Бора μ_0 . Однако в ряде случаев получилось расхождение между теорией и опытом.

Для атома, характеризуемого данным значением азимутального квантового числа n_φ , по (6), возможны $2n_\varphi + 1$ различных ориентаций относительно внешнего магнитного поля и, следовательно, пучок таких атомов должен расщепиться на $2n_\varphi + 1$ компонентов. Так как n_φ есть целое число, то при любом значении n_φ пучок должен расщепиться на *нечетное* число компонентов, и среди компонентов всегда должен присутствовать компонент, соответствующий неотклоненным атомам ($m = 0$). В действительности в ряде случаев пучок расщеплялся на четное число компонентов, причем отсутствовал средний неотклоненный компонент. Например, пучок атома серебра расщеплялся на два пучка; расстояние между ними соответствовало значению магнитного момента атомов серебра μ , равному одному магнетону Бора μ_0 . В других случаях магнитные моменты атомов оказались равными величинам, кратным или дробным от магнетона Бора μ_0 . Такой результат опытов не может быть объяснен на основании предположения, что магнитный момент атома определяется лишь орбитальным движением его электронов. Как мы увидим (§ 348), приходится, кроме того, допустить, что каждый электрон обладает собственным магнитным моментом.

§ 346. Влияние на спектр внешних магнитных и электрических полей. Наличие у атомов магнитных моментов и явление пространственного квантования подтверждаются влиянием на спектр

внешнего магнитного поля. Внешнее магнитное поле возмущает электронные орбиты в атоме, в результате чего каждое стационарное состояние с энергией W приобретает добавочную энергию ΔW . Эта добавочная энергия, как мы увидим ниже, ведет к расщеплению спектральных линий на несколько компонентов.

По сказанному в § 345, атом, характеризуемый квантовым числом n_φ , обладает магнитным моментом

$$\mu = n_\varphi \mu_0, \quad (1)$$

где $\mu_0 = \frac{\hbar}{2c} \frac{e}{m}$ — магнетон Бора. При наличии внешнего магнитного поля напряженности H вектор магнитного момента атома μ расположится по отношению к H под углом α , удовлетворяющим следующему условию:

$$\cos \alpha = \frac{m}{n_\varphi}, \quad \text{где } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_\varphi. \quad (2)$$

Квантовое число m обычно называется *магнитным квантовым числом*.

Система с магнитным моментом μ обладает во внешнем магнитном поле H энергией, равной (т. II, § 201)

$$\Delta W = -\mu H \cos \alpha. \quad (3)$$

Подставляя сюда вместо μ и $\cos \alpha$ их значения по (1) и (2) и подразумевая, как это обычно делается, под μ_0 *численное* значение магнетона Бора, получим

$$\Delta W = -m \mu_0 H. \quad (3a)$$

Так как m может принимать при данном n_φ значения $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_\varphi$, то из формулы (3a) следует, что каждый первоначально простой уровень расщепляется в магнитном поле на $2n_\varphi + 1$ подуровней, отстоящих друг от друга на одинаковую величину $\Delta W_0 = \mu_0 H$. Эти различные подуровни отвечают различным возможным ориентациям электронной орбиты по отношению к внешнему магнитному полю. Благодаря расщеплению уровней и каждая спектральная линия расщепится на несколько тесно расположенных компонентов. Действительно, пусть некоторая линия с первоначальной частотой ν_0 возникает в результате перехода атома из состояния с энергией W_2 в состояние с энергией W_1 , тогда

$$\nu_0 = \frac{W_2}{h} - \frac{W_1}{h}. \quad (4)$$

При наличии внешнего магнитного поля каждая из энергий W приобретает добавочное значение ΔW , выражаемое формулой (3a).

В результате вместо частоты ν_0 будет испускаться частота $\nu_0 + \Delta\nu$, определяемая равенством:

$$\nu_0 + \Delta\nu = \frac{W_2 + \Delta W_2}{h} - \frac{W_1 + \Delta W_1}{h}.$$

Сравнивая эту формулу с (4), найдем

$$\Delta\nu = \frac{\Delta W_2}{h} - \frac{\Delta W_1}{h}$$

или, подставляя вместо ΔW_1 и ΔW_2 их значения по (3а):

$$\Delta\nu = (m_2 - m_1) \frac{\mu_0}{h} H.$$

Замечая, что $\frac{\mu_0}{h} = \frac{1}{4\pi c} \frac{e}{m}$, перепишем последнюю формулу в виде:

$$\Delta\nu = \Delta m \frac{1}{4\pi c} \frac{e}{m} H, \quad (5)$$

где через Δm обозначена разность магнитных квантовых чисел $m_2 - m_1$, а через e — численное значение заряда электрона. Каждое из магнитных квантовых чисел m_1 и m_2 может соответственно принимать значения $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_{\varphi 1}$ и $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_{\varphi 2}$, где $n_{\varphi 1}$ и $n_{\varphi 2}$ — азимутальные квантовые числа, характеризующие оба невозмущенных стационарных состояния атома. Поэтому Δm может принимать ряд различных значений. В квантовой механике доказывается, что из всех формально возможных значений разности Δm осуществляются лишь немногие: переходы между подуровнями подчиняются правилу отбора, в силу которого m может меняться только на ± 1 или оставаться неизменным:

$$\Delta m = 0, \pm 1. \quad (6)$$

Правило отбора (6) ведет к тому, что при помещении источника света в магнитное поле *спектральные линии расщепляются на три компонента*, средний из которых ($\Delta m = 0$) остается несмещенным, а крайние ($\Delta m = \pm 1$) смещаются по формуле (5) на величину

$$\Delta\nu = \pm \frac{1}{4\pi c} \frac{e}{m} H, \quad (5a)$$

или, в шкале длин волн, на величину

$$\Delta\lambda = \pm \frac{1}{4\pi c^2} \frac{e}{m} \lambda^2 H. \quad (5b)$$

Смещение линий пропорционально напряженности магнитного поля H . Множитель

$$\frac{1}{4\pi c^2} \frac{e}{m} = 4,674 \cdot 10^{-5} \text{ см}^{-1} \cdot \text{гс}^{-1},$$

откуда следует, что расщепление спектральных линий в практически достижимых магнитных полях незначительно. Для линии с длиной волны $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, в магнитном поле $H = 20\,000 \text{ гс}$, расщепление равно приблизительно $\pm 0,23 \text{ \AA}$.

Компоненты, на которые расщепляется в магнитном поле спектральная линия, поляризованы. Теория показывает и опыт под-

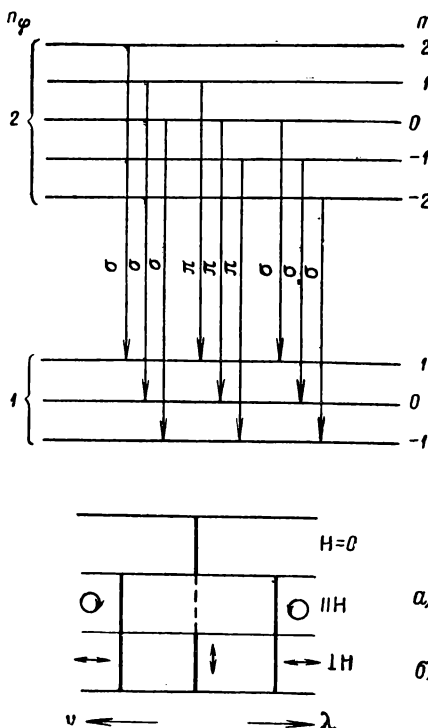


Рис. 335. Расщепление спектральной линии в магнитном поле.

тверждает, что при $\Delta m = 0$ испускается линия, поляризованная прямолинейно, с колебаниями электрического вектора вдоль направления поля (так называемый π -компонент). При $\Delta m = \pm 1$ испускаются линии, поляризованные по кругу, с колебаниями электрического вектора в плоскости, перпендикулярной к H (σ -компоненты). Если свет от источника распространяется в направлении линий магнитной напряженности H , то по часовой стрелке поляризован компонент с частотой $\nu + \Delta\nu$ ($\Delta m = +1$), а против часовой стрелки — компонент с частотой $\nu - \Delta\nu$ ($\Delta m = -1$).¹ Средний несмещенный компонент при наблюдении вдоль поля, благодаря поперечности световых волн, пропадает. На рис. 335, относящемся к частному случаю

$n_{\varphi_1} = 1$ и $n_{\varphi_2} = 2$, в верхней части указано возникновение π - и σ -компонентов; каждый компонент возникает при трех различных переходах. В нижней части рисунка представлена спектральная линия

вне поля ($H = 0$) и вид ее расщепления при наблюдении вдоль поля (а) и поперек поля (б).

¹ При условии, что колебания рассматриваются в направлении линий магнитного поля. Другими словами, в компоненте $\nu + \Delta\nu$ круговые колебания электрического вектора происходят в направлении вращения головки буравчика, если его поступательное движение совпадает с направлением вектора H .

Схема наблюдения явления Зеемана показана на рис. 336, где J — источник света, помещенный между полюсами электромагнита, и S_p — щель спектрографа; последний должен быть взят достаточно большой разрешающей силы, чтобы компоненты могли наблюдаться раздельно. При наблюдении в направлении, перпендикулярном к линиям напряженности магнитного поля H (как показано на рис. 336), круговые колебания проектируются в виде прямолинейных, так что спектральная линия расщепляется на три компонента, поляризованных прямолинейно: средний, с колебаниями электрического вектора вдоль поля H , и крайние, с колебаниями, перпендикулярными к H (рис. 335б). При наблюдении излучения, распространяющегося вдоль линий напряженности магнитного поля H (в направлении Ja на рис. 336; для наблюдения сердечник электромагнита просверливается), средний компонент, как сказано, пропадает, оставшиеся два поляризованы по кругу: смещенный в фиолетовую сторону спектра — по часовой стрелке и смещенный в красную — против часовой стрелки.

Для случая водорода и сходных с ним ионов, если не обращать внимания на тонкую структуру их линий (§ 349), опыт дает согласие с теорией. Линии действительно расщепляются на три компонента, поляризованных указанным выше образом; расстояние между линиями соответствует магнитному моменту атома, определяемому формулой (1).

Для других же элементов лишь в очень немногих случаях спектральные линии расщепляются на три компонента, находящихся на расстоянии, соответствующем (5а). По большей части линии расщепляются на большее число компонентов и находятся на других расстояниях друг от друга. Такое расщепление носит название сложного (или „аномального“) явления Зеемана. Причина этого явления будет рассмотрена ниже (§ 349).

Расщепление спектральных линий под влиянием внешнего электрического поля было открыто в 1913 г. Штарком и носит название явления Штарка. Наблюдение явления Штарка представляет существенные экспериментальные трудности, так как светящийся пар или газ обладает достаточно большой электропроводностью, в результате чего в нем трудно получить электрическое поле большой напряженности E . Чтобы избежать этой трудности, наблюдение по большей части производится над свечением направленного пучка светящихся атомов („каналовых лучей“). Для этого в катоде K (рис. 337)

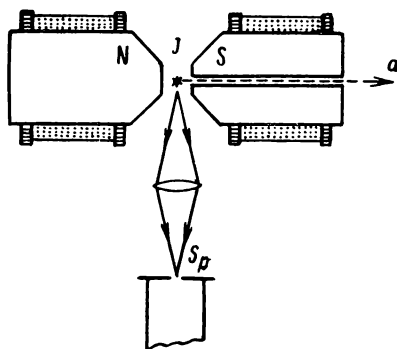


Рис. 336. Схема наблюдения явления Зеемана.

просверливается ряд узких каналов a . Положительные ионы, образующиеся в пространстве между катодом K и анодом A , ускоряются по направлению к катоду и частично пролетают через отверстия a . Из части трубки, расположенной за катодом, газ непрерывно откачивается насосом, благодаря чему длина свободного пути частиц, пролетевших через каналы a , достаточно велика, и они движутся прямолинейно, образуя „канальный луч“. Возбужденные атомы, попавшие в этот луч, переходя в нормальное состояние, испускают свет.

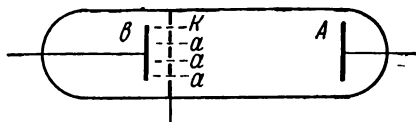


Рис. 337. Схема наблюдения явления Штарка.

На пути луча с помощью пластины b создается электрическое поле. Напряженность поля удается довести до 100 000 в/см.

До появления квантовой теории явление Штарка оставалось необъясненным. Классическая электронная теория приводит к

выводу, что спектральные линии не должны испытывать во внешнем электрическом поле расщепления, а должны лишь давать очень слабое смещение, пропорциональное квадрату напряженности электрического поля E^2 .

С точки зрения теории Бора, орбита электрона испытывает под влиянием внешнего электрического поля возмущение. Это возмущение носит такой характер, что в первом приближении большая полуось эллиптической орбиты остается неизменной и лишь центр тяжести орбиты производит в плоскости, перпендикулярной к направлению поля, гармоническое эллиптическое колебание. В результате для водорода и сходных с ним ионов получается расщепление линий, причем отдельные компоненты сдвинуты относительно первоначального положения линии на величину

$$\Delta\nu = \frac{3\hbar}{4\pi Zem} E (n_1 k_1 - n_2 k_2), \quad (7)$$

где n_1 и n_2 — главные квантовые числа обоих уровней, при переходе между которыми возникла первоначальная линия. Величины k_1 и k_2 принимают значения положительных и отрицательных целых чисел, удовлетворяющие условию: $|k| < n$. Компоненты, как и в случае явления Зеемана, поляризованы. Расщепление пропорционально первой степени напряженности поля E .

Из формулы (7) видно, что расщепление зависит от значения главных квантовых чисел n_1 и n_2 : чем больше значение главных квантовых чисел n , тем на большее число компонентов расщепляется линия и тем шире расставлены компоненты. В этом явление Штарка существенно отличается от явления Зеемана, при котором расщепление не зависит от значений главного квантового числа. Формула (7) весьма хорошо оправдывается на линиях водорода и ионизованного гелия.

Квадратичное явление Штарка ($\sim E^2$), сводящееся к сдвигу линий, наблюдается на линиях некоторых элементов; оно много меньше расщепления, определяемого формулой (7). Например, желтые линии натрия вовсе не обнаруживают расщепления на отдельные компоненты, но дают слабое смещение, пропорциональное E^2 .

Магнитное расщепление энергетических уровней может наблюдаться не только на свободных атомах, но и на атомах или ионах, входящих в состав твердого тела. Вскоре после открытия явления Зеемана Беккерель наблюдал, что очень узкие полосы, возникающие при поглощении света в кристаллах редких земель, расщепляются на несколько компонентов, если кристалл поместить во внешнее магнитное поле.

В 1936 г. Гортер и Крониг обратили внимание на то, что переходам между компонентами зеемановского расщепления в полях порядка 10^4 гс соответствуют частоты, попадающие в область коротких радиочастот. В самом деле, если взять два соседних подуровня нормального зеемановского расщепления [формула (5)], то при переходе между ними при напряженности магнитного поля $H = 10^4$ гс будут излучаться волны с частотой:

$$\nu = 4,674 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 \text{ см}^{-1} = 14\,000 \text{ мггц},$$

чему соответствует длина волны $\lambda = 2,1 \text{ см}$, т. е. относящаяся к области сантиметровых электромагнитных волн. При меньшей напряженности магнитного поля H длина волны будет больше, однако теория показывает, что при этом вероятность перехода между подуровнями будет очень мала. Таким образом, при помещении кристалла в магнитное поле напряженности порядка 10^4 гаусс, он должен поглощать короткие радиоволны, соответствующие переходам между энергетическими подуровнями, возникшими за счет зеемановского расщепления уровней. Это явление было экспериментально наблюденно Е. К. Завойским в 1945 г. Оно получило название *парамагнитного резонанса*, так как оно носит характер резонансного поглощения электромагнитных волн определенных частот и наблюдается на тех веществах, в состав которых входят частицы с парамагнитными свойствами. Такими частицами могут быть ионы Mn^{++} , F^{++} , Co^{++} , редких земель и ряда других элементов, электроны в зоне проводимости, «дырки», а также атомы примесей в полупроводниках. По ширине линии поглощения можно судить о возмущающих полях, существующих в кристалле. В настоящее время метод парамагнитного резонанса широко применяется для изучения свойств твердых тел.

347. Спектры щелочных металлов. Сходство отдельных серий спектров щелочных металлов с водородной серией Бальмера заставляет предположить, что спектры щелочных металлов испускаются при переходе самого внешнего так называемого *валентного* электрона с орбиты на орбиту. Внешний электрон движется в поле ядра и остальных электронов или, как принято говорить, в поле *атомного* остова. На больших расстояниях поле атомного остова в достаточной мере походит на поле точечного заряда. Отсюда, как впервые указал Д. С. Рождественский, следует, что далекие орбиты в щелочных атомах должны походить на водородные; этот вывод действительно подтверждается тем эмпирическим фактом, что «далекие» термы щелочных металлов почти точно совпадают с аналогичными термами водорода.

Чем ближе подходит электронная орбита к атомному остову, тем более она искажена по сравнению с водородной. Но если поле атомного остова обладает шаровой симметрией, то орбиты остаются плоскими и должны по-прежнему удовлетворять двум квантовым условиям:

$$\oint p_{\varphi} d\varphi = n_{\varphi} h, \quad \oint p_r dr = n_r h.$$

Д. С. Рождественский, сравнивая термы щелочных металлов с термами водорода, установил, что *число орбит у щелочных металлов равно числу возможных орбит у водорода*. Но у щелочных металлов орбиты с одним и тем же главным квантовым числом n , но различными азимутальными квантовыми числами n_{φ} , т. е. имеющие различную геометрическую форму, в различной степени возмущены и, следовательно, соответствующие им энергии заметно отличаются друг от друга, в то время как у водорода (§ 344) всем орбитам с одинаковым n соответствует одинаковая энергия. Если энергия водородного атома, соответствующая различным стационарным движениям электрона, выражается формулой

$$W = -\frac{Rhc}{n^2},$$

где главное квантовое число $n = n_r + n_{\varphi}$, то энергия атома щелочного металла выражается формулой Ридберга:

$$W = -\frac{Rhc}{(n + \alpha)^2} = -\frac{Rhc}{n^{*2}}, \quad (1)$$

где α — отрицательная поправка, зависящая от азимутального квантового числа n_{φ} ; величина $n^* = n + \alpha$ называется *эффективным квантовым числом*; она может быть непосредственно найдена по численному значению энергии, которая, в свою очередь, определяется по численному значению терма.

Поправка α тем больше по абсолютному значению, чем ближе к атомному остову подходит электронная орбита. Для сильно возмущенных орбит поправка α может быть по численному значению больше единицы и истинное квантовое число n может значительно отличаться от эффективного квантового числа n^* .

Из эмпирически установленной схемы термов щелочных металлов (§ 341) видно, что существуют по несколько термов, характеризующихся одним и тем же целым числом, например термы 4S, 4P, 4D, 4F. На основании сказанного выше ясно, что эти термы отвечают электронным состояниям с одним и тем же главным квантовым числом, но с различными азимутальными квантовыми числами n_{φ} . Будем обозначать состояния электронов в атоме, соответствующие термам nS , nP , nD , nF , теми же символами, но с малыми латинскими буквами ns ,

np , nd , nf . Д. С. Рождественский показал путем сравнения термов щелочных металлов с термами водорода, что состояниям ns соответствуют $n_\varphi = 1$, состояниям np соответствуют $n_\varphi = 2$ и т. д. Отсюда мы получаем схему возможных состояний, а вместе с тем и возможных термов в щелочном металле (табл. XXI).

Таблица XXI

$n \backslash n_\varphi$	1	2	3	4
1	1s	—	—	—
2	2s	2p	—	—
3	3s	3p	3d	—
4	4s	4p	4d	4f

Эта схема получает веское подтверждение благодаря тому, что по квантовой механике возможны только такие переходы между состояниями атома, при которых квантовое число n_φ меняется на ± 1 :

$$\Delta n_\varphi = \pm 1. \quad (2)$$

Правило отбора (2) непосредственно объясняет тот эмпирический факт, что термы nS комбинируют лишь с термами nP , термы nP — лишь с термами nS и nD и т. д. Этим комбинациям соответствуют изменения азимутального квантового числа на ± 1 . Все прочие комбинации „запрещены“, так как им соответствуют изменения n_φ на величину, большую единицы, либо неизменность n_φ .

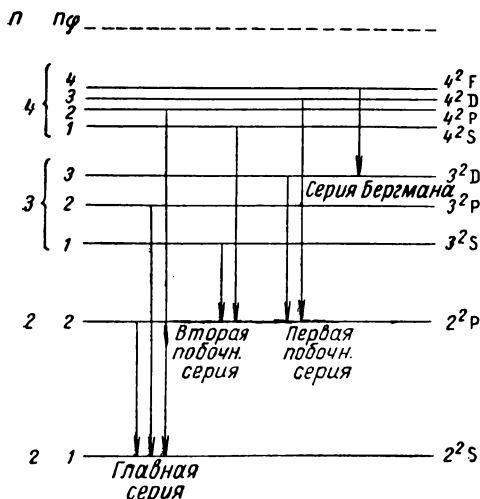


Рис. 338. Схема уровней лития.

наименее отличается от значения $n = 4$ для терма $4F$ и наиболее — для терма $4S$.

Сказанное позволяет нам уточнить схему уровней щелочных металлов и сопоставить им различные стационарные состояния атома. Каждому главному квантовому числу n соответствуют n различных

уровней со значениями азимутального квантового числа $n_\varphi = 1, 2, \dots, n$. Переходы возможны только между теми уровнями, для которых $\Delta n_\varphi = \pm 1$. В § 341 мы указывали, что для всех щелочных металлов эффективные квантовые числа $n^* = n - \alpha$ имеют для наиболее глубоких термов S численное значение, лежащее между 1 и 2. Теперь мы показали, что истинные главные квантовые числа для сильно возмущенных орбит могут значительно превышать n^* и, следовательно, не совпадать с их целой частью. В дальнейшем мы увидим, что для наиболее глубокого S-терма лития $n = 2$, для наиболее глубокого S-терма натрия $n = 3$ и т. д. На рис. 338 дана схема уровней лития, около каждого из которых приведены значения соответствующих им главных (n) и азимутальных (n_φ) квантовых чисел. Стрелки объясняют возникновение отдельных серий в соответствии с эмпирическим материалом, приведенным в § 341. Различие с рис. 326 обусловлено тем, что там около термов (1S, 2P и т. д.) цифры означают целую часть эффективного квантового числа n^* , в то время как здесь под n подразумеваются истинные значения главных квантовых чисел.

§ 348. Затруднения теории Бора; гипотеза об электронном спине. Материал, приведенный в предыдущих параграфах, с несомненностью указывает на чрезвычайную плодотворность изложенных выше идей Бора. Понятие о стационарных состояниях и правило частот принадлежат к основным представлениям современной атомной физики. Тем не менее дальнейшее развитие теории Бора, как мы уже указывали, встречает существенные трудности, которые отчасти носят принципиальный характер. Из этих принципиальных логических затруднений мы укажем прежде всего на следующее: правила квантования (1) § 344 не однозначны, даваемый ими результат зависит от выбора обобщенных координат; энергия стационарных состояний получается одна и та же, независимо от того, какие выбраны обобщенные координаты, но форма стационарных орбит — различная. Кроме того, теория Бора недостаточна: она позволяет определить лишь энергии стационарных состояний и частоты испускаемых линий, ничего не говоря об их интенсивности, поляризации и когерентности.

За пределами теории Бора остается также и явление дисперсии, связанное с поглощением света. Наконец, серьезные затруднения теория Бора испытывает при попытках объяснить дублетный характер спектров щелочных металлов и более сложный, так называемый мультиплетный характер спектров остальных элементов.

Мы видели, что если считать поле атомного остатка щелочных металлов обладающим шаровой симметрией, то число стационарных орбит валентного электрона будет то же, что и у водорода, чего недостаточно, чтобы объяснить дублетный характер линий. Формально дублетность может быть объяснена, если предположить, что все термы, кроме термов S, двойные, и что переходы между ними регулируются

некоторым добавочным правилом отбора. У прочих элементов, у которых линии представляют собой еще более сложные группы, приходится считать уровни тройными, четверными и т. д. Была сделана попытка объяснить это сложное строение спектров гипотезой, что атомные остатки не обладают шаровой симметрией. Тогда для всякой орбиты квантовые условия (1) § 344 должны быть распространены не только на радиус-вектор \mathbf{r} и азимут φ , но и на третью координату, например на широту ϑ , совершенно аналогично тому, как это мы делали в случае наличия внешнего возмущающего поля. Это третье пространственное квантование приводит к результату, что плоскость орбиты внешнего электрона может располагаться лишь под определенным прерывным рядом углов к направлению момента атомного остатка. При несимметрии поля атомного остатка орбиты, пространственно различно ориентированные, искажаются в различной степени и, следовательно, им соответствуют различные значения энергии. Однако симметричный характер атомных остатков в щелочных металлах подтверждается рядом веских соображений: щелочной металл, лишенный одного электрона, подобен инертному газу — это следует хотя бы из полного сходства спектров ионов щелочных металлов со спектрами соответственных инертных газов. Физико-химические же свойства инертных газов с несомненностью указывают на исключительную симметрию их электронной оболочки, не имеющей ни электрического, ни магнитного момента, отличного от нуля.

Неменьшие затруднения встречаются при попытках объяснить экспериментальные данные о магнитных моментах атомов. Как мы указывали в § 345, магнитные моменты многих атомов не являются целыми кратными от магнетона Бора. Однако простое обобщение теории Бора на атомы с несколькими электронами требует, чтобы их магнитные моменты были для всех атомов целыми кратными от магнетона Бора.

Трудности, связанные с магнитными аномалиями атомов, удалось в некоторой мере устранить на основании гипотезы о наличии у электронов собственных механического и магнитного моментов. По этой гипотезе каждый электрон, наряду с зарядом e и массой m , обладает постоянным механическим моментом количества движения \mathbf{p}_s , численно равным $\frac{1}{2} \hbar$, и постоянным магнитным моментом $\boldsymbol{\mu}$, численно равным одному магнетону Бора μ_0 . Механический момент электрона \mathbf{p}_s получил название *спина*.

Наглядно наличие у электрона механического момента количества движения и связанного с ним магнитного момента можно пытаться объяснить постоянным вращением электрона вокруг собственной оси. Отсюда — наименование для момента электрона „спин“ от английского слова *spin*, что значит вращательное движение, верчение.

При орбитальном движении электрона между численными значениями его механического и магнитного моментов \mathbf{p} и $\boldsymbol{\mu}$ имеет место

простое соотношение:

$$\frac{\mu}{p} = \frac{1}{2c} \frac{e}{m}.$$

Для собственных механического и магнитного моментов электрона это отношение *вдвое больше*:

$$\frac{\mu_0}{p_s} = \frac{1}{c} \frac{e}{m}.$$

С электродинамической точки зрения гипотеза о вращающемся электроне содержит противоречие: для того чтобы объяснить численные значения моментов p_s и μ_0 , приходится допускать столь большую угловую скорость вращения электронов, что линейная скорость точек на его экваторе становится больше скорости света, что противоречит принципу относительности.

Гипотеза об электронном спине позволяет объяснить дублетный характер спектров щелочных металлов. Формально дублетный характер линий щелочных металлов может быть объяснен, если предположить, что все термы этих элементов двойные за исключением S-термов. Такое расщепление термов вытекает из гипотезы о наличии у электрона спинового момента. Как мы видели (§ 347), в атомах щелочных металлов, благодаря возмущению орбиты валентного электрона в поле атомного остатка, каждой паре квантовых чисел n , n_φ соответствует определенный энергетический уровень. По теории Бора этой паре квантовых чисел n , n_φ соответствует орбита валентного электрона определенных размеров и формы. Двигаясь по этой орбите, электрон обладает орбитальными механическим и магнитным моментами, т. е. возбуждает магнитное поле (магнитный момент атомного остатка в силу его высокой симметрии равен нулю). Принимая гипотезу о собственном моменте электрона, необходимо учесть возможные ориентации электронного момента \mathbf{p}_s относительно орбитального момента \mathbf{p} . Так как электрон, наряду с механическим моментом \mathbf{p}_s , обладает связанным с ним собственным магнитным моментом $\boldsymbol{\mu}_0$, то при его движении возникает добавочная энергия $\Delta W'$, зависящая от относительной ориентации моментов \mathbf{p}_s и \mathbf{p} . Собственный момент электрона \mathbf{p}_s может ориентироваться относительно орбитального момента \mathbf{p} *только двумя способами*. Этим двум возможным ориентациям соответствуют два значения добавочной энергии $\Delta W'$ и, следовательно, расщепление каждого терма на два.

Гипотеза о наличии собственного магнитного момента у электрона объясняет и так называемую тонкую структуру линий водорода и сходных с ним ионов. Эта структура аналогична дублетной структуре линий щелочных металлов, но только значительно уже.

Гипотеза о собственном магнитном моменте электрона объясняет аномалии в значениях магнитных моментов атомов и расщепление спектральных линий в магнитном поле более чем на три компонента.

Полный магнитный момент атома μ представляет собою векторную сумму орбитального магнитного момента μ_l и собственного магнитного момента электрона μ_0 . Учитывая возможные ориентации магнитных моментов μ_l и μ_0 , можно подсчитать значения полного момента $\mu = \mu_l + \mu_0$, которые хорошо согласуются с опытными данными. Полный момент $\mu = \mu_l + \mu_0$, в зависимости от углов между μ_l и μ_0 , может принимать значения, отличные от магнетона Бора μ_0 или целых кратных от него. Во внешнем магнитном поле H полный магнитный момент атома μ будет ориентироваться несколькими способами (см. § 349), что объясняет сложное („аномальное“) явление Зеемана.

§ 349. Векторная модель атома. Приведенное в предыдущем параграфе объяснение дублетного характера спектров щелочных металлов имеет следующий недостаток: из него получается, что все термы должны быть двойными, в то время как у щелочных металлов термы S остаются простыми. Таким образом, для соответствия с опытными данными необходимо допустить, что двойными являются лишь термы P, D, F и т. д., в то время как термы S остаются простыми. Это обстоятельство может быть объяснено, если допустить, что среди стационарных состояний внешнего электрона осуществляются и такие, для которых орбитальный момент количества движения $p = 0$, и что именно эти состояния соответствуют S-термам.

В § 344 мы предположили, что состояния, для которых $p = 0$, не осуществляются, так как им соответствует движение электрона по прямой, проходящей через ядро. Однако мы уже указывали, что наглядное представление о движении электрона внутри атома по определенным орбитам является лишь приближенным, в результате чего отпадают и соображения, заставлявшие исключить из числа стационарных состояний состояние с $p = 0$.

В дальнейшем мы увидим (§ 366), что и абсолютные значения моментов p отличаются от величин, целых кратных от \hbar , а именно, орбитальные моменты электрона (которые мы теперь будем обозначать через p_l) принимают значения:

$$p_l = \sqrt{l(l+1)} \hbar, \quad \text{где } l = 0, 1, 2, \dots, (n-1). \quad (1)$$

Это новое квантовое число l заменяет прежнее азимутальное квантовое число n_ϕ . При данном главном квантовом числе n оно, так же как и n_ϕ , принимает n различных значений, но начиная с нуля, а не с единицы, как это имело место для n_ϕ .

Для соответствия с опытными данными необходимо несколько изменить и первоначальное предположение о собственном моменте электрона p_s . А именно, следует положить, что p_s имеет следующее значение:

$$p_s = \sqrt{s(s+1)} \hbar. \quad (2)$$

где величина s имеет одно возможное значение: $s = 1/2$, в то время, как значение $\frac{1}{2} \hbar$ принимает величина проекции $|p_{sz}|$ момента электрона на преимущественное направление. Так как эта проекция может быть направлена двумя способами: вдоль и против преимущественного направления, то p_{sz} принимает два следующих значения:

$$p_{sz} = m_s \hbar, \quad \text{где} \quad m_s = \pm 1/2. \quad (3)$$

Окончательно мы получаем: состояние движения электрона в атоме может быть охарактеризовано следующими тремя квантовыми числами:

1) главным квантовым числом n , принимающим значения 1, 2, 3, 4, ...;

2) побочным квантовым числом l , принимающим, при данном n , значения 0, 1, 2, ..., $(n - 1)$;

3) квантовым числом m_s , принимающим значения $\pm 1/2$.

По теории Бора, главное квантовое число n определяет размеры орбиты и в первом приближении — ее энергию, равную

$$W = -\frac{Rhc}{n^2}.$$

Побочное квантовое число l определяет орбитальный момент p_l и тем самым форму орбиты и степень ее возмущения в поле атомного остатка. Квантовое число m_s определяет ориентацию собственного момента электрона p_s относительно орбитального момента p_l .

Для s -состояний электрона $l = 0$ и, следовательно, равен нулю орбитальный момент p_l . Благодаря этому пропадает возможность различной ориентации собственного момента электрона p_s и связанная с этими различными ориентациями добавочная энергия $\Delta W' = 0$. Таким образом объясняется, почему термы S остаются простыми, в то время как все другие термы расщепляются на два.

Вместо указанной тройки квантовых чисел n , l , m_s , характеризующих состояние движения электрона в атоме, можно ввести другую тройку n , l , j , рассматривая полный момент количества движения электрона p_j . Очевидно, этот полный момент p_j определится геометрической суммой орбитального момента p_l и собственного момента электрона p_s :

$$p_j = p_l + p_s. \quad (4)$$

При этом моменты p_l и p_s могут составлять между собою лишь такие углы, что полный момент p_j принимает следующие значения:

$$p_j = \sqrt{j(j+1)} \hbar, \quad \text{где} \quad j = |l + m_s|. \quad (5)$$

Так как $m_s = \pm 1/2$, то, следовательно, при любом $l \neq 0$ квантовое число j принимает два значения: $j = l \pm 1/2$; при $l = 0$ квантовое

число j принимает одно значение $j = 1/2$. Два возможных взаимных расположения векторов p_l , p_s и p_j при $l \neq 0$ представлены на рис. 339 а и б.

Поскольку возможные значения p_j находятся с помощью векторного сложения, то рассматриваемая модель атома носит название *векторной модели*. Во внешнем магнитном поле магнитный момент атома μ ориентируется $2j + 1$ способами, что соответствует как наблюдениям над расщеплением атомных пучков во внешнем неоднородном магнитном поле, так и над явлением Зеемана.

Будем, как и раньше, обозначать состояния электрона в атоме символами $1s$, $2p$, $3d$ и т. д. Однако дополним эти символы так, чтобы они давали и значения полного момента p_j . Для этого около указанных сим-

волов будем выписывать соответствующее значение j в виде индекса. Тогда, например, символ $2p_{1/2}$ обозначит состояние электрона, характеризующееся значениями квантовых чисел: $n = 2$, $l = 1$, $j = 1/2$. Также символ $3d_{5/2}$ обозначит состояние электрона, характеризующее $n = 3$, $l = 2$, $j = 5/2$. Состояние атома в целом будем обозначать большими латинскими буквами S, P, D, у которых также в виде индекса выпишем значение j ; наконец,

Таблица XXII

n	l	j	Символ состояния валентного электрона	Символ состояния атома
1	0	$1/2$	$1s_{1/2}$	$2S_{1/2}$
2	1	$1/2$	$2s_{1/2}$	$2S_{1/2}$
		$1/2$	$2p_{1/2}$	$2P_{1/2}$
		$3/2$	$2p_{3/2}$	$2P_{3/2}$
3	0	$1/2$	$3s_{1/2}$	$2S_{1/2}$
		$1/2$	$3p_{1/2}$	$2P_{1/2}$
	1	$3/2$	$3p_{3/2}$	$2P_{3/2}$
	2	$3/2$	$3d_{3/2}$	$2D_{3/2}$
		$5/2$	$3d_{5/2}$	$2D_{5/2}$

Поэтому большие латинские буквы одновременно означают и состояние атома и терм.

В соответствии со сказанным в § 347, у щелочных металлов для валентного электрона главные квантовые числа n начинаются не со значения $n = 1$,

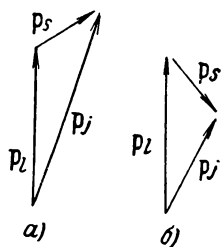


Рис. 339. Сложение орбитального и спинового моментов электрона.

чтобы указать на дублетный характер термов, поставим слева сверху от символа цифру 2. Таким образом, получим символы $2S_{1/2}$, $2P_{1/2}$, $2P_{3/2}$ и т. д. Для атомов щелочных металлов символы с большими латинскими буквами S, P, D и т. д. ничего нового не дают, так как состояния этих атомов полностью определяются состояниями их единственного валентного электрона. Но такая двойная символика весьма удобна для обозначения состояний атомов с двумя и большим числом внешних электронов.

Окончательно мы получаем схему возможных состояний атомов щелочных металлов, составленную для значений $n = 1, 2, 3$ (табл. XXII).

Каждому состоянию соответствует особое значение энергии атома и, следовательно, свой терм.

а с более высоких значений ($n = 2$ — для лития, $n = 3$ — для натрия и т. д.). На рис. 340 схематически представлены уровни атома натрия или сходных с ним ионов, для которых n начинается с $n = 3$. Стрелки указывают на возможные переходы между уровнями, ведущие к испусканию спектральных ли-

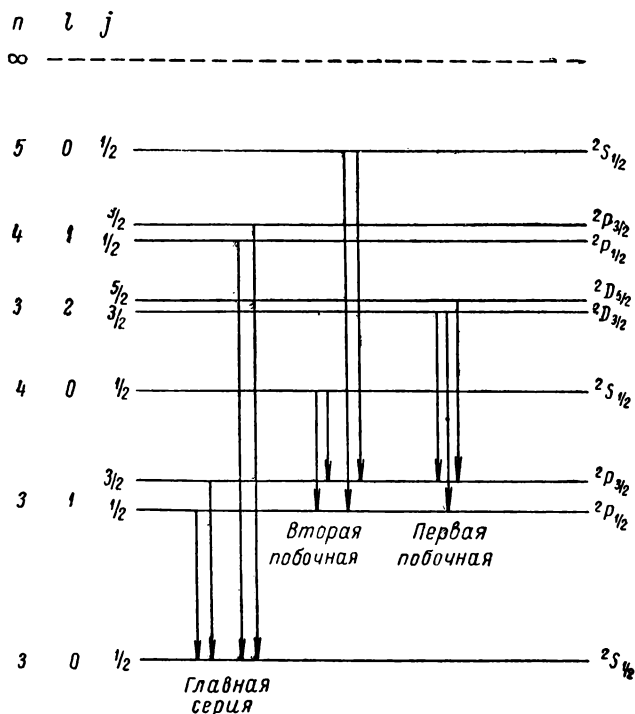


Рис. 340. Схема уровней натрия.

ний. Возможные переходы определяются правилами отбора: правилом отбора для квантового числа l , аналогичным правилу отбора для n (§ 347),

$$\Delta l = \pm 1, \quad (6)$$

и правилом отбора для квантового числа j

$$\Delta j = 0, \pm 1. \quad (7)$$

Как видно из рис. 340, линии главной серии

$$\left. \begin{aligned} \nu &= 3^2S_{1/2} - n^2P_{1/2}, \\ \nu &= 3^2S_{1/2} - n^2P_{3/2} \end{aligned} \right\} n = 3, 4, 5, \dots$$

являются двойными; их дублетность обусловливается двумя значениями термов n^2P_j .

Линии второй побочной серии также двойные.

Линии серий $3^2P_j - n^2D_j$ и $3^2D_j - n^2F_j$, как легко видеть, применив правило отбора (7), состоят из трех компонентов. Однако благодаря тому,

что дублетное расщепление термов убывает с возрастанием l , этот третий компонент располагается очень близко к одному из остальных двух и замечен только для тяжелых щелочных металлов.

Векторная модель может быть обобщена и на случай атомов и ионов с несколькими валентными электронами. В случае нескольких электронов их орбитальные и спиновые моменты \mathbf{p}_{li} и \mathbf{p}_{si} складываются в результирующие моменты. Полная энергия атома зависит не только от значений самих моментов, но и от их взаимной ориентации. Это обуславливает сложную схему строения уровней атомов, в которых вокруг атомного остатка движутся несколько электронов.

Рассмотрим случай двух валентных электронов. Под атомами и ионами с двумя валентными электронами будем подразумевать такие атомы и ионы, *все электроны которых, кроме двух, образуют замкнутые оболочки, для которых результирующие моменты равны нулю*. Состояние таких атомов и ионов определяется состоянием лишь их двух самых внешних, валентных, электронов. Представителями этой группы являются гелий и сходные с ним ионы (He I, Li II, Be III, ...), у которых вне ядра имеются всего два электрона, щелочноземельные элементы, Zn, Cd, Hg и сходные с ними ионы.

Ограничимся частным случаем, когда один из электронов все время остается в состоянии $1s$ (в общем случае n_1s), в то время как другой находится в любом возможном состоянии, с любым значением главного квантового числа n_2 . Тогда для первого электрона $l_1 = 0$; для второго l_2 принимает любые допустимые значения. Так как $l_1 = 0$, то атом в целом характеризуется квантовым числом L , совпадающим с l_2 , и полный орбитальный момент \mathbf{p}_L совпадает с \mathbf{p}_{l_2} . Результирующий же спиновый момент $\mathbf{p}_S = \mathbf{p}_{s1} + \mathbf{p}_{s2}$ может иметь два значения соответственно двум значениям квантового числа $S = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ и $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Рассмотрим в отдельности случаи $S = 0$ и $S = 1$. Первый из них характеризуется компенсацией спиновых моментов: суммарный спиновый момент атома $\mathbf{p}_S = 0$. Этому состоянию соответствуют *одиночные термы*, для которых значения квантового числа J совпадают с L (см. среднюю часть табл. XXIII). Во втором случае суммарный спиновый момент отличен от нуля и характеризуется значением квантового числа $S = 1$. Теперь численные значения полного момента \mathbf{p}_J определяются квантовым числом J , принимающим значения:

$$J = L + S, \quad L + S - 1, \dots, |L - S|.$$

Поэтому при $S = 1$ каждому L (кроме $L = 0$) соответствуют по три возможных значения J и, следовательно, возникновение *триплетных термов* (правая часть табл. XXIII).

Т а б л и ц а XXIII

1-й электрон	2-й электрон	L	$S = 0$ (одиночники)		$S = 1$ (триплеты)	
			J	символ	J	символ
1s	1s	0	0	1S_0	1	3S_1
1s	2p	1	1	1P_1	0 1 2	$^3P_0 \ ^3P_1 \ ^3P_2$
1s	3d	2	2	1D_2	1 2 3	$^3D_1 \ ^3D_2 \ ^3D_3$
1s	4f	3	3	1F_3	2 3 4	$^3F_2 \ ^3F_3 \ ^3F_4$

У символа каждого терма мы ставим два значка: слева сверху значок, указывающий его мультиплетность (одиночник, триплет), и справа снизу — значок, указывающий на значение квантового числа J . Для полной характеристики перед символом состояния атома будем выписывать символы электронов. Например, если дело идет о состоянии атома $3P_1$, при котором один электрон находится в состоянии $1s$, а другой — в состоянии $2p$, то мы запишем: $1s2p^3P_1$.

Таким образом, оказывается, что атом с двумя электронами обладает двумя различными наборами термов: набором одиночных термов и набором триплетных термов. И действительно, спектр гелия имеет два настолько различных набора серий, что прежде предполагалось, что гелий представляет собою смесь двух различных элементов, которым приписывались названия *парагелия* и *ортогелия*. Линии парагелия — одиночники; линии ортогелия первоначально считались дублетами, но приборы высокой разрешающей силы, которыми располагает современная спектроскопия, обнаружили, что они представляют собою весьма узкие триплеты.

Наблюдения показывают, что термы одиночников и триплетов значительно сдвинуты друг относительно друга. Уровни с $S = 1$ лежат глубже соответственных уровней с $S = 0$. Элементарная теория не может объяснить этого факта: энергия взаимодействия спинов обоих электронов должна быть одного порядка с энергией взаимодействия спина с моментом орбиты; последняя же вызывает лишь сравнительно узкую мультиплетную структуру. На самом деле явление обусловлено другой причиной, объясняемой в квантовой механике.

В разбираемом случае один электрон все время находится на орбите с $l_1 = 0$, так что стационарные состояния атома различаются друг от друга лишь различными состояниями движения второго электрона. Вместе с тем и *испускание линий происходит при переходе лишь второго электрона из одного состояния в другое*. При этом имеет место правило отбора:

$$\Delta L = \pm 1.$$

Наряду с этим, выполняются правила отбора для J и S , по которым

$$\Delta J = 0, \pm 1, \quad \Delta S = 0.$$

Эти три правила позволяют понять структуру триплетных серий. Так же как и в случае дублетов, термы S могут комбинировать лишь с термами P , термы P — лишь с термами S и D и т. д. Таким образом, и в случае триплетов обнаруживаются главная, побочные и т. д. серии. Главная серия состоит из «действительных» триплетов, т. е. из групп по три линии:

$$\nu = 1^3S_1 - n^3P_0, \quad \nu = 1^3S_1 - n^3P_1, \quad \nu = 1^3S_1 - n^3P_2.^1$$

Расстояния между составляющими триплетов убывают с n .

Линии второй побочной серии также составляют группы из трех линий:

$$\nu = 2^3P_0 - n^3S_1, \quad \nu = 2^3P_1 - n^3S_1, \quad \nu = 2^3P_2 - n^3S_1.$$

Ширина этих триплетов при прохождении вдоль серии остается неизменной. При $n \rightarrow \infty$ каждый из компонентов триплета стремится к своему собственному пределу; положение этих пределов дается численным значением термов 2^3P_0 , 2^3P_1 , 2^3P_2 .

Линии первой побочной серии, возникающие при переходах с тройных уровней 3D_J на тройной же уровень 3P_J , состоят из шести компонентов.

¹ Здесь, как и в последующих сериальных обозначениях, значения главных квантовых чисел 1, 2 и т. д. перед символами термов имеют условный характер. Только для гелия и сходных с ним ионов наиболее глубокий $1S_0$ -терм соответствует электронной конфигурации $1s\ 1s$.

Таким образом, разбор серий, возникающих при переходах между триплетными термами, показывает, что только для главной и второй побочной серий внешний вид линий оправдывает название «триплетный спектр», линии остальных серий образуют более сложные группы из шести линий. Триплетными являются только термы.

На рис. 341 приведена схема уровней гелия и указано возникновение отдельных спектральных линий. У гелия расщепление триплетных уровней весьма незначительно.

Наиболее глубоким состоянием атома гелия является одиночное состояние $1s\ 1s\ ^1S_0$. Нормально атом гелия находится в этом состоянии.

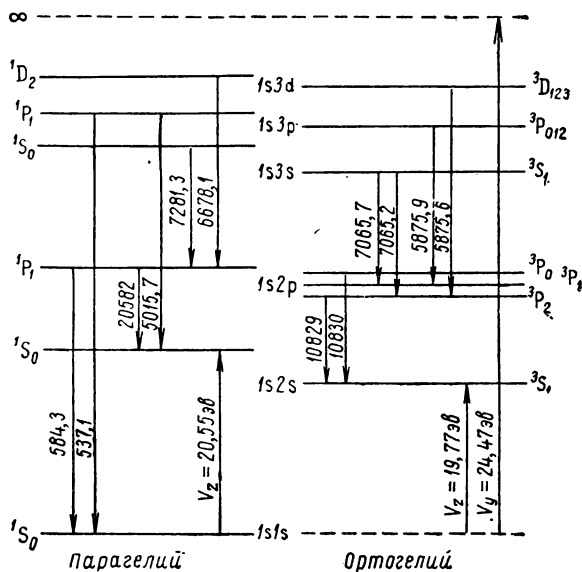


Рис. 341. Схема уровней гелия (He).

Следующим является состояние $1s\ 2s\ ^3S_1$. Ему соответствует уровень, лежащий много выше. Чтобы перевести атом гелия из нормального состояния $1s\ 1s\ ^1S_0$ в состояние $1s\ 2s\ ^3S_1$, нужно затратить работу в 19,77 эв. Состояние $1s\ 1s\ ^3S_1$ отсутствует, хотя оно и возможно по табл. XXIII. Как мы увидим в дальнейшем, это обстоятельство имеет весьма большое значение для теории атомов.

Состояние, из которого нет перехода в более глубокое, носит название *метастабильного*. Из рис. 341 видно, что гелий обладает двумя метастабильными состояниями $1s\ 2s\ ^3S_1$ и $1s\ 2s\ ^1S_0$, переходы с которых в нормальное состояние $1s\ 1s\ ^1S_0$ запрещены правилом отбора для квантового числа L . Метастабильному состоянию $1s\ 2s\ ^1S_0$ соответствует потенциал возбуждения 20,55 в. Вывести атом из метастабильного состояния можно, переведя его каким-либо внешним воздействием, например электронным ударом, в одно из более высоких не метастабильных состояний. Кроме того, атом может перейти в нормальное состояние при столкновении с другим атомом, передавая ему непосредственно энергию возбуждения. Такие столкновения с непосредственной передачей энергии от одного атома к другому носят название *ударов второго рода*.

Исключительно глубокое расположение нормального уровня гелия объясняет тот факт, что его резонансная линия $1s\ 1s\ ^1S_0 - 1s\ 2p\ ^1P_1$ лежит в далекой ультрафиолетовой области; ее длина волны $\lambda = 584,328\ \text{\AA}$.

Этим далеким расположением серий гелия объясняется его значительная прозрачность в области коротких длин волн.

До недавнего времени считалось, что в атоме гелия не существует переходов между одиночными и триплетными уровнями. В настоящее время такие переходы наблюдаются; им соответствуют линии, лежащие в далеком ультрафиолете. Например, переходу $1s\ 2p\ ^3P_1 \rightarrow 1s\ 1s\ ^1S_0$ соответствует линия с длиной волны $591,6\ \text{\AA}$.

Кроме гелия и сходных с ним ионов, под схему одиночников и триплетов подходят спектры щелочноземельных элементов, а также цинка, кадмия, ртути и сходных с ними ионов.

§ 350. Периодическая система Менделеева. Как известно, Д. И. Менделеев создал в 1869 г. свою систему элементов в результате длительного и глубокого изучения их химических и физических свойств. Он показал, что если элементы расположить по порядку атомных весов (за небольшим числом исключений), то их физические и химические свойства периодически повторяются. В настоящее время мы знаем, что элементы в таблице Менделеева расположены не по атомным весам, а по зарядовым числам Z . Однако оба эти порядка почти полностью совпадают между собою.

Периодичность, открытая Менделеевым, носит сложный характер. На рис. 342 представлена периодическая система Менделеева, записанная в несколько ином, более удобном для наших целей виде, чем она дается обычно в курсах химии.¹ Элементы, принадлежащие одному периоду, здесь выписаны в одной строке. Сходные элементы соединены черточками. Как видно, первый период содержит только два элемента — водород и гелий, второй и третий периоды содержат по 8 элементов, четвертый и пятый — по 18 и шестой период — 32 элемента. Последний период естественно обрывается на 92-м элементе — уране. В настоящее время искусственно получено еще 9 „трансурановых“ элементов с зарядовыми числами $Z = 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100$ и 101 (см. § 381).

Сходство физико-химических свойств атомов, принадлежащих к одному столбцу системы Менделеева, распространяется и на их атомные спектры. Мы указывали, что все щелочные металлы имеют совершенно сходные спектры; также сходны спектры всех щелочноземельных элементов и т. д. При передвижении же вдоль каждого из периодов таблицы Менделеева встречаются все более и более сложные спектры.

По Бору, периодичность в свойствах элементов объясняется тем, что электроны располагаются по определенному рода слоям или оболочкам.

¹ Элементы с $Z = 43, 85$ и 87 , не имеющие стабильных изотопов, в современной литературе называются: технеций (Tc), астатин (At) и франций (Fr). Все они были предсказаны Менделеевым и названы им: экамарганец (EMn), экаинд (EJ) и экацезий (ECs).

Все электроны, входящие в состав одной и той же оболочки, имеют одинаковые главные квантовые числа. Каждый период таблицы Менделеева начинается с заполнения электронами новой оболочки.

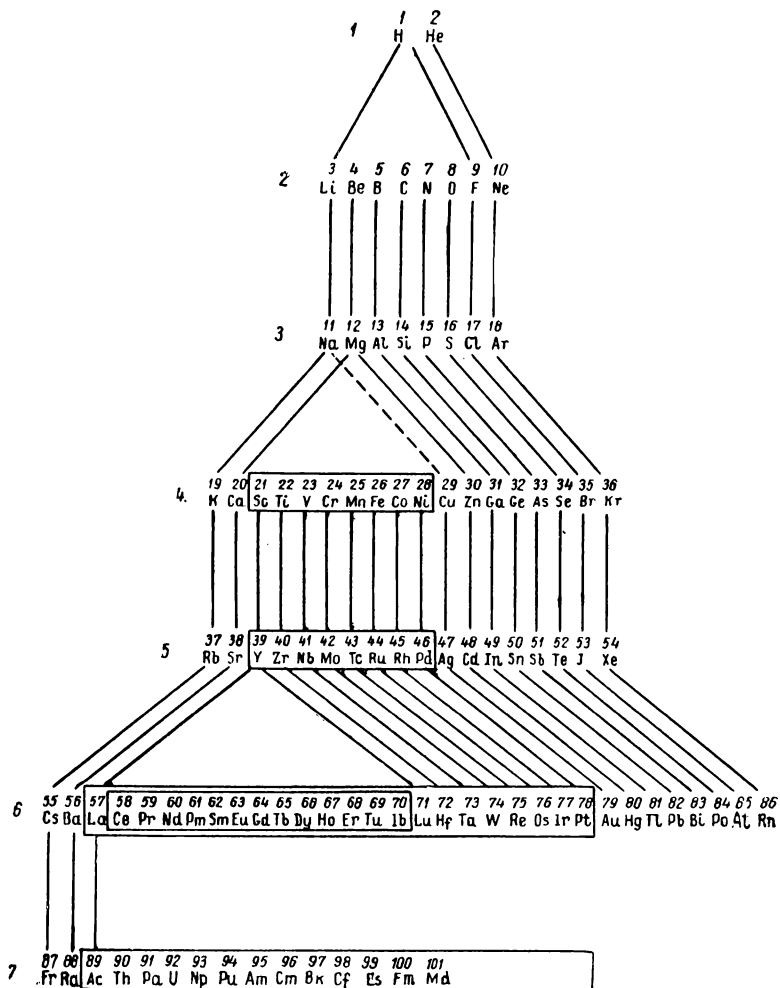


Рис. 342. Периодическая система Д. И. Менделеева.

Физико-химические свойства элементов определяются числом и расположением их самых внешних, валентных, электронов. Поэтому периодическое заполнение новых оболочек ведет к периодичности свойств атомов.

Таким образом, *открытая Менделеевым периодичность свойств элементов отражает периодичность в расположении электронов в атомах*. Эта гипотеза подтверждается строением оптических и рентгеновых спектров.

Для того чтобы установить более подробную связь между таблицей Менделеева и слоистым распределением электронов внутри атомов, нужно выяснить, какое максимальное число электронов может расположиться на той или иной оболочке. Этот вопрос может быть решен на основании так называемого *принципа Паули*. Этот принцип первоначально возник в результате анализа схемы спектральных термов, а затем был подтвержден общими соображениями квантовой механики. В § 349 мы отметили, что в атоме гелия из двух возможных наиболее глубоких состояний $1s\,1s\,^1S_0$ и $1s\,1s\,^3S_1$ в действительности осуществляется только одиночное состояние $1s\,1s\,^1S_0$. Триpletное состояние $1s\,1s\,^3S_0$ отсутствует. Оказывается, что и в случае других атомов, обладающих двумя и большим числом валентных электронов, часть из формально возможных состояний не возникает. Паули показал, что этот факт может быть объяснен, если допустить, что в атоме *не может быть двух или большего числа электронов, характеризующихся одинаковыми квантовыми числами*.

В § 349 мы отметили, что электрон характеризуется в атоме квантовыми числами n , l и j . Напомним, что n есть главное квантовое число, определяющее размеры орбиты электрона (в модели Бора — большую полуось эллиптической орбиты), $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ — побочное квантовое число, определяющее орбитальный момент электрона \mathbf{p}_l , и $j = |l \pm 1/2|$ — квантовое число, определяющее полный момент электрона \mathbf{p}_j . Кроме того, надо принять во внимание различные возможные ориентации момента \mathbf{p}_j относительно внешнего преимущественного направления.

Эти ориентации определяются возможными значениями проекции момента \mathbf{p}_j на преимущественное направление, которые равны:

$$p_{jz} = m_j \hbar, \quad \text{где} \quad m_j = \pm j, \pm (j - 1), \dots, 0. \quad (1)$$

По принципу Паули для характеристики электрона в атоме должна приниматься вся четверка квантовых чисел n, l, j, m_j . Тогда окончательно имеем: *в атоме не может существовать несколько электронов с одинаковой четверкой квантовых чисел n, l, j, m_j* .

Прежде всего покажем, что принцип Паули объясняет отсутствие у гелия состояния $1s\,1s\,^3S_1$. Оба электрона $1s$ и $1s$ имеют по три одинаковых квантовых числа $n_1 = n_2 = 1$; $l_1 = l_2 = 0$; $j_1 = j_2 = 1/2$. Следовательно, они должны различаться четвертыми квантовыми числами m_{j1} и m_{j2} . Так как каждое из этих квантовых чисел может принимать лишь значения $\pm 1/2$, то по принципу Паули возможно лишь такое состояние, когда одно из m_j равно $+1/2$, а другое $-1/2$.

Но в этом случае моменты \mathbf{p}_{j1} и \mathbf{p}_{j2} обоих электронов направлены в противоположных направлениях, и суммарный момент \mathbf{P}_j равен нулю, чему соответствует одиночное состояние атома $^1S_0 (J=0)$. Состояние $^3S_1 (J=1)$ — невозможно, оно могло бы возникнуть при параллельном направлении моментов \mathbf{p}_{j2} и \mathbf{p}_{j1} , когда $m_{j1} = m_{j2}$, что противоречит принципу Паули.

Теперь, исходя из принципа Паули, подсчитаем максимальное возможное число электронов в атоме с одинаковыми: а) n, l, j ; б) n, l и в) n . Имеем:

а) так как по (1) квантовое число m_j принимает $2j+1$ различное значение, то максимальное возможное число электронов с одинаковой тройкой квантовых чисел n, l, j равно $2j+1$;

б) так как квантовое число j имеет при данном l два значения $j = |l \pm 1/2|$, то максимальное возможное число электронов с одинаковыми квантовыми числами n и l (такие электроны называются *эквивалентными*) равно $2(2l+1)$;

в) так как при данном n квантовое число l принимает значения $0, 1, 2, \dots, (n-1)$, то наибольшее возможное число электронов Z_n с одинаковыми главными квантовыми числами n выражается суммой:

$$Z_n = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1).$$

Эту сумму легко подсчитать, заметив, что она представляет собою сумму n членов арифметической прогрессии, первый член которой равен 2, а последний $2(2n-1)$. Отсюда имеем;

$$Z_n = \frac{2+2(2n-1)}{2} n = 2n^2.$$

Таким образом, получаем, что в атоме не может существовать больше чем $2n^2$ электронов с одинаковыми главными квантовыми числами n .

Таблица XXIV дает максимальное возможное число Z_n электронов в атоме с одинаковыми главными квантовыми числами n и их распределение по состояниям с одинаковыми l (случай б).

Таблица XXIV

$n \backslash l$	0 s	1 p	2 d	3 f	4 g	Z_n
1	2	—	—	—	—	2
2	2	6	—	—	—	8
3	2	6	10	—	—	18
4	2	6	10	14	—	32
5	2	6	10	14	18	50

Из табл. XXIV видно, что максимальное возможное число электронов на одноквантовой оболочке ($n=1$) равно 2; максимальное возможное число электронов на двуквантовой оболочке равно 8; на трехквантовой и четырехквантовой оболочках соответственно могут расположиться 18 и 32 электрона. Эти выводы подтверждают связь между таблицей Менделеева и слоистым расположением электронов в атомах: периоды таблицы Менделеева содержат 2, 8, 18 и 32 элемента. Остается выяснить вопрос, почему в таблице Менделеева встречаются по два раза периоды из 8 и 18 элементов. Это объясняется тем, что табл. XXIV указывает лишь на *возможное* максимальное число электронов на оболочках, последний же электрон в каждом атоме *располагается в том состоянии (из числа возможных), которому соответствует наименьшая энергия*. Значение же энергии определяется не только главным квантовым числом n , но и побочным квантовым числом l . Поэтому энергетический порядок уровней может не совпадать с порядком возможных мест в оболочках. Изучение атомных спектров, особенно спектров изоэлектронных рядов, позволяет проследить во всех деталях застройку электронных оболочек и тем самым окончательно выявить физический смысл периодического закона Менделеева.

§ 351. Застройка электронных оболочек. Первый период таблицы Менделеева содержит лишь два элемента (H, He), что соответствует максимальному возможному числу электронов на одноквантовой оболочке. Начиная с лития, идет второй период. Для того чтобы проследить заполнение электронами двуквантовой оболочки, рассмотрим спектр лития и сходных с ним ионов. Простой характер спектра лития заставляет предполагать, что два из его трех электронов располагаются близко от ядра, в то время как третий движется по более далекой орбите, которой соответствует более высокое значение главного квантового числа n , а именно, предполагается, что оба „внутренних“ электрона имеют $n=1$, а третий, валентный, электрон в нормальном состоянии имеет $n=2$. Изучение спектров Li I, Be II, B III, C IV, ... непосредственно подтверждает это предположение. Спектры Be II, B III, C IV сдвинуты по сравнению со спектром Li I в ультрафиолетовую область благодаря большим зарядам ядер. Их полное сходство со спектром лития указывает, что все три электрона в каждом из этих ионов расположены совершенно так же, как и в нейтральном атоме лития.

Для водорода и сходных с ним ионов термы, выраженные в волновых числах, имеют вид:

$$T = \frac{RZ^2}{n^2}, \quad (1)$$

где Z — зарядовое число.

В щелочных металлах мы учитывали возмущение орбиты внешнего электрона тем, что вместо главного квантового числа n вводили

эффективное квантовое число n^* . Таким образом, термы Li I и сходных с ним ионов Be II, B III, C IV, ... должны представляться формулой:

$$T = \frac{R(Z-2)^2}{n^{*2}}. \quad (1a)$$

(У Li $Z=3$, так что формула (1a) соответствует формуле (1) из § 347).

Однако можно идти несколько другим путем, вводя в формулу (1) поправку другого рода, имеющую более определенный физический смысл. Именно, в соответствии с тем, что электрон движется в поле ядра, искаженном остальными электронами, можно относить поправку к заряду ядра, вводя вместо истинного заряда $+Ze$ эффективный заряд

$$Z_{\text{эф}}e = +(Z-a)e,$$

где a — некоторая поправка, носящая название величины экранирования. Тогда термы принимают вид:

$$T = \frac{R}{n^2}(Z-a)^2, \quad (2)$$

где n — истинное квантовое число. Сравнение термов изоэлектронных рядов показывает, что для термов изоэлектронного ряда поправка a остается приблизительно постоянной.

Соотношению (2) можно придать вид:

$$\sqrt{\frac{T}{R}} = \frac{1}{n}(Z-a), \quad (3)$$

аналогичный формуле Мозеля § 343. *Корень квадратный из численного значения термов зависит линейно от зарядового числа Z .* Откладывая графически зависимость $\sqrt{T/R}$ от Z , мы получим прямую, наклон которой зависит от значения главного квантового числа n , а ордината пересечения с осью Z дает величину экранирования a . Таким образом, соотношение (3) позволяет непосредственно определить значение главного квантового числа n .

На рис. 343 дана зависимость $\sqrt{T/R}$ от Z для S-, P-, D- и F-термов изоэлектронного ряда Li I, Be II, B III, ... Пунктирные линии относятся к „водородным“ термам

$$\sqrt{\frac{T}{R}} = \frac{Z}{2}, \quad \sqrt{\frac{T}{R}} = \frac{Z}{3} \quad \text{и} \quad \sqrt{\frac{T}{R}} = \frac{Z}{4}.$$

Как видно, для всех трех групп термов зависимости от Z выражаются прямыми, что указывает на постоянство поправок a . Прямые, относящиеся к термам S и P первой группы, идут параллельно прямой $\sqrt{T/R} = Z/2$; прямая, соответствующая терму D второй группы, — параллельно прямой $\sqrt{T/R} = Z/3$; прямая, соответствующая терму F

третьей группы, — параллельно прямой $\sqrt{T/R} = Z/4$. Отсюда непосредственно имеем: главные квантовые числа наиболее глубоких состояний S и P лития и сходных с ним ионов равны $n=2$; главное квантовое число наиболее глубокого состояния D равно $n=3$, а наиболее глубокого состояния F равно 4. Отсюда видно, что в атоме лития возможными состояниями для валентного электрона являются

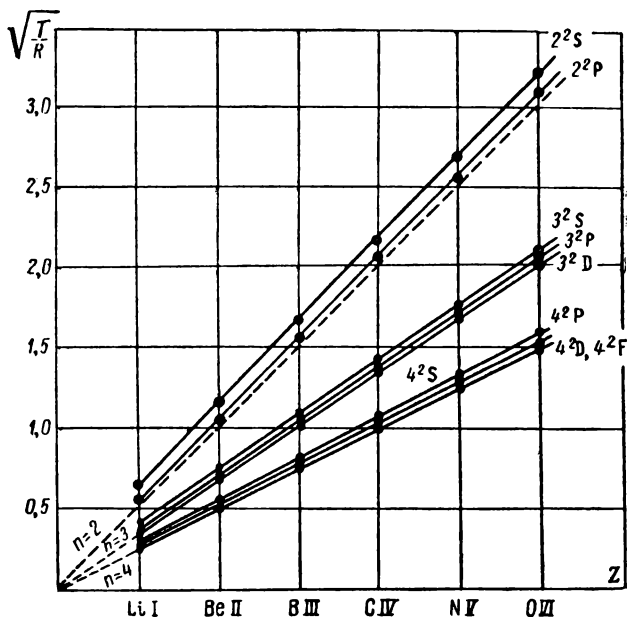


Рис. 343. Графики Мозеля для изоэлектронного ряда Li I, Be II, B III, ...

состояния 2s, 2p, 3s, 3p, 3d и т. д. Состоянию 2s соответствует наиболее глубоко расположенный уровень; нормально валентный электрон располагается на этом уровне. Таким образом, непосредственно подтверждается, что с лития начинается застройка двуквантовой оболочки и вместе с тем начинается новый период в таблице Менделеева.

Анализ спектров элементов, следующих за литием, показывает, что в них идет равномерное заполнение двуквантовой оболочки. Заканчивается это заполнение на неоне ($Z=10$). На двуквантовой оболочке больше не останется мест — она, как говорят, становится *замкнутой*. Замкнутость двуквантовой оболочки неона объясняет его химическую неактивность и сходство с гелием, у которого замкнута одноквантовая оболочка.

Одиннадцатый электрон натрия уже не находит себе места в двухквантовой оболочке и начинает заполнять трехквантовую. Благодаря этому с натрия начинается новый (третий) период таблицы Менделеева. Наличие у натрия вне замкнутых оболочек одного валентного электрона обуславливает сходство его физико-химических свойств со свойствами лития. Расположение валентного электрона натрия на трехквантовой оболочке снова подтверждается изучением графиков Мозеля для наиболее глубоких S-, P-, D-термов натрия и сходных с ним ионов (Mg II, Al III и т. д.). Прямые, соответствующие этим термам, параллельны прямой $\sqrt{T/R} = Z/3$, откуда следует, что всем этим термам действительно соответствует значение главного квантового числа $n = 3$.

В элементах, следующих за натрием, идет последовательное заполнение трехквантовой оболочки электронами в состояниях s и p. У аргона ($Z = 18$) восемь трехквантовых электронов составляют симметричную группу и обуславливают сходство его физико-химических свойств с неоном. Этим самым выделяется третий период элементов от (Na до Ar), содержащий, как и второй, восемь элементов. Девятнадцатый элемент (калий) сходен со щелочными металлами и начинает новый, четвертый, период.

Однако восемь электронов в атоме аргона не исчерпывают всех возможных мест трехквантовой оболочки, так как на ней по данным табл. XXIV могут расположиться 18 электронов. У аргона на трехквантовой оболочке остаются „свободными“ места десяти 3d-электронов. Несмотря на это, у калия 19-й электрон, как следует из его спектра и спектров сходных с ним ионов, не располагается нормально в состоянии 3d. Здесь впервые порядок мест, определяемый табл. XXIV, не совпадает с порядком мест, определяемым энергетическими соображениями. Орбита 4s (сильно вытянутый пропикающий эллипс) возмущена гораздо сильнее орбиты 3d (круг) и оказывается энергетически более глубокой. Благодаря этому нормально 19-й электрон калия располагается в состоянии 4s, что объясняет сходство калия с натрием и начало нового, четвертого, периода таблицы Менделеева.

Незамкнутость трехквантовой оболочки у калия, однако, сказывается на последующих элементах. На рис. 344 приведены графики Мозеля для термов $4s^2S$, $4p^2P$, $3d^2D$, $4d^2D$ и $4f^2F$ изoeлектронного ряда K I, Ca II, Sc III, Ti IV, ... Как видно, прямая, соответствующая термам $3d^2D$, пересекает прямую $4s^2S$ между $Z = 20$ и $Z = 21$. Отсюда следует, что наиболее глубоким нормальным термом K I и Ca II является терм $4s^2S$, а для Sc III — терм $3d^2D$, откуда в свою очередь следует, что 19-й электрон Sc III располагается нормально уже не в состоянии 4s, как у калия и Ca II, а в состоянии 3d. Так же может быть установлено, что у следующего иона (Ti IV) не только 19-й, но и 20-й электрон располагаются в состоянии 3d.

Порядок заполнения оболочек, нарушенный калием, здесь восстанавливается.

По данным табл. XXIV для заполнения состояний 3d требуется 10 электронов. Впервые все состояния 3d заполнены у меди; вместе с тем у меди оказывается замкнутой и вся трехквантовая оболочка; 29-й электрон меди располагается в состоянии 4s, что обуславливает некоторое сходство меди со щелочными металлами. Таким образом, только с меди начинается „нормальное“ заполнение четырехквантовой оболочки. Восемь же элементов от скандия до никеля, у которых достраивается трехквантовая оболочка, составляют особую

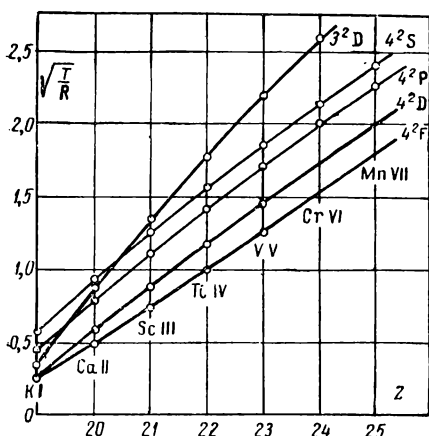


Рис. 344. Графики Мозеля для изоэлектронного ряда K I, Ca II, Sc III, ...

группу элементов, выделенную рамкой в периодической системе Менделеева (рис. 342). Далее, от меди до криптона идет „нормальное“ заполнение 4s- и 4p-состояний. Кrypton с восемью электронами на четырехквантовой оболочке оказывается сходным с Ne и Ag, содержащими также по восемь электронов на своих наиболее внешних оболочках. Благодаря этому криптоном заканчивается четвертый период, содержащий всего (от K до Kr) 18 элементов.

С последующего за криптоном 37-го элемента (рубидий) начинается застройка пятиквантовой оболочки, хотя на четырехквантовой еще остаются „свободными“ 24 места — 10 мест в состояниях

4d и 14 мест в состояниях 4f. Здесь, как и у калия, состояние, соответствующее сильно вытянутой эллиптической орбите 5s, оказывается глубже всех оставшихся незаполненными четырехквантовых состояний. Достройка четырехквантовой оболочки возобновляется с иттрия ($Z = 39$), начиная с которого вновь идет группа элементов, в которых заполняются d-состояния. Состояния 4f остаются незаполненными вплоть до 58-го элемента (церий). Начиная с церия, эта оболочка заполняется. Застройка оболочки 4f охватывает 14 элементов, образующих весьма своеобразную группу, называемую группой *редких земель*. Редкие земли весьма сходны между собою по своим физико-химическим свойствам и не имеют аналогов среди предшествующих элементов. Такая же группа элементов с достраивающейся оболочкой 5f начинается с тория ($Z = 90$).

В табл. XXV дана схема заполнения электронами оболочек. Эта схема сопоставлена с периодами системы Менделеева. Из табл. XXV

видно, что каждый период (кроме первого) начинается со щелочного металла с одним валентным электроном и кончается инертным газом с восемью валентными электронами, образующими замкнутую оболочку. Второй и третий периоды, где нормально застраиваются s - и p -состояния, содержат в соответствии с этим по 8 элементов. Периоды же четвертый и пятый, в которые „вклиниваются“ группы элементов с достраивающимися d -оболочками, содержат по 18 элементов. Наконец, последний полный период — шестой — содержит 32 элемента, так как в нем появляется еще новая группа из 14 элементов с достраивающейся f -оболочкой. Таким образом, вся сложная периодичность, открытая Менделеевым, полностью объясняется расположением электронов по группам, характеризуемым определенными квантовыми числами.

352. Рентгеновы спектры. Рентгеновы спектры бывают двух родов: сплошные и линейчатые. Первые испускаются электронами при их торможении при ударе об антикатод (§ 332). Вторые состоят, как и оптические линейчатые спектры, из отдельных резких спектральных линий. Характер сплошного спектра не зависит от материала антикатада. Структура линейчатых спектров зависит от материала антикатада. *Каждый элемент обладает своим характерным линейчатым рентгеновым спектром.* Линейчатые рентгеновы спектры возникают в результате того, что часть электронов пучка передает энергию при ударе атомам антикатада. Возбужденные атомы антикатада, возвращаясь в нормальное состояние, испускают излучение с частотой $\nu = \frac{W_2 - W_1}{h}$, где W_2 — энергия возбужденного, а W_1 — энергия одного из более глубоких состояний.

Рентгеновы лучи характеризуются малой длиной волны (порядка 1 \AA), а следовательно, большой частотой ν . Поэтому рентгеновы линии должны возникать за счет перехода атома между двумя состояниями с сильно различными энергиями W . Большими энергиями обладают внутренние электроны в тяжелых атомах. Действительно, рассмотрим какой-либо атом с большим зарядовым числом Z , в котором все внутренние оболочки замкнуты. На какой-либо электрон одной из внутренних оболочек более внешние электроны воздействуют слабо, так как за счет их симметричного расположения действия отдельных электронов компенсируют друг друга. Поэтому в основном внутренние электроны находятся лишь под влиянием поля ядра атома с зарядом $+Ze$ и электронов, находящихся ближе к ядру. Следовательно, их энергия будет равна:

$$W = -\frac{Rhc}{n^2} (Z - a)^2, \quad (1)$$

где n — главное квантовое число (для самых внутренних электронов $n = 1$), а a — поправка, вызванная наличием более глубоких

Таблица XXV

Период	Z	Элемент	Оболочки						
			K 1s	L 2s 2p	M 3s 3p 3d	N 4s 4p 4d 4f	O 5s 5p 5d 5f	P 6s 6p 6d	Q 7s
I	1	H	1						
	2	He	2						
II	3	Li	2	1					
	4—9 10	Be — F Ne	2	2 6	заполнение состояний 2s и 2p				
III	11	Na	2	2 6	1				
	12—17 18	Mg — Cl Ar	2	2 6	заполнение состояний 3s и 3p				
IV	19	K	2	2 6	2 6 —	1			
	20	Ca	2	2 6	2 6 —	2			
	21	Sc	2	2 6	2 6 1	2			
	22—28	Ti — Ni			заполнение состояний 3d				
	29	Cu	2	2 6	2 6 10	1			
	30—35 36	Zn — Br Kr	2	2 6	заполнение состояний 4s и 4p				

V	37 38	Rb Sr	2 2	2 6 2 6	2 6 10 2 6 10	2 6— 2 6—	1 2		
	39 40—46	Y Zr—Pd	2	2 6	2 6 10 заполнение состояний 4d	2 6 1—	2		
	47 48—53 54	Ag Cd—J Xe	2 2	2 6 2 6	2 6 10 заполнение состояний 5s и 5p 2 6 10—	2 6 10— 2 6	1 2 6		
VI	55 56 57 58 59—71 72 73—78 79 80—85 86	Cs Ba La Ce Pr—Lu Hf Ta—Pt Au Hg—At Rn	2 2 2 2 2 2 2 2 2	2 6 2 6 2 6 2 6 2 6 2 6 2 6 2 6 2 6	2 6 10 2 6 10 2 6 10 2 6 10 заполнение состояний 4f 2 6 10 2 6 2— заполнение состояний 5d 2 6 10 2 6 10— заполнение состояний 6s и 6p 2 6 10 2 6 10—	2 6— 2 6— 2 6 1— 2 6 1— 2 6 1— 2 6 1— 2 6 1— 2 6 1— 2 6	1 2 2 2 2 2 2 2 2 6		
	87 88 89 90 91—	Fr Ra Ac Th Pa—	2 2 2 2	2 6 2 6 2 6 2 6	2 6 10 2 6 10 2 6 10 2 6 10 заполнение состояний 5f	2 6 10 14 2 6 10 14 2 6 10 14 2 6 10 14 2 6 10 14 2 6 10—	2 6 10— 2 6 10— 2 6 10— 2 6 10— 2 6 10 1 2 6 1—	2 6— 2 6— 2 6 1 2 6 1 2 6 1	1 2 2 2 2

электронов и возмущением со стороны остальных электронов, малая по сравнению с Z . Для тяжелых атомов Z велико и энергия W велика по численному значению. Велики и разности энергий соседних состояний, в результате чего спектральные линии должны обладать большими частотами, т. е. малыми длинами волн. Отсюда вытекает предположение, что *рентгеновы спектры испускаются при переходах наиболее внутренних электронов в атомах*, в то время как оптические спектры испускаются при переходах самых внешних электронов.

Однако между механизмом испускания рентгеновых и оптических спектров имеется существенная разница, обусловленная тем, что все внутренние оболочки в тяжелых атомах заполнены. Для возбуждения оптического спектра внешний электрон переводится из своего

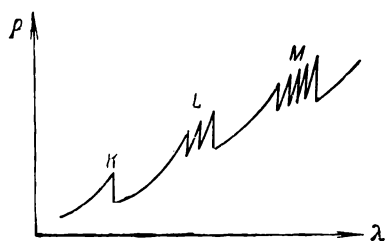


Рис. 345. Рентгенов спектр поглощения.

нормального состояния в одно из соседних возбужденных состояний (см. опыты по возбуждению спектров электронным ударом, § 342). Внутренний электрон (например, в одноквантовом состоянии) нельзя в тяжелом атоме перевести на соседнюю оболочку (например, двухквантовую), так как на ней все места уже заняты. Внутренний электрон можно либо перевести на одно из самых внешних состояний, либо

вовсе выбросить за пределы атома. Последнее обычно и осуществляется. В результате процесс испускания рентгенова спектра выглядит следующим образом: интенсивным внешним воздействием (например, ударом внешнего быстрого электрона) один из внутренних электронов выбивается за пределы атома — атом ионизуется. У возникшего иона на одной из внутренних оболочек оказывается свободное место. Это свободное место может быть заполнено электроном с одной из соседних оболочек. Таким образом, возникают переходы между соседними внутренними оболочками, что и ведет к испусканию рентгеновых линий.

Это предположение оправдывается целым рядом фактов, прежде всего структурой рентгеновых спектров поглощения. Оптические спектры поглощения, даваемые одноатомными парами и газами состоят из отдельных линий, совпадающих с линиями испускания главной серии рассматриваемого элемента. Они возникают в результате перехода под влиянием падающего света валентного электрона из нормального состояния в одно из возбужденных. Рентгеновы спектры поглощения не похожи на рентгеновы спектры испускания. Они состоят из нескольких полос с резким длинноволновым краем. На рис. 345 по оси ординат отложены коэффициенты поглощения рентгеновых лучей, а по оси абсцисс — длины волн. Как видно,

имеется несколько полос поглощения. Эти полосы принято обозначать буквами K, L, M, N, \dots . Полоса K — простая, остальные полосы имеют структуру, природа которой рассмотрена в конце параграфа (см. мелкий шрифт). Рентгеновы полосы поглощения аналогичны областям сплошного поглощения за пределом главной серии в оптических спектрах. Каждая полоса соответствует процессу фотоионизации, т. е. вырыванию излучением электрона с одной из внутренних оболочек атома. Полоса K возникает при вырывании электрона с наиболее глубокой одноквантовой оболочки, поэтому ей соответствует наибольшая частота (наименьшая длина волны). Полоса L возникает при вырывании электрона с двухквантовой оболочки и т. д. Резкий край каждой полосы соответствует началу процесса фотоионизации, т. е. той частоте ν , при которой электрон может быть только вырван из данной оболочки, без сообщения ему добавочно кинетической энергии. Остальные области полосы (с большими частотами) соответствуют вырыванию электрона с добавлением ему кинетической энергии.

Рассмотрим теперь рентгенов спектр испускания. Воспользовавшись выражением для энергии электронов (1), получим, что при переходе электрона с одной из внутренних оболочек на другую должна испускаться линия с частотой (выраженной в волновых числах)

$$\nu = \frac{W_2}{hc} - \frac{W_1}{hc} = \frac{R}{n_1^2} (Z - a_1)^2 - \frac{R}{n_2^2} (Z - a_2)^2. \quad (2)$$

В рентгеноскопии принято следующее обозначение: термы, соответствующие $n=1$, носят названия K -термов, соответствующие $n=2$ — L -термов, $n=3$ — M -термов и т. д. Серия линий, возникающих при переходе на K -уровень с более высоких уровней, носит название K -серии; ее головная линия обозначается через K_α . Серия, возникающая при переходе на L -уровень, носит название L -серии и т. д. Буквами K, L, M, N, \dots обозначаются и электронные оболочки атомов: буквой K — одноквантовая оболочка, буквой L — двухквантовая и т. д. Так как все тяжелые атомы имеют одинаково построенные внутренние оболочки, то поправки a в формуле (1) одинаковы для всех элементов. Отсюда из соотношения (2) следует, что *все тяжелые атомы имеют совершенно сходно построенные рентгеновы спектры*, только с увеличением атомного веса спектр перемещается в область больших частот за счет возрастания Z . Усложнение рентгеновых спектров тяжелых элементов по сравнению с более легкими обуславливается лишь появлением более высоких уровней. В соответствии с табл. XXV, M -оболочка ($n=3$) замыкается впервые у меди ($Z=29$), N -оболочка ($n=4$) — у лутеция ($Z=71$).

Термы рентгеновых спектров могут быть по формуле (1) записаны в виде:

$$T(n) = \frac{R(Z-a)^2}{n^2}.$$

Так как поправка a практически не зависит от Z , то для рентгеновых термов выполняется закон Мозеля:

$$\sqrt{\frac{T}{R}} = \frac{1}{n}(Z-a), \quad (3)$$

т. е. корни квадратные из рентгеновых термов зависят линейно от зарядового числа Z . Исторически закон Мозеля (3) и был

впервые установлен в области рентгеновых термов. Распространить его на оптические термы удалось лишь после того, как развитие вакуум-спектрографии позволило исследовать спектры ряда изоэлектронных ионов.

На рис. 346 по оси абсцисс отложены зарядовые числа Z , а по

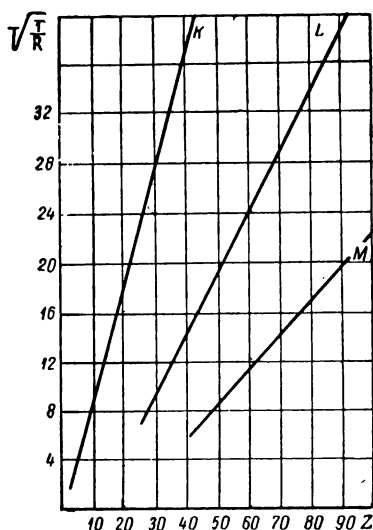


Рис. 346. Графики Мозеля для рентгеновых термов.

оси ординат — значения $\sqrt{T/R}$. Графики даны для K-, L- и M-термов; все они для тяжелых элементов с большой степенью точности представляют собою прямые. Отступления от прямых наблюдаются лишь для легких атомов, где соответственные оболочки еще нестроены. Поправка a имеет для K-термов значение, близкое к единице, для L-термов — близкое к 8. Прямые Мозеля не обнаруживают никаких следов периодичности, выражаемой таблицей Менделеева.

Таким образом, еще раз подтверждается предположение, что внутренние электроны во всех атомах образуют одинаковые оболочки и что периодичность обнаруживают только те физические свойства, которые обуславливаются внешними электронами. Для иллюстрации этого положения на рис. 347 сопоставляем два графика; график 1, дающий ионизационные потенциалы атомов, т. е. работу отрыва их самого внешнего электрона, и график 2, выражающий закон Мозеля (3) для K-термов. Первый из них дает резкие максимумы в местах окончания каждого периода таблицы Менделеева (инертные газы), второй — дает прямую в области всех значений Z .

Векторная схема, разобранный нами в § 349, позволяет установить структуру рентгеновых спектров. Каждый рентгенов терм соответствует состоянию оболочки, из которой удален один электрон. Векторная схема позволяет найти число различных энергетических состояний, которые могут возникнуть при вырывании из замкнутой оболочки одного электрона. Замкнутая оболочка характеризуется тем, что для нее результирующие моменты P_L , P_S , P_J равны нулю. Если из замкнутой оболочки удалить один электрон, характеризуемый определенными значениями моментов p_l , p_s , p_j , то оставшаяся конфигурация электронов будет характеризоваться моментами P'_L ,

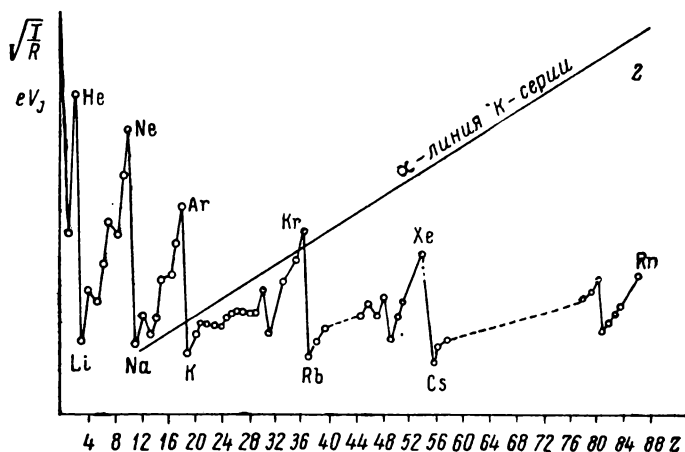


Рис. 347, Сравнение зависимости ионизационных потенциалов (1)

и величин $\sqrt{\frac{T}{R}}$ для К-термов (2) от зарядового числа Z .

P'_S , P'_J , численные значения которых совпадают с численными значениями моментов p_l , p_s , p_j удаленного электрона. Это вытекает из того соображения, что только в этом случае суммы моментов $p_l + P'_L = P_L$, $p_s + P'_S = P_S$, $p_j + P'_J = P_J$ будут равны нулю. Так как совокупность моментов, относящихся к одному электрону, соответствует дублетным термам, то, следовательно, схема рентгеновых термов должна соответствовать оптическим дублетам.

В самом деле: оба электрона одноквантовой оболочки суть $1s$ -электроны, для каждого из которых $l_l = 0$, $s_l = 1/2$ и $j_l = 1/2$; какой бы из этих двух электронов ни был вырван, оставшаяся часть оболочки будет характеризоваться квантовыми числами $L = 0$, $S = 1/2$ и $J = 1/2$ или символом $^2S_{1/2}$. В рентгенографии это состояние обозначают символом K .

Двуквантовая оболочка состоит из двух $2s$ -электронов и шести $2p$ -электронов, два из которых имеют $j_l = 1/2$, а четыре $j_l = 3/2$. Если из двуквантовой оболочки вырывается один из $2s$ -электронов, то возникает состояние $^2S_{1/2}$. Если вырывается один из электронов $2p_{1/2}$, то возникает состояние $^2P_{1/2}$ ($L = 1$, $S = 1/2$, $J = 1/2$), а если один из $2p_{3/2}$ -электронов — то состояние $^2P_{3/2}$ ($L = 1$, $S = 1/2$, $J = 3/2$). Следовательно, здесь возможны три различных состояния.

Это проявляется в рентгеновом спектре поглощения: полоса поглощения L распадается на три тесно расположенные полосы (рис. 345), одна из которых соответствует вырыванию из атома $2s$ -электрона, а две другие — вырыванию электронов $2p_{1/2}$ и $2p_{3/2}$. В рентгенокопии три указанных двухквантовых состояния обозначаются символами L_I , L_{II} , L_{III} . Совершенно аналогично можно

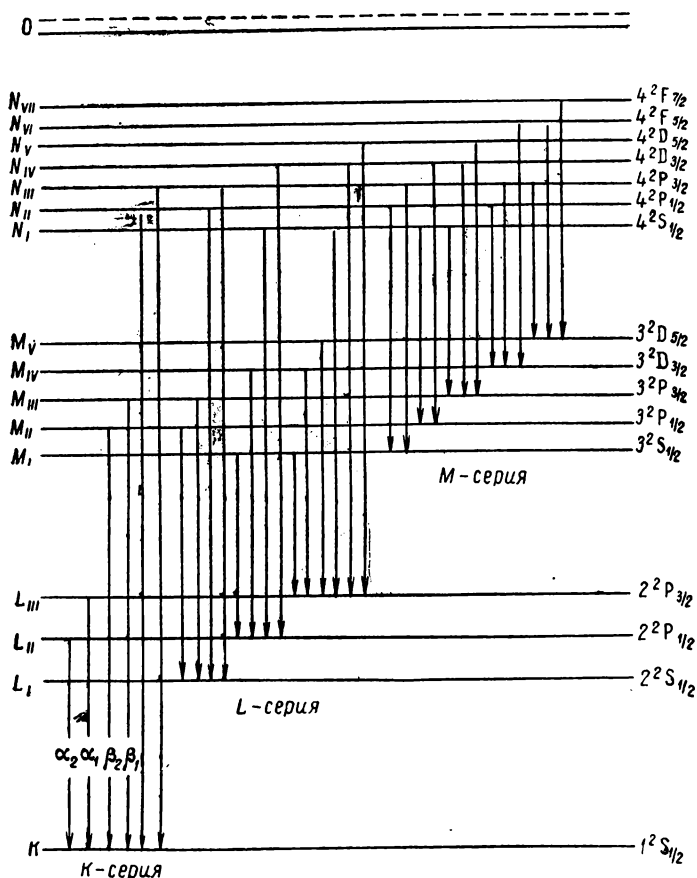


Рис. 348. Схема рентгеновых уровней.

прийти к заключению, что при вырывании одного из электронов с трехквантовой оболочки возникает одно из пяти состояний: $2^2S_{1/2}$, $2^2P_{1/2}$, $2^2P_{3/2}$, $2^2D_{3/2}$, $2^2D_{5/2}$. Этим пяти состояниям отвечает распадение в спектре поглощения M -полосы на пять близких полос. При вырывании одного из электронов с четырехквантовой оболочки возникают семь различных состояний.

Дозволенные переходы между термами определяются теми же правилами отбора, что и в оптической области:

$$\Delta L = \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1.$$

Схема уровней совместно с правилами отбора позволяет полностью разобратся в структуре рентгеновых спектров. На рис. 348 представлена схема уровней и возникновения отдельных линий. Наиболее коротковолновой является K -серия, возникающая при переходах электронов на одноквантовый K -уровень с более высоких. Эта серия аналогична главной серии оптических дублетов $\nu = 1^2S_{1/2} - n^2P_J$. Далее идут L - и M -серии. Отдельные линии в сериях обозначаются с помощью греческих букв α, β, γ и цифровых индексов. Так, переходу $1^2S_{1/2} - 2^2P_{3/2}$ соответствует линия, обозначаемая K_{α_1} , переходу $1^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2}$ — обозначаемая K_{β_1} , и т. д.

§ 353. Интенсивности спектральных линий. Вероятности переходов. С точки зрения классической электродинамики (§ 332) электрон, колеблющийся в атоме, испускает свет той же частоты ν , с которой он колеблется сам.

Средняя мощность излучения равна

$$\overline{W} = \frac{16\pi^4 e^2}{3c^3} \nu^4 a^2, \quad (1)$$

где a — амплитуда колебаний электрона. Таким образом, по классической теории интенсивность спектральной линии пропорциональна квадрату амплитуды и пропорциональна четвертой степени частоты соответствующего колебания электрона. Но уже в первоначальной теории Бора вопрос об интенсивностях спектральных линий ставится совсем иначе. Испускание линии происходит путем отдельных элементарных актов испускания, при каждом из которых испускается порция энергии $\Delta W = h\nu$. В результате вопрос об интенсивности спектральных линий сводится к вопросу о числе элементарных актов испускания в единицу времени.

Рассмотрим случай трех энергетических уровней W_l, W_i, W_k (рис. 349). Пусть с помощью какого-либо внешнего воздействия (например, электронного удара) определенное количество атомов N_k переведено в возбужденное состояние с энергией W_k . Возвращаясь обратно в более низкие состояния, атомы испускают линии с частотами:

$$\nu_{kl} = \frac{1}{h} (W_k - W_l), \quad \nu_{ki} = \frac{1}{h} (W_k - W_i).$$

Пусть A_{kl} и A_{ki} — вероятности переходов $W_k \rightarrow W_l$ и $W_k \rightarrow W_i$. Тогда числа переходов в единицу времени соответственно будут равны $N_k A_{kl}$ и $N_k A_{ki}$ и интенсивности линий (мощности излучения) окажутся равными:

$$I_{kl} = N_k A_{kl} \cdot h\nu_{kl}; \quad I_{ki} = N_k A_{ki} \cdot h\nu_{ki}. \quad (2)$$

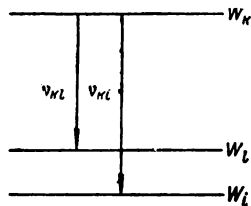


Рис. 349. Переходы между тремя энергетическими уровнями.

В квантовой механике показывается, что вероятности переходов A_{kl} и A_{lk} пропорциональны кубам частот и пропорциональны статистическим весам нижних уровней:

$$A_{kl} \sim B_{ik} g_l \nu_{kl}^3, \quad A_{lk} \sim B_{lk} g_l \nu_{kl}^3,$$

где B_{lk} и B_{ik} — новые постоянные. Воспользовавшись этими выражениями, получим для отношения интенсивностей обеих рассматриваемых линий:

$$\frac{I_{kl}}{I_{lk}} = \frac{B_{ik}}{B_{lk}} \frac{g_l}{g_l} \frac{\nu_{kl}^4}{\nu_{kl}^4}. \quad (3)$$

Интенсивности линий, как и в классической теории, оказываются пропорциональными четвертой степени частоты.

Значения статистических весов определяются на основании следующих соображений: энергетические уровни атома не вырождены лишь при наличии внешнего магнитного поля. Тогда каждой четверке квантовых чисел n, L, J, m_J соответствует свой уровень. При отсутствии внешнего магнитного поля уровни с одинаковыми n, L, J , но разными m_J , сливаются. Так как $m_J = \pm J, \pm (J-1), \dots$, т. е. принимает $2J+1$ разных значения, то при отсутствии внешнего поля каждый уровень с данными n, L, J можно считать слившимся из $2J+1$ различных уровней. Отсюда естественно считать его статистический вес равным $2J+1$:

$$g = 2J + 1. \quad (4)$$

Если оба нижних уровня отличаются лишь квантовыми числами J , но имеют одинаковые n и L (представляют собою составляющие одного мультиплета), то $B_{lk} = B_{ik}$. Если, кроме того, и частоты линий ν_{kl} и ν_{lk} мало отличаются друг от друга, то отношение (3) принимает вид:

$$\frac{I_{kl}}{I_{lk}} = \frac{g_l}{g_l}. \quad (3a)$$

Из равенства (3a) следует: *если составляющие узкого спектрального мультиплета возникают в результате перехода с одного верхнего уровня, то их интенсивности относятся как статистические веса нижних уровней.* Это правило, носящее название *правила интенсивностей*, хорошо оправдывается на опыте. Для дублетных линий второй побочной серии натрия $\nu = 3^2P_J - n^2S_{1/2}$ (рис. 340) осуществляется переход с простого уровня $n^2S_{1/2}$ на два нижних уровня $3^2P_{1/2}$ и $3^2P_{3/2}$. Поэтому по формулам (3a) и (4) интенсивности обеих составляющих дублета относятся как

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{2J_1 + 1}{2J_2 + 1} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + 1}{2 \cdot \frac{3}{2} + 1} = \frac{1}{2}.$$

Таким образом, в данном случае отношение интенсивностей линий равно 1 : 2. Так как J_i являются всегда величинами целыми или полуцелыми, то и во всех других случаях отношение интенсивностей составляющих мультиплета, оказывается по формуле (3а) отношением целых чисел. Эта целочисленность была впервые экспериментально обнаружена Д. С. Рождественским на желтом дублете натрия, для которого отношение интенсивностей равно 1 : 2.

Понятие о вероятности переходов является весьма важным; так как для случая равновесного излучения оно ведет к формуле Планка (§ 311). Представим себе собрание атомов, каждый из которых способен находиться в ряде стационарных состояний $W_1, W_2, W_3, \dots, W_l, \dots$.

Если рассматриваемая совокупность атомов находится в термодинамическом равновесии при температуре T , то по закону Больцмана число атомов в состоянии с энергией W_l равно

$$N_l = N_1 \frac{g_l}{g_1} e^{-\frac{W_l - W_1}{kT}}, \quad (5)$$

где N_1 — число атомов в состоянии с энергией W_1 , а k — постоянная Больцмана.¹

Переходы из состояния W_k в состояние W_l , ведущие к излучению света с частотой ν_{kl} , происходят, по сказанному выше, с вероятностью A_{kl} . Эйнштейн показал, что наряду с этими переходами, возникающими при отсутствии излучения других атомов (спонтанные переходы), должны существовать переходы, вызываемые действием внешнего излучения (индуцированные переходы). Вероятность этих индуцированных переходов пропорциональна плотности излучения $u_{\nu_{kl}}$, отнесенной на единичный интервал частот. Тогда общая энергия, излученная в единицу времени в результате переходов обоих типов равна:

$$\Delta W = N_k [A_{kl} + B_{kl} u_{\nu_{kl}}] h \nu_{kl}, \quad (6)$$

где B_{kl} — новая константа.

Наряду с испусканием света будет происходить поглощение, связанное с переходом атомов из состояния W_l в состояние W_k . Так как эти переходы происходят под влиянием падающего излучения, то их вероятность пропорциональна плотности излучения $u_{\nu_{kl}}$. Поэтому количество энергии, поглощенной в единицу времени, можно записать в виде:

$$\Delta W' = N_l B_{lk} u_{\nu_{kl}} h \nu_{kl}, \quad (7)$$

где N_l — число атомов в состоянии с энергией W_l , а B_{lk} — еще одна константа.

В состоянии термодинамического равновесия мощности излучения и поглощения должны равняться друг другу: $\Delta W = \Delta W'$, откуда, по (6) и (7), получаем:

$$N_k [A_{kl} + B_{kl} u_{\nu_{kl}}] = N_l B_{lk} u_{\nu_{kl}}. \quad (8)$$

¹ Закон Больцмана см. т. I, § 50. Приведенная там формула отличается от (5) тем, что в ней отсутствует множитель g_l/g_1 . Это вызвано тем, что статистические веса всех состояний полагались одинаковыми.

По формуле Больцмана (5):

$$\frac{N_l}{N_k} = \frac{g_l}{g_k} e^{-\frac{W_l - W_k}{kT}}$$

или, так как $W_k - W_l = h\nu_{kl}$, то

$$\frac{N_l}{N_k} = \frac{g_l}{g_k} e^{\frac{h\nu_{kl}}{kT}}.$$

Это соотношение позволяет переписать формулу (8) в виде:

$$A_{kl} + B_{kl}u_{\nu_{kl}} = \frac{g_l}{g_k} e^{\frac{h\nu_{kl}}{kT}} B_{lk}u_{\nu_{kl}}.$$

Решая это равенство относительно $u_{\nu_{kl}}$, получим

$$u_{\nu_{kl}} = \frac{A_{kl}}{\frac{g_l}{g_k} B_{lk} e^{\frac{h\nu_{kl}}{kT}} - B_{kl}}. \quad (9)$$

При беспредельном возрастании температуры T , очевидно, и плотность излучения $u_{\nu_{kl}}$ также должна беспредельно возрастать. Но так как при $T \rightarrow \infty$

величина $e^{\frac{h\nu_{kl}}{kT}} \rightarrow 1$, то это возможно по формуле (9) лишь при условии, что $\frac{g_l}{g_k} B_{lk} = B_{kl}$. После этого формула (9) принимает вид:

$$u_{\nu_{kl}} = \frac{g_k}{g_l} \frac{A_{kl}}{B_{lk}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_{kl}}{kT}} - 1}. \quad (9a)$$

По сделанному предположению, каждый из рассматриваемых атомов может находиться в ряде прерывных состояний с энергиями W_1, W_2, W_3, \dots . Следовательно, такие атомы испускают линейчатый спектр с частотами линий ν_{kl} . В действительности каждая линия имеет хотя и малую, но конечную ширину $d\nu$ (в случае отсутствия возмущений — естественную ширину) и соответствующая ей плотность излучения равна $u_{\nu_{kl}} d\nu$. Формула (9a) дает ту плотность излучения, приходящуюся на единичный интервал частот, которая при наличии термодинамического равновесия соответствует данной линии. Мы можем обобщить эту формулу и на случай сплошного спектра. Для этого предположим, что в силу каких-либо причин (например, взаимного возмущения атомов в твердом или жидком теле) энергетические уровни W_1, W_2, W_3, \dots начинают располагаться бесконечно близко друг к другу. Тогда число испускаемых частот ν_{lk} будет бесконечно возрастать, причем соседние линии расположатся бесконечно близко друг от друга. В пределе они сольются, и мы получим сплошной спектр. Для каждого данного места спектра (для данной частоты ν_{kl}) сохраняется в силе формула (9a).

Для очень малых частот (больших длин волн), когда $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$, формула (9a) приближенно принимает вид:

$$u_{\nu_{kl}} = \frac{g_k}{g_l} \frac{A_{kl}}{B_{lk} h \nu_{kl}} kT. \quad (10)$$

С другой стороны, для малых частот, когда прерывность излучения перестает быть заметной, должен быть справедлив классический способ рассуждений, ведущий к формуле Релея — Джинса (§ 311):

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT. \quad (11)$$

Действительно, мы видели, что в области больших длин волн, где $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$, формула Релея — Джинса начинает совпадать с опытными данными (см. рис. 231, § 311).

Таким образом, формулы (10) и (11) должны совпадать, что имеет место при выполнении равенства

$$\frac{g_k}{g_l} \frac{A_{kl}}{B_{lk}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}. \quad (12)$$

Подставив это значение $\frac{g_k}{g_l} \frac{A_{kl}}{B_{lk}}$ в (9а), получим, что в сплошном спектре плотность излучения при условии термодинамического равновесия должна удовлетворять формуле:

$$u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

что совпадает с формулой Планка (3) § 311.

Индуктированное излучение, введенное в рассмотрение Эйнштейном, играет роль *отрицательного поглощения*. Это обусловлено тем, что при индуцированном излучении фотон вылетает из атома в том же направлении и с той же фазой, что и фотон внешнего излучения, под влиянием которого происходит индуцированный переход. В формуле (6) мощность индуцированного излучения $N_k B_{kl} u_{\nu_{kl}} h \nu_{kl}$ прибавлялась к мощности спонтанного излучения. Однако, наоборот, его можно вычесть из поглощенного излучения. Тогда для полной энергии излучения, поглощенной в единицу времени $\Delta W'$, вместо (7), получим:

$$\Delta W' = N_l B_{lk} u_{\nu_{kl}} h \nu_{kl} - N_k B_{kl} u_{\nu_{kl}} h \nu_{kl}.$$

Далее, воспользовавшись приведенным выше соотношением между B_{kl} и B_{lk} ,

в силу которого $B_{kl} = \frac{g_l}{g_k} B_{lk}$, получим:

$$\Delta W' = N_l B_{lk} u_{\nu_{kl}} h \nu_{kl} \left(1 - \frac{g_l}{g_k} \frac{N_k}{N_l} \right). \quad (13)$$

Напомним, что здесь N_l — число атомов на нижнем, а N_k — на верхнем энергетическом уровне; при переходе между уровнями $k \rightarrow l$ излучается линия с частотой ν_{kl} . Как видно из формулы (13), член $\frac{g_l}{g_k} \frac{N_k}{N_l}$, обязанный своим происхождением индуцированному излучению, уменьшает поглощение света. Чем больше относительная заселенность уровня k , тем прозрачнее среда.

При равновесном распределении атомов по уровням отношение N_k/N_l подчиняется закону Больцмана и формула (13) принимает вид:

$$\Delta W' = N_l B_{lk} u_{\nu_{kl}} h \nu_{kl} \left(1 - e^{-\frac{h\nu_{kl}}{kT}} \right). \quad (14)$$

При $T \rightarrow \infty$ поглощенная энергия равна нулю, т. е. среда становится полностью прозрачной для данного излучения. При равновесном распределении

ни при какой температуре член $\left(1 - e^{-\frac{h\nu_{ki}}{kT}}\right)$ не может стать отрицательным. Однако, как впервые отметил В. А. Фабрикант, при неравновесном распределении возможно, что $\frac{g_i}{g_k} \frac{N_k}{N_i} > 1$ ¹ и тогда энергия $\Delta W'$ становится отрицательной. Это означает, что под влиянием падающего излучения среда более излучает энергию, чем поглощает. Луч света, проходя через такую «активную» среду, не ослабляется, как обычно, а усиливается. Поэтому рассматриваемое явление носит название отрицательного поглощения.

В последнее время отрицательное поглощение наблюдается В. А. Фабрикантом и Ф. А. Бутаевой и рядом других авторов. Если трубку с активной средой поместить между двумя плоско-параллельными зеркалами, то свет, многократно проходя через трубку за счет отражений от зеркал, может усиливаться во много раз.

Усилителям света, построенным по этому принципу, в последнее время посвящено много работ как в Советском Союзе, так и за границей. Они позволяют получить световой пучок, заключенный в очень малом телесном угле и соответственно чрезвычайно высокой яркости. Такие усилители получили название «лазеров». Название это происходит от начальных букв следующих слов: Light amplification of stimulated emission of radiation — LASER — усиление света за счет вынужденного (индуцированного) излучения радиации.

Аналогичные усилители для радиочастотной области впервые предложены Н. Г. Басовым и М. А. Прохоровым. Они также разрабатываются большим числом авторов и у нас, и за рубежом. Их называют «квантовыми усилителями» или «мазерами» (Microwave amplification of stimulated emission of radiation). В мазерах используются индуцированные переходы между столь близкими энергетическими уровнями атомов и молекул, что частота $\nu = \Delta W/h$ относится к области сверхвысоких радиочастот. Например, в случае молекулы аммиака имеется колебательный переход (так называемый инверсионный переход), которому соответствует длина волны $\lambda = 1,27$ см, т. е. попадающая в область сантиметровых радиоволн.

§ 354. Строение молекул. Теория Бора, рассматривающая движение электронов в атомах, оказалась пригодной и для выяснения строения молекул. При этом, однако, представления теории Бора дают, как и для случая атомов, лишь приближенное описание действительных соотношений. Гораздо более глубокое понимание строения молекул и, в частности, природы сил, удерживающих атомы в молекулах друг около друга, дает квантовая механика, учитывающая наличие у электрона собственных механического и магнитного моментов.

Свойства молекул, особенно содержащих большое число атомов, чрезвычайно сложны и теория строения молекул, несмотря на боль-

¹ Формально такое неравенство выполняется при отрицательной температуре. Однако при неравновесном распределении понятие температуры теряет смысл, поэтому термин «отрицательная температура», иногда употребляемый, имеет лишь условное значение.

шие успехи последних двух десятилетий, во многих отношениях еще не закончена. Поэтому мы ограничимся в дальнейшем рассмотрением простейших, а именно, *двуатомных молекул*.

Силы, удерживающие атомы в молекуле, вызваны взаимодействием наиболее внешних электронов. Электроны внутренних оболочек остаются на своих местах. Это подтверждается тем, что рентгеновы спектры тяжелых элементов заметно не зависят от того, в состав какого химического соединения входит данный элемент. Оптические же спектры молекул совершенно непохожи на спектры входящих в их состав атомов. Также периодичность, относящаяся не только к физическим, но и к химическим свойствам элементов, показывает, что химические связи обуславливаются электронами наиболее внешней оболочки.

В случае двуатомной молекулы можно различать два типа связи. Одна из них осуществляется в тех молекулах, в которых часть электронов движется около обоих ядер. Такая связь называется *атомной связью*. Как правило, атомная связь образуется парами электронов, причем спиновые моменты у электронов такой пары направлены в противоположные стороны. Среди молекул этого типа следует различать молекулы с одинаковыми ядрами (например, N_2 или C_2) и молекулы с разными ядрами (например, CN). В молекулах первого рода электроны распределены симметрично. В молекулах второго рода имеется некоторая асимметрия в распределении электронов, благодаря чему молекулы приобретают электрический дипольный момент.

Второй тип связи имеет место, когда электроны в молекуле можно разделить на две группы, каждая из которых все время находится около одного из ядер. Прочная связь в молекулах этого типа возникает, если около одного из ядер располагается избыток электронов, а около другого их недостаточно. Тогда молекула как бы состоит из двух ионов противоположных знаков, притягивающихся друг к другу. Связь этого типа называется *ионной связью*. Примером молекул с ионной связью могут служить молекулы соединений щелочных металлов с галогенами ($NaCl$, KBr и т. д.). При растворении таких соединений в воде их молекулы распадаются на два иона (положительный ион щелочного металла и отрицательный ион галогена), что обуславливает электролитическую проводимость растворов (т. II, § 174).

Молекулярные спектры, как мы уже отметили, сильно отличаются от атомных. Атомные спектры состоят из сравнительно редко расположенных линий, которые сбегаются лишь к концам серий, где они обычно слабы. Число серий в атомах с малым числом внешних электронов невелико. В молекулярных спектрах весьма большое число отдельных линий образует характерные скопления, в каждом из которых линии у одного края располагаются настолько тесно, что при

наблюдении в прибор средней разрешающей силы они сливаются. Поэтому все скопление приобретает вид полосы — резкой с одного края и размытой с другого. Отсюда проистекает и название спектров молекул: полосатые спектры. Резкий край может располагаться как с длинноволновой, так и с коротковолновой стороны полосы. Полосы собираются в группы (рис. 350); таких групп в молекулярном спектре может быть несколько. Указанные полосы встречаются в близкой инфракрасной, видимой и ультрафиолетовой областях спектра. В далекой инфракрасной области двухатомные молекулы дают более простые



Рис. 350. Группы молекулярных полос.

в полосу; б) объединение полос в группы; в) наличие в спектре нескольких групп полос. Эти три типа закономерностей соответствуют возможности разбить энергию молекулы также на три типа: а) энергию вращения молекулы, как целого, $W_{вр}$; б) энергию колебаний ядер атомов, входящих в состав молекулы, около их положений равновесия $W_{кол}$; в) энергию электронной оболочки молекулы $W_{эл}$. Полная энергия W равна сумме этих энергий:

$$W = W_{эл} + W_{кол} + W_{вр}. \quad (1)$$

В действительности указанные три типа энергий не независимы, так что запись полной энергии W в виде суммы (1) носит приближенный характер. Тем не менее рассмотрение энергий $W_{эл}$, $W_{кол}$ и $W_{вр}$ в отдельности полезно для разбора структуры молекулярных спектров.

Частота света, испускаемого при изменении состояния молекулы, представляется равенством $\nu = \frac{\Delta W}{h}$, которое, в силу соотношения (1), может быть записано в виде:

$$\nu = \frac{\Delta W_{эл}}{h} + \frac{\Delta W_{кол}}{h} + \frac{\Delta W_{вр}}{h}. \quad (2)$$

Каждая из энергий молекулы $W_{эл}$, $W_{вр}$, $W_{кол}$ принимает прерывный ряд значений, благодаря чему по формуле (2) оказывается, что спектр молекулы состоит из отдельных линий. Только эти линии, как мы указали, группируются так тесно, что образуют полосы. Теория и опыт показывают, что наибольшие значения принимают разности

электронных энергий $\Delta W_{\text{эл}}$, а наименьшие — разности вращательных энергий $W_{\text{вр}}$.

В следующих параграфах мы рассмотрим в отдельности энергии колебания, вращения и движения электронов в молекуле.

§ 355. Колебательные спектры молекул. В двуатомной молекуле ядра обоих атомов в результате взаимодействия с электронами имеют свои положения равновесия, около которых они могут совершать колебания. Обозначим через r расстояние между ядрами; равновесному положению ядер пусть соответствует $r = r_0$. Тогда при малых смещениях ядер из положения равновесия можно считать действующую на них силу квазиупругой:

$$f = -k(r - r_0). \quad (1)$$

При сближении ядер $r - r_0$ отрицательно и сила f становится положительной, т. е. силой отталкивания; при удалении ядер друг от друга $r - r_0$ положительно и сила f отрицательна, т. е. представляет собою силу притяжения. Квазиупругой силе, как мы видели в т. I, § 27, соответствует параболическая зависимость потенциальной энергии W_p от смещения $r - r_0$ (пунктирная кривая на рис. 351). При больших смещениях из положения равновесия сила f не может оставаться квазиупругой. Если ядра расходятся очень далеко друг от друга, то сила f должна стремиться к нулю, в то время как по формуле (1) она непрерывно возрастала бы.

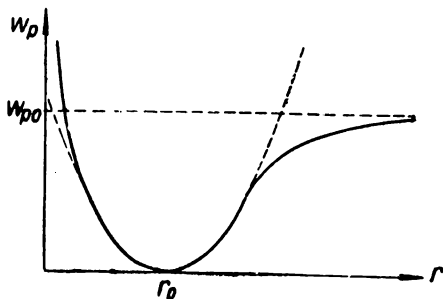


Рис. 351. Потенциальная кривая двуатомной молекулы.

Также при тесном сближении ядер сила f не будет выражаться формулой (1): она начнет возрастать значительно быстрее. В соответствии с этим и истинная потенциальная кривая (сплошная кривая на рис. 351) имеет лишь в средней части параболический вид: ее правая ветвь идет более полого и асимптотически приближается к постоянному значению W_{p0} ; ее левая ветвь возрастает очень круто при приближении к оси ординат. Потенциальная энергия в минимуме ($r = r_0$) условно положена равной нулю.

В квантовой механике показывается, что полная энергия колебаний ядер $W_{\text{кол}}$ при наличии квазиупругой силы (1) может принимать лишь значения, определяемые равенством:

$$W_{\text{кол}} = (n + 1/2) a, \quad (2)$$

где n — целое число, равное 0, 1, 2, ...; это число носит название *колебательного квантового числа*, константа a выражается формулой:

$$a = \hbar \sqrt{\frac{k}{M}}; \quad (3)$$

здесь M — приведенная масса молекулы, равная

$$M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad (4)$$

где m_1 и m_2 — массы обоих ядер.

Формула (2) дает ряд равноотстоящих уровней, причем самый глубокий уровень лежит при значении $W_{\text{кол}} = \frac{1}{2}a$; нулевой уровень невозможен. Это означает, что *ни при каких условиях ядра в молекуле не могут покоиться, они всегда совершают колебания, лишь с разной амплитудой.*

Когда сила взаимодействия между ядрами отличается от квазиупругой, то и энергия $W_{\text{кол}}$ перестает выражаться формулой (2).

Приближенно ее можно выразить формулой вида:

$$W_{\text{кол}} = (n + \frac{1}{2})a - (n + \frac{1}{2})^2 b, \quad (5)$$

где a и b — константы, причем $b < a$.

Объединяя формулы (2) и (5), имеем: в нижней части потенциальной кривой, где она близка к параболе, энергетические уровни располагаются на равных расстояниях; по мере того как потенциальная кривая отступает от параболы, уровни в соответствии с формулой (5) начинают располагаться все теснее и теснее друг к другу, не переходя за предел, соответствующий значению энергии W_{p0} (рис. 352). Это постоянное значение потенциальной энергии приобретает, когда оба ядра бесконечно удалены друг от друга, т. е. когда молекула диссоциирована на две части.

В области, где справедлива формула (2), выполняется следующее правило отбора для колебательного квантового числа:

$$\Delta n = \pm 1. \quad (6)$$

Это означает, что возможны переходы лишь между соседними уровнями. Процессу испускания света соответствует случай $\Delta n = -1$.

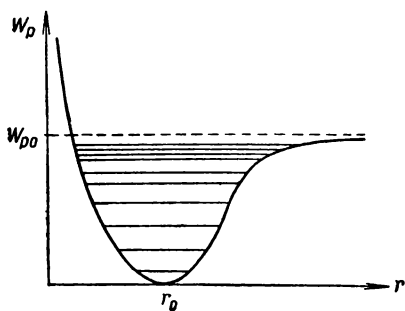


Рис. 352. Колебательные уровни молекулы.

При этом будет испускаться свет с частотой (в сек^{-1})

$$\nu = \frac{W'_{\text{кол}} - W_{\text{кол}}}{h} = \frac{a}{h} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}. \quad (7)$$

Заметим, что величина $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}$ представляет собой собственную частоту колебаний ядер ν_0 под влиянием квазиупругой силы (1). Таким образом, частота излучения света ν совпадает с частотой собственных колебаний ядер ν_0 .

Если частоту ν выражать, как обычно, в см^{-1} , то вместо формулы (7) мы получим

$$\nu = \frac{1}{2\pi c} \sqrt{\frac{k}{M}}. \quad (7a)$$

Колебательные уровни молекул расположены на сравнительно близких расстояниях друг от друга, так что частота ν колебательного спектра молекул относится к инфракрасной области спектра с длиной волны в несколько микрон.

При отступлении силы взаимодействия ядер от квазиупругого характера правило отбора (6) нарушается и становятся возможными переходы $\Delta n = \pm 2, \pm 3, \dots$. При этом для определения частоты испущенного света ν надо пользоваться выражением для энергии колебаний (5). Если член $(n + 1/2)^2 b$ еще остается малым, то переходам $\Delta n = -2, -3, \dots$ приближенно соответствует испускание частот

$$\nu = 2\nu_0, 3\nu_0, \dots \quad (8)$$

Благодаря этому оказывается, что колебательный спектр двуатомной молекулы состоит из „основного тона“ ν_0 и „обертонов“ $2\nu_0, 3\nu_0, \dots$. Приведем пример: для молекулы СО „основной тон“ соответствует длине волны $\lambda = 4,67 \text{ мк}$, два последующих обертона лежат при $\lambda = 2,35 \text{ мк}$ и $1,58 \text{ мк}$. При точном выполнении соотношения (8) их длина волн равнялась бы $2,33 \text{ мк}$ и $1,56 \text{ мк}$.

Каждому переходу между двумя определенными энергетическими уровнями W' и W соответствует испускание монохроматической частоты $\nu = \frac{W' - W}{h}$. Поэтому, если бы в молекуле существовали лишь колебательные движения ядер, то ее спектр состоял бы из отдельных линий. В действительности на каждое колебательное движение накладывается вращательное движение молекулы. Это ведет, как мы увидим в следующем параграфе, к замене отдельной линии целой „полосой“, состоящей из большого числа тесно расположенных линий. Следовательно, каждому переходу между двумя колебательными состояниями молекулы отвечает не одна линия, а полоса. Тем не менее мы будем пока характеризовать такую полосу одной

частотой ν — той частотой, которая возникла бы при отсутствии вращения молекулы.

В атомах электронная оболочка может находиться в различных энергетических состояниях. Также и в молекулах электронная оболочка может находиться в нескольких различных состояниях. Рассмотрим нормальную электронную конфигурацию с энергией $W_{эл}$ и возбужденную — с энергией $W'_{эл}$. Каждой из этих электронных конфигураций соответствуют свои колебания ядер. В результате мы получим два набора колебательных уровней $W_{кол}$ и $W'_{кол}$ (рис. 353). Обозначим квантовые числа, соответствующие этим двум наборам уровней, через n и n' . При переходе между уровнями двух групп испустится свет с частотой

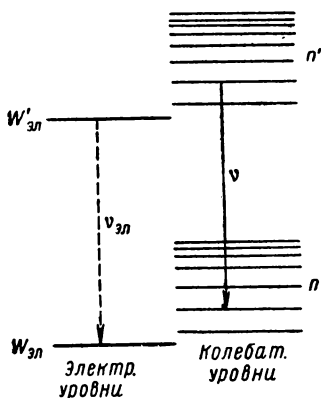


Рис. 353. Колебательные уровни, соответствующие различным электронным состояниям.

$$\nu = \frac{W'_{эл} - W_{эл}}{h} + \frac{W'_{кол} - W_{кол}}{h}.$$

Обозначив $\frac{W'_{эл} - W_{эл}}{h}$ через $\nu_{эл}$, получим

$$\nu = \nu_{эл} + \frac{W'_{кол} - W_{кол}}{h}. \quad (9)$$

Для данной пары электронных состояний $\nu_{эл}$ постоянно. Энергии $W'_{кол}$ и $W_{кол}$ выражаются формулами вида (2) или (5), причем постоянные a и b будут для них несколько различны, так как силы взаимодействия между ядрами зависят от состояния

электронов. Переходы между обеими группами уровней возможны при любых значениях разности $n - n'$.

В действительности на каждое колебательное состояние молекулы снова наложится вращательное движение и каждому переходу $n' \rightarrow n$ будет соответствовать полоса. Спектр, образованный такой системой полос, носит название *электронно-колебательного*. Благодаря аддитивному члену $\nu_{эл}$ в формуле (9) этот спектр располагается в видимой области спектра или в близкой к ней.

Рассмотрим сперва электронно-колебательный спектр поглощения. Пусть нормально молекула находится в самом нижнем энергетическом состоянии W_0 (рис. 354a). Переходам на более высокие уровни нижней группы соответствуют инфракрасные полосы поглощения с частотой „основного тона“ и „обертонов“. Переходам на уровни верхней группы соответствуют полосы в видимой области спектра (или в близких к ней областях). Верхние колебательные уровни спектра расположены на одинаковых расстояниях друг от друга,

а затем сближаются по мере приближения к предельному значению энергии, отмеченному пунктиром на рис. 354 а. Благодаря этому

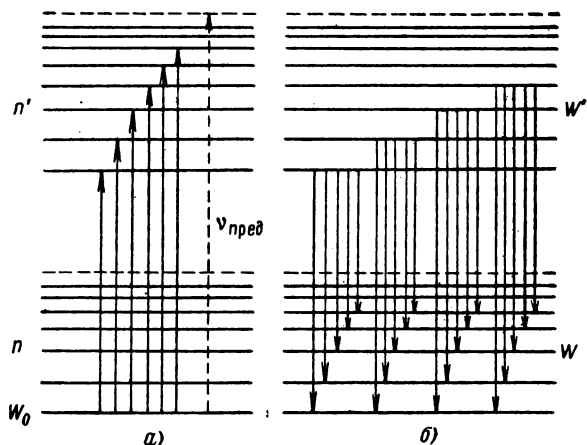


Рис. 354. Возникновение электронно-колебательных полос: а — поглощения; б — испускания.

и электронно-колебательные полосы поглощения вначале расположены на одинаковых расстояниях друг от друга, а затем (при продвижении в сторону больших частот) располагаются все теснее и теснее, не переходя граничного значения $\nu_{\text{пред}}$. Таким образом, электронно-колебательный спектр поглощения двуатомной молекулы в некоторой степени похож на спектр поглощения атомов, где поглощаются линии главной серии.

Рассмотрим теперь электронно-колебательный спектр испускания. Здесь возможны любые переходы между группами верхних и нижних колебательных уровней (рис. 354 б). Благодаря этому возникает сложная система полос. Частоты этой системы можно представить в виде таблички (табл. XXVI), где через ν_{ik} обозначена частота полосы, возникающей при переходе $n'_i \rightarrow n_k$. Как видно, система может быть разбита на отдельные

Таблица XXVI

$n' \backslash n$	0	1	2	3	4
0	ν_{00}	ν_{10}	ν_{20}	ν_{30}	ν_{40}
1	ν_{01}	ν_{11}	ν_{21}	ν_{31}	ν_{41}
2	ν_{02}	ν_{12}	ν_{22}	ν_{32}	ν_{42}
3	ν_{03}	ν_{13}	ν_{23}	ν_{33}	ν_{43}
4	ν_{04}	ν_{14}	ν_{24}	ν_{34}	ν_{44}

группы, соответствующие столбцам и строкам таблицы. В каждом столбце стоят частоты полос, возникающих при переходах с одного верхнего уровня на все возможные нижние уровни. В каждой строке стоят частоты полос, возникающих при переходе на данный нижний уровень со всех возможных верхних уровней.

Схема колебательных уровней экспериментально подтверждается опытами над флюоресценцией двуатомных паров. Эти опыты проводятся так же, как опыты по флюоресценции в атомных спектрах (рис. 328). Пусть все молекулы находятся в самом нижнем состоянии $n=0$. При освещении паров монохроматическим светом

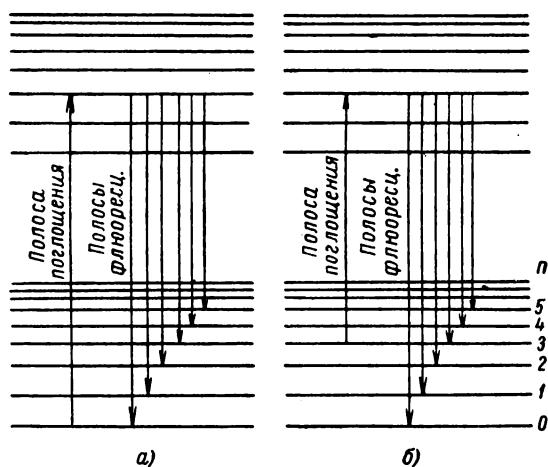


Рис. 355. Возникновение полос флюоресценции:
а — удовлетворяющих правилу Стокса; б — противоречащих правилу Стокса.

с частотой ν_{i0} молекулы будут переведены из нормального состояния в состояние с $n'=l$. Обратно из этого состояния с $n'=l$ молекула может перейти в любое нижнее колебательное состояние (рис. 355 а), в результате чего в спектре флюоресценции будет присутствовать группа полос, принадлежащих к одному столбцу табл. XXVI, с частотами ν_{ik} , где $k=0, 1, 2, 3, \dots$

Таким образом, спектр флюоресценции окажется гораздо сложнее возбуждающего спектра (в нашем случае одна полоса с частотой ν_{i0}). В спектре флюоресценции все частоты, кроме совпадающей с частотой ν_{i0} , меньше частоты возбуждающего света: $\nu_{ik} < \nu_{i0}$ при $k=1, 2, 3, \dots$. Другими словами, *спектр флюоресценции содержит свет длин волн, равных или больших длины волны возбуждающего света*; он сдвинут по отношению к возбуждающему спектру в красную сторону. Этот вывод был получен на основе анализа опытного мате-

риала Стоксом еще задолго до появления теории молекулярных спектров и носит название *правила Стокса*.

Отступления от правила Стокса возможны в случае, если первоначально часть молекул находится в возбужденных колебательных состояниях, что может произойти за счет теплового движения.

Если, например, часть молекул находится в возбужденном колебательном состоянии с $n=3$ (рис. 355 б) то при поглощении света с частотой ν_{i3} в спектре флюоресценции будут присутствовать как полосы с частотами ν_{ik} ($k=3, 4, 5, \dots$), удовлетворяющие правилу Стокса, так и полосы с частотами ν_{i2} , ν_{i1} , ν_{i0} , противоречащие правилу Стокса.

§ 356. Вращательные спектры молекул. Энергия вращения жесткой двуатомной молекулы, как показывает квантовая механика, может принимать значения:

$$W_{\text{вр}} = \frac{\hbar^2}{2J} m(m+1), \quad (1)$$

где $m=0, 1, 2, 3, \dots$ — *вращательное квантовое число*. Величина J представляет собою момент инерции молекулы. Как видно из формулы (1), вращательные уровни с увеличением m располагаются все дальше и дальше друг от друга (рис. 356). Предположим, что молекула находится в нормальном электронном состоянии и в самом глубоком колебательном состоянии ($n=0$). Рассмотрим переходы между вращательными уровнями. Эти переходы подчиняются правилу отбора:

$$\Delta m = \pm 1. \quad (2)$$

Значение $\Delta m = -1$ соответствует процессу испускания света, значение $\Delta m = +1$ — процессу поглощения света.

Найдем частоту света ν , испускаемого при переходе между двумя соседними вращательными уровнями, характеризуемыми квантовыми числами m' и $m = m' - 1$. По формуле (1) это частота равна (в см^{-1})

$$\nu = \frac{\Delta W_{\text{вр}}}{hc} = \frac{\hbar^2}{2Jhc} [m'(m'+1) - (m'-1)m']$$

или

$$\nu = \frac{\hbar}{4\pi Jc} 2m'. \quad (3)$$

Штрих у квантового числа m означает, что мы ведем счет линий по квантовым числам верхних уровней. Введем обозначение:

$$\frac{\hbar}{4\pi Jc} = B, \quad (4)$$

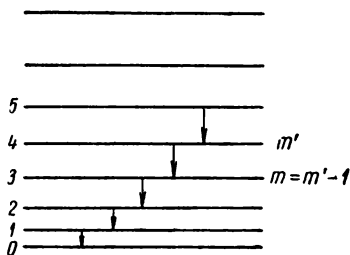


Рис. 356. Вращательные уровни молекулы.

тогда для частоты ν получаем

$$\nu = 2Bm', \quad (3a)$$

где $m' = 1, 2, 3, \dots$ (значение $m' = 0$ соответствует самому нижнему уровню, с которого переход с излучением невозможен). Формула (3a) дает ряд линий, находящихся на одинаковом расстоянии друг от друга. Эти линии расположены в далекой инфракрасной области, с длиной волны порядка сотни микрон. Окончательно имеем: чисто вращательный спектр двуатомных молекул состоит из ряда равноотстоящих линий, расположенных в очень далекой инфракрасной области.

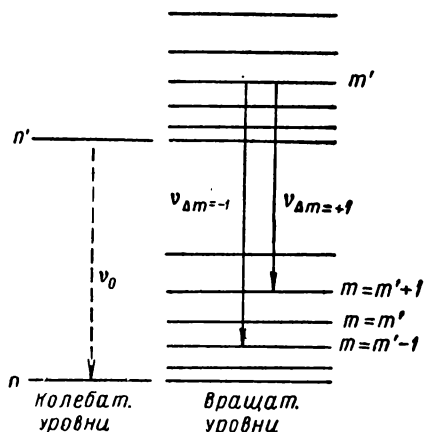


Рис. 357. Колебательно-вращательные уровни молекулы.

Расстояние между соседними линиями позволяет найти константу B , которая по формуле (4) связана с моментом инерции молекулы J . Для моментов инерции получаются значения порядка $10^{-40} \text{ г} \cdot \text{см}^2$, например, $J = 2,61 \cdot 10^{-40} \text{ г} \cdot \text{см}^2$ для молекулы HCl .

По известным значениям масс ядер можно вычислить равновесное расстояние r_0 между ними в двуатомной молекуле. Для молекул CH получаем $r_0 = 1,12 \text{ \AA}$, что согласуется с размерами молекул, найденными из других соображений.

Формула (1) для энергии вращения молекулы приближенна.

При значительных угловых скоростях вращения молекулы ее нельзя считать жесткой: равновесное расстояние r_0 между ядрами увеличивается из-за действия центробежных сил. Тогда формулу (1) надо заменить формулой вида:

$$W_{\text{вр}} = hc [Bm(m+1) - Cm^2(m+1)^2],$$

где C — вторая константа, меньшая чем B .

Рассмотрим теперь случай, когда имеются два колебательных уровня n и n' , принадлежащих к одной и той же электронной конфигурации. Благодаря вращению молекулы каждый из колебательных уровней распадается на ряд вращательных, характеризующихся квантовыми числами m и m' (рис. 357). Частота света, испускаемого при переходе с одной группы вращательных уровней на другую, равна (в см^{-1})

$$\nu = \frac{\Delta W_{\text{кол}}}{hc} + \frac{\Delta W_{\text{вр}}}{hc}.$$

Частота $\nu_0 = \frac{\Delta W_{\text{кол}}}{hc}$ испускалась бы при отсутствии вращения. При $n - n' = -1$ это был бы „основной тон“ колебательного спектра молекулы (§ 355). Теперь, благодаря вращению молекулы, спектр становится сложнее. Воспользуемся для вращательной энергии $W_{\text{вр}}$ выражением (1). Тогда получим

$$\nu = \nu_0 + B[m'(m' + 1) - m(m + 1)]. \quad (5)$$

По правилу отбора (2) $\Delta m = m - m' = \pm 1$. В случае $\Delta m = -1$ имеем $m = m' - 1$, и формула (5) дает

$$\nu = \nu_0 + 2Bm', \quad \text{где } m' = 1, 2, 3, \dots \quad (5a)$$

Также для случая $\Delta m = +1$ получим

$$\nu = \nu_0 - 2B(m' + 1), \quad \text{где } m' = 0, 1, 2, \dots \quad (5b)$$

Формулы (5a) и (5b) дают две группы или, как принято говорить, две *ветви* линий. Первая из них ($\Delta m = -1$) называется *отрицательной* или *R-ветвью*, вторая ($\Delta m = +1$) — *положительной* или *P-ветвью*. Для того чтобы яснее представить себе

расположение линий в обеих ветвях, сделаем следующее графическое построение. Отложим по оси ординат значения целых чисел m' , а по оси абсцисс — частоты ν (рис. 358). Выражениям (5a) и (5b), рассматриваемым как непрерывные функции от m' , будут соответствовать две прямые *P* и *R*. Абсциссы

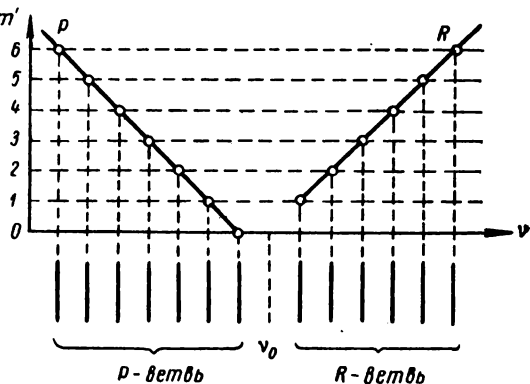


Рис. 358. График *P*- и *R*-ветвей колебательно-вращательного спектра.

тех точек прямых, которые соответствуют целым значениям m' (на рис. 358 отмечены кружками), дадут положения линий в обеих ветвях. Линии обеих ветвей расположены симметрично относительно точки $\nu = \nu_0$. В каждой из ветвей линии отстоят на одинаковых расстояниях $2B$ одна от другой; ветви отстоят друг от друга на расстоянии $4B$. Частота ν_0 , которая соответствовала бы переходу между колебательными уровнями n' , n при отсутствии вращения молекулы, в спектре не наблюдается. Это происходит оттого, что она соответствует „запрещенному“ переходу $\Delta m = 0$. Линии *P*-ветви лежат в сторону меньших частот (больших длин волн) от ν_0 ; линии

R -ветви лежат в сторону больших частот (меньших длин волн) от ν_0 . Спектр указанного типа носит название *колебательно-вращательного*. Благодаря аддитивной постоянной ν_0 колебательно-вращательный спектр сдвинут относительно чисто вращательного в сторону меньших длин волн; он лежит при λ , равном нескольким микронам — для легких молекул и нескольким десяткам микронов — для более тяжелых молекул.

По разности частот между линиями колебательно-вращательного спектра можно, как и по разностям частот линий чисто вращательного спектра, найти момент инерции молекулы J . Интенсивности линий в колебательно-вращательном спектре поглощения имеют характерный ход, представленный для молекулы HCl на рис. 359. При наблюдении такой группы линий с помощью прибора недостаточной

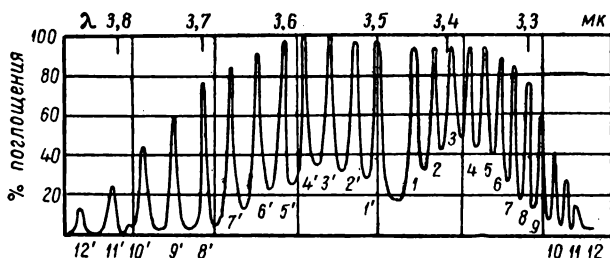


Рис. 359. Колебательно-вращательный спектр молекулы HCl .

разрешающей силы отдельные линии в каждой ветви сливаются и образуются две широкие полосы.

Наконец, рассмотрим случай, когда одновременно меняются все три типа энергии: электронная, колебательная и вращательная. Тогда частота света ν , испускаемого при переходе между данной парой уровней (рис. 360), равна (в см^{-1}):

$$\nu = \frac{\Delta W_{\text{эл}}}{hc} + \frac{\Delta W_{\text{кол}}}{hc} + \frac{\Delta W_{\text{вр}}}{hc}.$$

Обозначим

$$\frac{\Delta W_{\text{эл}}}{hc} + \frac{\Delta W_{\text{кол}}}{hc} = \nu_{\text{эк}},$$

тогда

$$\nu = \nu_{\text{эк}} + \frac{\Delta W_{\text{вр}}}{hc}.$$

При данном $\nu_{\text{эк}}$ мы имеем дело с определенной полосой электронно-колебательного спектра (§ 355). Различным возможным значениям $\Delta W_{\text{вр}}$ соответствуют отдельные линии полосы. Таким образом,

оказывается, что каждая полоса электронно-колебательного спектра обладает сложной вращательной структурой.

Определим положение отдельных линий в полосе. Для этого воспользуемся для $W_{\text{вр}}$ выражением (1). Мы должны теперь, однако, иметь в виду, что при различных электронных конфигурациях силы взаимодействия между ядрами различны, а следовательно, различны и равновесные расстояния r_0 и моменты инерции J . Поэтому для обеих групп вращательных уровней постоянные B будут разными.

В результате мы получим, что

$$\nu = \nu_{\text{ЭК}} + B'm'(m' + 1) - Bm(m + 1). \quad (6)$$

По правилу отбора (2), $m - m' = \pm 1$; это правило справедливо, когда оба вращательных состояния относятся к одной и той же электронной конфигурации. Если электронные конфигурации разные, то, вообще говоря, становятся возможными и переходы $m - m' = 0$ (кроме случая, когда $m = m' = 0$). Поэтому, наряду с P -ветвью ($m - m' = +1$) и R -ветвью ($m - m' = -1$), появляется еще третья ветвь, называемая Q -ветвью (или нулевой), соответствующая переходу $m - m' = 0$.

Рассмотрим образование этих трех ветвей в отдельности.

1) P -ветвь: $m - m' = +1$.

По формуле (6) имеем

$$\nu = \nu_{\text{ЭК}} + B'm'(m' + 1) - B(m' + 1)(m' + 2).$$

После простых алгебраических преобразований эта формула принимает вид:

$$\nu = \nu_{\text{ЭК}} + (B' - B)(m' + 1)^2 - (B' + B)(m' + 1). \quad (6a)$$

где

$$m' = 0, 1, 2, 3, \dots$$

2) Q -ветвь: $m - m' = 0$.

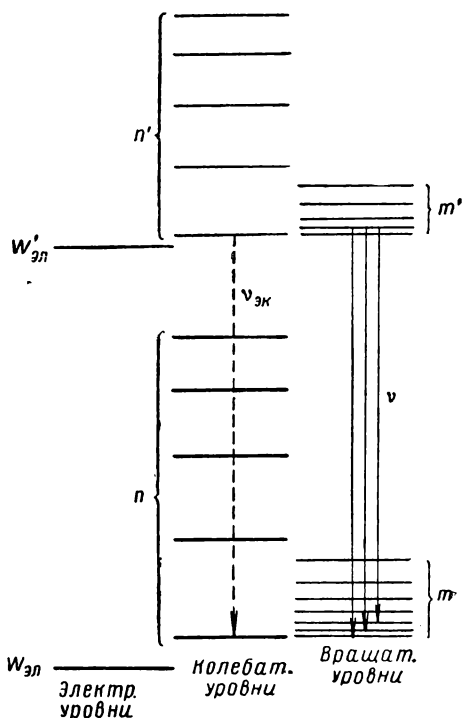


Рис. 360. Электронные, колебательные и вращательные уровни двухатомных молекул.

Для частоты ν , по (6), находим

$$\nu = \nu_{\text{ЭК}} + (B' - B) m'^2 + (B' - B) m', \quad (6б)$$

где $m' = 1, 2, 3, \dots$

3) R -ветвь: $m - m' = -1$.

В этом случае формула (6) дает

$$\nu = \nu_{\text{ЭК}} + (B' - B) m'^2 + (B' + B) m', \quad (6в)$$

где $m' = 1, 2, 3, \dots$

Все три ветви могут быть представлены с помощью графика (рис. 361), аналогичного графику рис. 358, где по оси абсцисс отложены частоты ν , а по оси ординат — целые числа m' . Для каждой

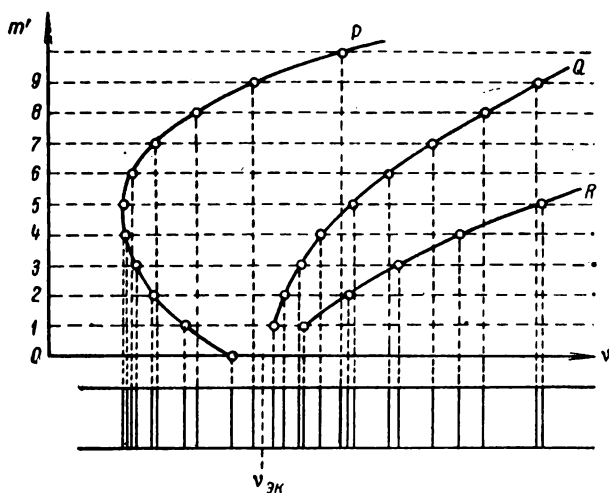


Рис. 361. График P -, Q - и R -ветвей электронно-колебательно-вращательного спектра.

ветви мы получаем кривые, которые по уравнениям (6а), (6б) и (6в) оказываются парабололами. Положения линий в ветвях определяются абсциссами тех точек кривых P , Q , R , которые соответствуют целым значениям m' . Линии отдельных ветвей перекрываются. В месте $\nu = \nu_{\text{ЭК}}$ линия отсутствует, так как переход $m' = 0 \rightarrow m = 0$ „запрещен“. Как видно, линии располагаются густо вблизи $\nu = \nu_{\text{ЭК}}$ (особенно в месте перегиба P -ветви). Если $B' > B$, то P -ветвь перегибается в направлении возрастающих частот (этот случай изображен на рис. 361). Тогда линии в полосе разбегаются в сторону больших частот; про такую полосу говорят, что она оттенена в фиолетовую сторону спектра. При $B' < B$ полоса оттенена в красную сторону

спектра. Встречаются оба типа полос. Случай $B' > B$ означает, что молекула имеет в возбужденном электронном состоянии меньший момент инерции, а следовательно, и меньшее равновесное расстояние r_0 между ядрами, чем в нормальном.

Так как B обратно пропорционально моменту инерции молекулы, то легкие молекулы имеют более широкую вращательную структуру полос, а тяжелые молекулы — более узкую. Например, для молекулы LiH отдельные линии в полосе расставлены довольно широко, в то время как в тяжелой молекуле J_2 они расположены чрезвычайно тесно.

§ 357. Электронные состояния двуатомной молекулы. Как мы указали в § 354, внутренние электроны в молекуле образуют около ядер те же замкнутые оболочки, какие имеются в свободных атомах. Внешние же электроны в молекулах находятся в совершенно иных условиях, чем в атомах: они движутся в электрическом поле обоих ядер. Это электрическое поле обладает осевой симметрией, причем осью симметрии является прямая, соединяющая оба ядра. Таким образом, в двуатомной молекуле существует преимущественное направление, относительно которого внешние электроны ориентируются. Поэтому применительно к двуатомной молекуле имеет смысл говорить не о самом орбитальном моменте электрона p_l , а лишь о его проекции p_{lz} на ось молекулы. Величина этой проекции принимает значения $p_{lz} = \lambda \hbar$, где λ — квантовое число, равное 0, 1, 2, ... Квантовое число λ аналогично квантовому числу m_l , определяющему в атомах величину проекции момента p_l на направление внешнего поля. При каждом данном значении λ (кроме $\lambda = 0$) возможны еще два разных направления проекции на ось молекулы. Электронные состояния, соответствующие различным значениям λ , обозначаются, как и в атомах, буквами, но вместо латинских употребляются греческие буквы. При этом

значениям λ , равным 0 1 2 ...
соответствуют буквы σ π δ ...

Если в состав электронной оболочки входит несколько электронов, то состояние этой оболочки можно характеризовать суммарным значением проекций моментов на ось молекулы, т. е. суммой $\sum p_{lz}$. Значение этой суммы определится квантовым числом Λ , равным алгебраической сумме квантовых чисел λ_i :

$$\Lambda = \sum \lambda_i. \quad (1)$$

Состояние электронной оболочки молекулы также обозначается буквами, причем

значениям Λ , равным . . . 0 1 2 ...
соответствуют буквы . . . Σ Π Δ ...

Очевидно, двум σ -электронам соответствует единственное состояние Σ , так как оба квантовых числа λ_1 и λ_2 равны нулю. В случае двух π -электронов $\lambda_1 = 1$ и $\lambda_2 = 1$ и по формуле (1) квантовое число Λ может принимать два значения: $1 - 1 = 0$ и $1 + 1 = 2$. В первом случае состояние оболочки характеризуется символом Σ , а во втором — символом Δ .

Спиновый момент каждого электрона в молекуле характеризуется, как и в атоме, тем, что его проекция на преимущественное направление (в данном случае на ось молекулы) может принимать два следующих значения:

$$p_{sz} = \pm \frac{1}{2} \hbar.$$

Если в состав электронной оболочки входит несколько электронов, то следует рассматривать сумму проекций спиновых моментов электронов на ось молекулы. Эта сумма определяется квантовым числом, обозначаемым греческой буквой Σ (не смешивать с обозначением состояния электронной оболочки молекулы с $\Lambda = 0$). Наконец, полную сумму проекций всех моментов (орбитальных и спиновых) определяют с помощью квантового числа $\Omega = \Lambda + \Sigma$. При каждом данном Λ квантовое число Ω может принимать $2S + 1$ различное

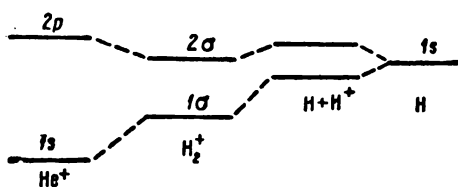


Рис. 362. Сопоставление уровней молекулярного иона H_2^+ с уровнями атомарного водорода H и иона гелия He^+ .

значение, соответственно $2S + 1$ различным возможным ориентациям результирующего спинового момента электронов относительно оси молекулы [S — квантовое число результирующего спинового момента электронов (см. § 349)]. Таким образом, как и в случае атомов, мы имеем мультиплетное расщепление уровней. Степень мультиплетности обозначается числом, которое ставится слева сверху у символа терма; значение квантового числа Ω ставится в виде

$$\Omega = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \quad \Omega = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

В результате мы получаем дублетное Π -состояние: $^2\Pi_{1/2}$ и $^2\Pi_{3/2}$.

Электроны в молекуле, так же как и в атоме, удовлетворяют принципу Паули. Благодаря этому оказывается, что в молекуле не может существовать больше двух σ -электронов, больше четырех π -электронов и больше четырех δ -электронов.

Переходы между уровнями удовлетворяют правилу отбора:

$$\Delta\Lambda = 0, \pm 1.$$

Энергетические уровни молекулы можно сопоставить уровням атомов, из которых молекула образовалась. Это можно сделать, мысленно сближая первоначально удаленные друг от друга на большое расстояние атомы и учиты-

вая их взаимное возмущение. Поясним этот метод на простейшем примере образования молекулярного иона H_2^+ . Этот ион можно считать образовавшимся из нейтрального атома водорода H и протона H^+ . Пока эти две частицы были сильно удалены друг от друга, атом водорода обладал своим обычным набором уровней; наиболее глубоким состоянием его единственного электрона было состояние $1s$ (рис. 362, правая часть). При приближении протона к атому H , последний окажется в электрическом поле протона и в нем произойдет явление Штарка; в результате уровень $1s$ расщепится на два. При еще большем сближении атома H и протона H^+ два расщепленных уровня испытывают смещение. Если, наконец, мы мысленно приблизим протон H^+ настолько близко к центру атома H , чтобы он слился с его ядром, то возникнет одна система из ядра с зарядом $E = +2e$ и одного электрона. Эта система представит собою ионизованный атом гелия He^+ (его изотоп с атомным весом 2). Уровнями этого иона будут, как можно показать, уровни $1s$ и $2p$ (левая часть рис. 362). Таким образом, расщепленный терм водорода $1s$ превратится в два уровня He^+ . Какое-то промежуточное положение частиц H и H^+ представит собою молекулярный ион H_2^+ с его молекулярными уровнями 1σ и 2σ , которые, таким образом, соответствуют одному уровню $1s$ атома водорода и двум уровням $1s$ и $2p$ иона гелия He^+ . Можно показать, что уровню 1σ соответствует потенциальная кривая с минимумом (кривая 1 на рис. 363) и, следовательно, устойчивое состояние молекулы $^2\Sigma$. Состоянию 2σ соответствует непрерывно возрастающая потенциальная кривая (кривая 2 на рис. 363). Это означает, что в данном состоянии между частицами H и H^+ все время действуют силы отталкивания и не образуется устойчивой молекулы.

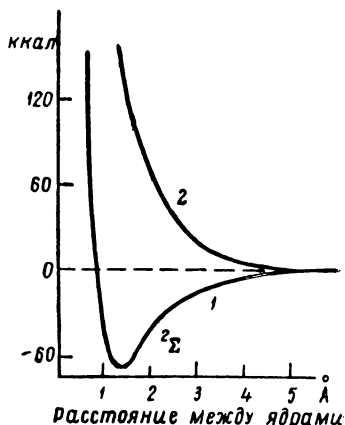


Рис. 363. Потенциальные кривые молекулярного иона H_2^+ .

§ 358. Диссоциация молекул. В § 355 мы уже отметили, что место сбегания колебательных уровней соответствует бесконечному удалению ядер, т. е. процессу диссоциации молекулы. Энергия диссоциации D („теплота“ диссоциации) определяется работой перевода молекулы из нормального состояния в диссоциированное. Эта работа близка к значению W_{p0} (рис. 364). Она в точности равнялась бы W_{p0} , если бы молекула в нормальном состоянии не совершала колебаний. В действительности, как мы видели (§ 355), существует „нулевая“ ($n=0$) энергия колебаний, равная $\frac{1}{2}a$. Поэтому энергия диссоциации $D = W_{p0} - \frac{1}{2}a$. Но, так как $\frac{1}{2}a \ll W_{p0}$, то приближенно мы будем считать

$$D = W_{p0}. \quad (1)$$

Рассмотрим методы определения энергии диссоциации D . Эта энергия может быть найдена по методу сбегающих колебательных уровней. Найдя из электронно-колебательного спектра частоты, относящиеся к одному столбцу (данный верхний и различные нижние уровни) $\nu_{10}, \nu_{11}, \nu_{12}, \nu_{13}, \dots$ (см. табл. XXVI), надо интерполировать их ряд к тому значению $\nu_{\text{пред}}$, при котором разность между последующими частотами $\Delta\nu_{ik}$ стремится к нулю. Это значение $\nu_{\text{пред}}$ (выраженное в см^{-1}) будет связано с энергией диссоциации D соотношением $D = \nu_{\text{пред}} \cdot hc$.

Наряду с энергией диссоциации молекул D , соответствующей молекуле в нормальном электронном состоянии, можно определить

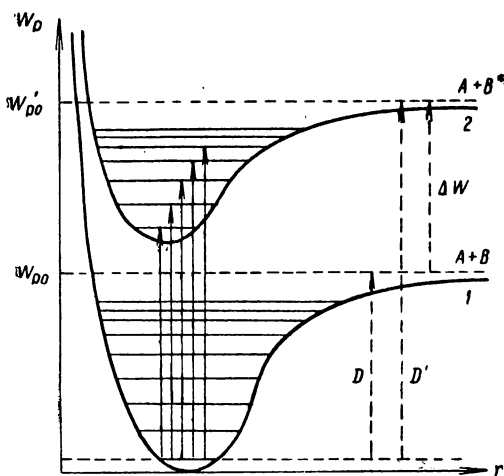


Рис. 364. Энергии диссоциации: D — невозбужденной молекулы; D' — возбужденной молекулы.

и энергию диссоциации молекулы D' в возбужденном электронном состоянии. Потенциальная кривая, соответствующая возбужденному состоянию молекулы, изобразится кривой 2 на рис. 364, лежащей всеми своими точками выше кривой 1, относящейся к нормальной молекуле. Энергия диссоциации D' равна значению потенциальной энергии W'_{D0} (при пренебрежении „нулевой“ энергией $\frac{1}{2} a$):

$$D' = W'_{D0}. \quad (2)$$

Значение D' может быть найдено по наблюдению спектра поглощения молекул. Электронно-колебательный спектр поглощения состоит из полос, возникающих при переходе с нижнего уровня на ряд последующих колебательных уровней возбужденной молекулы (отмечены стрелками на рис. 364). Им соответствует ряд сбегающих полос поглощения (рис. 365). За пределом сбегающих полос лежит область сплошного поглощения, когда часть энергии поглощенного света идет на сообщение частям диссоциирующей молекулы кинетической энергии. Находя путем интерполирования предел сбегающих полос $\nu'_{\text{пред}}$, мы непосредственно найдем и энергию диссоциации молекулы $D' = \nu'_{\text{пред}} \cdot hc$. Этот метод совершенно аналогичен методу нахождения потенциала ионизации атома по пределу главной

серии, которая также может наблюдаться в поглощении (рис. 342). Оба процесса аналогичны: в случае атома при возрастании энергии поглощаемого фотона электрон переводится на все более высокие энергетические уровни, пока он не будет вовсе удален за пределы атома; в случае молекулы, при возрастании энергии поглощаемого фотона, молекула переводится на все более высокие колебательные уровни, пока она не распадется. Обоим процессам — фотоионизации и диссоциации — соответствует сплошной спектр поглощения, лежащий соответственно либо за пределом главной серии атома, либо за пределом полос поглощения молекулы.

Между обеими энергиями диссоциации D и D' имеется определенная связь. При диссоциации нормальной молекулы возникают два атома также в нормальных состояниях, которые обозначены на

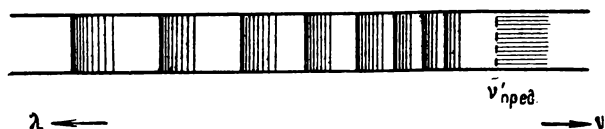


Рис. 365. Система полос поглощения.

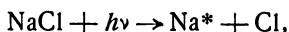
рис. 364 символом $A+B$. При диссоциации возбужденной молекулы один из образующихся атомов также возбужден, что отмечено звездочкой на рис. 364. Разность между энергиями W'_{p0} и W_{p0} равна энергии возбуждения атома ΔW . Поэтому в силу соотношений (1) и (2) получаем:

$$D' = D + \Delta W. \quad (3)$$

Если известна энергия возбуждения атома, то по равенству (3), зная одну из энергий диссоциации D или D' , можно найти другую.

На равенстве (3) основан метод А. Н. Теренина определения энергий диссоциации молекул. Метод Теренина сводится к наблюдению спектра флюоресценции. При освещении пара, состоящего из двуатомных молекул, светом с частотой, совпадающей с частотой одной из полос поглощения, в спектре флюоресценции также наблюдаются молекулярные полосы. Если же частота возбуждающего света $\nu > \nu'_{пред}$, то молекула диссоциирует, и появляются возбужденные атомы. Эти атомы, возвращаясь в нормальное состояние, испускают атомную линию. Таким образом, начало процесса диссоциации становится заметным по появлению в спектре флюоресценции атомной линии. Наименьшая частота, при которой появляется атомная линия, дает значение $\nu'_{пред}$, по которому определяется D' . Метод был применен к парам различных щелочногалогенных соединений. Рассмотрим, например, случай пара, состоящего из молекул NaCl . Если

частота возбуждающего света $\nu > \nu'_{\text{пред}}$, то произойдет процесс фото-диссоциации по следующей схеме:



где Na^* означает возбужденный атом натрия. Этот атом находится в состоянии 2P. Возвращаясь в нормальное состояние 1S, он испустит желтую линию $\nu = 1S - 2P$. Появление именно желтых D-линий натрия и наблюдалось Терениным при освещении паров NaCl ультрафиолетовым светом с длиной волны меньше 2000\AA .

Энергии диссоциации двуатомных молекул составляют величины порядка нескольких электрон-вольт, т. е. нескольких десятков тысяч калорий на моль. Так, для NaCl энергия диссоциации $D = 97,7 \text{ ккал/моль}$.

Наряду с устойчивыми состояниями, молекулы могут обладать, как мы видели в § 357, и состояниями неустойчивыми, которым отвечает потенциальная кривая без минимума.

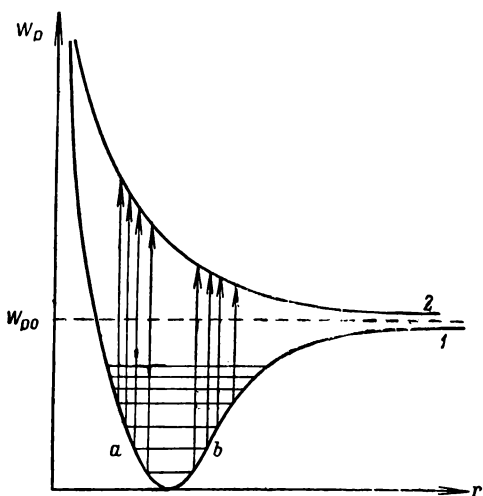


Рис. 366. Возникновение сплошного спектра поглощения при переходе с устойчивой на неустойчивую потенциальную кривую.

Диссоциация молекулы может происходить и при переводе молекулы из устойчивого состояния в неустойчивое. Процессу перевода молекулы на неустойчивую кривую соответствует область сплошного спектра поглощения. Так как неустойчивое состояние не проквантовано, оно не характеризуется прерывным рядом энергетических уровней, но ведет к любым значениям энергий в некотором определенном интервале. Опыт показывает, что такой сплошной спектр, ведущий к диссоциации, охватывает лишь определенные участки длин волн. Он имеет вид широких размытых полос поглощения. Эти полосы отличаются от рассмотренных нами выше молекулярных полос тем, что они являются действительно «сплошными», т. е. не могут быть разрешены никаким спектральным прибором на отдельные линии.

Возникновение таких полос объясняется с помощью принципа, носящего название *принципа Франка — Кондона*. Этот принцип базируется на том соображении, что ядра молекул обладают относительно большой массой и колеблются сравнительно медленно. Перестройка же состояний движения легких электронов под влиянием поглощаемого света происходит чрезвычайно быстро. Поэтому переход под влиянием поглощаемого света с одной потенциальной кривой на другую происходит при неизменном расстоянии между ядрами.

Рассмотрим с точки зрения выполнимости принципа Франка — Кондона переход с устойчивой потенциальной кривой 1 (рис. 366) на неустойчивую кривую 2. Каждому значению полной энергии колеблющейся молекулы со-

ответствует на рис. 366 горизонтальная линия. В точках пересечения горизонтальных линий с потенциальной кривой (точки a и b) вся энергия — потенциальная, и кинетическая энергия колебания ядер — равна нулю; в остальных точках часть энергии потенциальная, часть кинетическая. В те моменты, когда кинетическая энергия равна нулю, ядра максимально смещены из своих положений равновесия, и их скорость проходит через значение нуль. При прохождении через положение равновесия ядра движутся с наибольшей скоростью. Поэтому чаще всего они находятся в положениях, близких к максимальным смещениям (аналогично, колеблющийся маятник больше времени находится в положениях, соответствующих его максимальным отклонениям). В результате и акт поглощения света чаще будет приходиться на те моменты, когда ядра наиболее смещены из положений равновесия, и переходы с кривой 1 на кривую 2 изобразятся двумя группами стрелок, проведенных из концов горизонтальных линий, изображающих полную энергию колеблющейся молекулы. Каждая стрелка должна по принципу Франка — Кондона соединять две точки кривых 1 и 2, имеющих одинаковые r . Одна из групп этих стрелок лежит в области, близкой к значениям $r = r_{\min}$, другая — в области, близкой к значениям $r = r_{\max}$. Первой из этих областей соответствует более коротковолновая полоса сплошного поглощения, а второй — более длинноволновая.

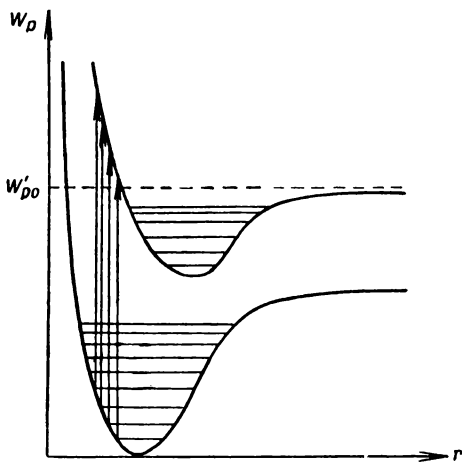


Рис. 367. Возникновение сплошного спектра поглощения при переходе между двумя устойчивыми кривыми.

Сплошное поглощение возможно и в тех случаях, когда обе потенциальные кривые устойчивы, но минимум кривой, относящейся к возбужденной молекуле, сдвинут в сторону больших значений r по сравнению с кривой потенциальной энергии нормальной молекулы (рис. 367). По принципу Франка — Кондона переходы между обеими кривыми снова должны происходить между точками с одинаковыми r . Поэтому переходы с областей нижней кривой, близких к значению $r = r_{\min}$, поведут к тому, что возбужденная молекула приобретет энергию $W_p > W'_{p0}$ (рис. 367). Ядра окажутся настолько сдвинутыми, что, отталкиваясь друг от друга, они перейдут через положение равновесия и разлетятся; молекула снова окажется диссоциированной.

Наряду с указанными процессами сплошного поглощения света возможны и процессы обратные: испускание молекулами сплошного спектра. Сплошной спектр испускается, когда два атома, сближаясь вдоль неустойчивой потенциальной кривой спонтанно («самопроизвольно»), переходят на устойчивую кривую. Однако такое испускание происходит редко. Более вероятно испускание сплошного спектра при переходе с более высокой устойчивой потенциальной кривой на более низкую неустойчивую. Примером может служить испускание интенсивного сплошного спектра при электрическом разряде в водороде.

Наконец, рассмотрим еще один процесс, носящий название преддиссоциации. Он наблюдается в тех случаях, когда две потенциальные кривые

пересекаются. Предположим, что неустойчивая потенциальная кривая 2 пересекает устойчивую кривую возбужденной молекулы 3 (рис. 368). Из квантовой механики следует, что если две энергетические кривые пересекаются, то существует определенная вероятность спонтанного перехода с одной из них на другую. Поэтому в случае, изображенном на рис. 368, возможен переход с колебательных уровней возбужденной молекулы (отмеченных штриховкой) на неустойчивую кривую, ведущую к диссоциации молекулы.

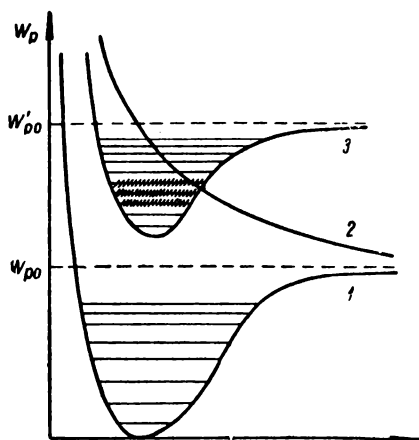


Рис. 368. Возникновение преддиссоциации молекулы.

Таким образом, диссоциация наступает, хотя возбужденная молекула еще не достигла энергии W'_{p0} . Более высокие колебательные уровни снова устойчивы. В спектре преддиссоциация проявляется в том, что часть полос становится слабой и размытой; это соответствует тому, что уровни, с которых возможен переход на неустойчивую кривую, обладают малой продолжительностью жизни.

§ 359. Влияние изотопии на молекулярные спектры. Как известно (т. II, § 219), почти для всех элементов существует по не-

скольку сортов атомов, называемых изотопами, которые различаются лишь атомными весами. Частоты колебательного и вращательного спектров молекул различны для разных изотопов одного и того же элемента. Это обусловлено тем, что частоты колебательных спектров $\nu_{\text{кол}}$ зависят от приведенной массы молекулы, а частоты вращательного спектра $\nu_{\text{вр}}$ — от момента инерции, который в свою очередь зависит от приведенной массы. Рассмотрим отдельно влияние изотопии на колебательные и вращательные спектры.

Частота колебательного спектра $\nu_{\text{кол}}$, по сказанному в § 355, равна

$$\nu_{\text{кол}} = \frac{\Delta n}{2\pi c} \sqrt{\frac{k}{M}}, \quad (1)$$

где M — приведенная масса молекулы и Δn — изменение колебательного квантового числа. Молекулы, отличающиеся друг от друга лишь изотопическим составом, имеют одинаковое число электронов, находящихся в одинаковых состояниях. Поэтому константы k для них одинаковы, и различны лишь приведенные массы M . Рассмотрим двуатомную молекулу AB . Пусть первый атом имеет лишь один изотоп A с массой m_A , а второй — два изотопа B и B' с массами m_B и $m_{B'}$. Тогда будут существовать два типа молекул AB и AB' с приведенными массами $M = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ и $M' = \frac{m_A m_{B'}}{m_A + m_{B'}}$. Атомные

веса изотопов данного элемента обычно различаются на одну или две единицы атомного веса. Поэтому для молекулы, состоящей из атомов с не очень малыми атомными весами, разность приведенных масс $\Delta M = M' - M$ мала по сравнению с самими приведенными массами M и M' .

По формуле (1) разность частот колебательных спектров $\Delta \nu_{\text{кол}} = \nu'_{\text{кол}} - \nu_{\text{кол}}$ обеих молекул AB' и AB равна

$$\Delta \nu_{\text{кол}} = \frac{\Delta n}{2\pi c} \left(\sqrt{\frac{k}{M'}} - \sqrt{\frac{k}{M}} \right)$$

или

$$\Delta \nu_{\text{кол}} = \frac{\Delta n}{2\pi c} \sqrt{\frac{k}{M}} \left(\sqrt{\frac{M}{M'}} - 1 \right).$$

Множитель, стоящий в правой части равенства перед скобками, равен, по (1), частоте $\nu_{\text{кол}}$, откуда получаем

$$\Delta \nu_{\text{кол}} = \nu_{\text{кол}} \left(\sqrt{\frac{M}{M'}} - 1 \right). \quad (2)$$

Так как $M = M' - \Delta M$, то

$$\frac{M}{M'} = 1 - \frac{\Delta M}{M'};$$

отсюда приближенно имеем

$$\sqrt{\frac{M}{M'}} = \sqrt{1 - \frac{\Delta M}{M'}} \cong 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta M}{M'},$$

после чего формула (2) принимает вид

$$\Delta \nu_{\text{кол}} = - \nu_{\text{кол}} \cdot \frac{1}{2} \frac{\Delta M}{M'}. \quad (2a)$$

Легко видеть, что если масса атома B много меньше массы атома A , то $\Delta M/M'$ приближенно равно $\Delta m_B/m_B$, где Δm_B — разность атомных весов обоих изотопов B и B' . Для атомов со средними атомными весами $\frac{\Delta M}{M'}$ есть величина порядка $\frac{1}{10} \sim \frac{1}{50}$, поэтому, как видно из формулы (2a), изотопический сдвиг колебательных частот довольно велик и может быть обнаружен с помощью приборов средней разрешающей силы. Так как $\nu_{\text{кол}}$ входит, как аддитивная величина, и в выражение частот электронно-колебательных спектров, то и все полосы электронно-колебательного спектра обнаруживают изотопический сдвиг. По сдвигу молекулярных полос были впервые обнаружены изотопы C^{13} , N^{15} , O^{17} , O^{18} и некоторые другие. Нормально в земных условиях тяжелый изотоп углерода C^{13} примешан в количестве около 10% к основному изотопу C^{12} . Тем не менее, благодаря большой чувствительности спектроскопического метода, молекулы $\text{C}^{12}\text{C}^{13}$ легко могут быть замечены. Молекулы $\text{C}^{13}\text{C}^{13}$ встречаются

очень редко. На снимке 4 (см. приложение) приведена полоса C_2 с длиной волны λ около 4737\AA . Перед головой основной полосы ($C^{12}C^{12}$) расположена сдвинутая в сторону больших длин волн более слабая голова полосы молекулы $C^{12}C^{13}$.

Рассмотрим теперь влияние изотопии на вращательный спектр двуатомной молекулы. По формуле (3) § 356 частоты чисто вращательного спектра равны:

$$\nu_{\text{вр}} = \frac{h}{2\pi Jc} m', \quad (3)$$

где J — момент инерции молекулы и m' — вращательное квантовое число, принимающее значения 1, 2, 3, ... Для разности частот $\Delta\nu_{\text{вр}} = \nu'_{\text{вр}} - \nu_{\text{вр}}$ вращательного спектра молекул AB' и AB получим:

$$\Delta\nu_{\text{вр}} = \frac{h}{2\pi c} m' \left(\frac{1}{J'} - \frac{1}{J} \right) = \frac{h}{2\pi Jc} m' \left(\frac{J}{J'} - 1 \right). \quad (4)$$

Это выражение с помощью равенства (3) представим в виде:

$$\Delta\nu_{\text{вр}} = \nu_{\text{вр}} \left(\frac{J}{J'} - 1 \right).$$

Так как $\frac{J}{J'} = \frac{M}{M'}$, то $\frac{J}{J'} - 1 = -\frac{\Delta M}{M'}$, и формула (4) принимает вид:

$$\Delta\nu_{\text{вр}} = -\nu_{\text{вр}} \frac{\Delta M}{M'}. \quad (4a)$$

Из сравнения формул (2a) и (4a) видим, что относительное значение изотопического сдвига $\Delta\nu/\nu$ для вращательных спектров вдвое

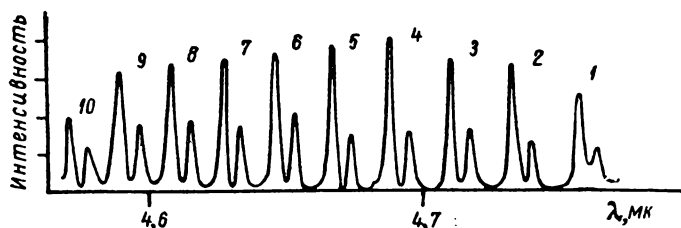


Рис. 369. Изотопический сдвиг на вращательной структуре инфракрасной полосы HCl .

больше, чем для колебательных. Но так как сами частоты $\nu_{\text{вр}}$ значительно меньше частот $\nu_{\text{кол}}$, то по абсолютному значению сдвиг во вращательных спектрах меньше. Кроме того, чисто вращательные спектры расположены в далекой инфракрасной области спектра, где наблюдения производить трудно. Обычно изотопический сдвиг наблюдается на вращательной структуре колебательных или электронно-колебательных полос. Здесь он относительно мал. Тем не менее при

использовании соответствующей спектральной аппаратуры он может быть замечен. На рис. 369 показано влияние изотопии на структуру вращательно-колебательной полосы молекулы HCl . При достаточно большой разрешающей силе спектрального прибора видно, что все линии двойные: один из компонентов принадлежит молекуле HCl^{35} , а другой — молекуле HCl^{37} .

§ 360. Комбинационное рассеяние света. Существенным методом изучения свойств молекул является *комбинационное рассеяние света*, т. е. такое рассеяние, при котором меняется частота. В § 284, рассматривая прохождение света через мутные среды, мы видели, что частота ν рассеянных лучей совпадает с частотой ν_0 первичных лучей. Это имеет место как при рассеянии от каких-либо посторонних частиц, вкрапленных в среду, так и при рассеянии от флуктуаций плотности, возникающих в результате теплового движения. Однако так обстоит дело, пока рассеивающие частицы не совершают таких колебаний, которые ведут к периодическому изменению амплитуды рассеянных лучей. В последнем случае рассеянный свет окажется *модулированным*. В т. I, § 104, мы видели, что модуляция колебаний ведет к изменению частоты. Действительно, пусть в колебании $x = a \cos 2\pi\nu_0 t$ амплитуда a сама периодически меняется по закону $a = a_0 \cos 2\pi\nu' t$, тогда

$$x = a_0 \cos 2\pi\nu' t \cdot \cos 2\pi\nu_0 t = \frac{a_0}{2} \cos 2\pi(\nu_0 + \nu') t + \frac{a_0}{2} \cos 2\pi(\nu_0 - \nu') t.$$

Последнее равенство показывает, что модулированное колебание распадается на два гармонических колебания с частотами $\nu = \nu_0 \pm \nu'$. Поэтому и свет частоты ν_0 , рассеянный от центров, которые периодически меняют амплитуду рассеянных лучей, должен изменить свою частоту: вместо лучей первоначальной частоты ν_0 появятся лучи двух различных частот $\nu = \nu_0 \pm \nu'$.

Л. И. Мандельштам указал, что такого рода модуляции света могут наблюдаться при рассеянии лучей от сгущений, возникающих при тепловом движении в кристаллах. В т. I, § 93, мы отмечали, что в кристаллической решетке тепловое движение ведет к образованию стоячих волн. Благодаря этому в определенных местах в кристалле периодически возникают сгущения и разрежения, которые вызывают модулированное рассеяние света. Расчет показывает, что частота модуляции достигает для кристаллов кварца величин порядка 10^{10} сек^{-1} . Так как частота света есть величина порядка 10^{15} сек^{-1} , то в результате модуляции происходит изменение первоначальной частоты приблизительно на тысячную долю процента. Несмотря на незначительность этого эффекта, он может быть обнаружен. Впервые экспериментально изменение частоты при рассеянии света от тепловых стоячих волн в кристаллах было установлено ленинградским физиком Е. Ф. Гроссом.

Вторая причина, способная также вызвать модуляцию света, заключается в колебаниях атомов, входящих в состав молекул. Здесь также вместо первоначальных лучей с частотой ν_0 должны возникнуть в рассеянном свете лучи с частотами $\nu = \nu_0 \pm \nu'$, где ν' — частота собственных колебаний атомов в молекуле. Так как эта частота $\nu' \cong 10^{12} \text{ сек}^{-1}$, то модуляция, вызванная колебаниями атомов, значительно глубже модуляции, вызванной тепловыми волнами. Если молекула обладает несколькими собственными периодами колебаний ν' , ν'' , ν''' , ..., то в рассеянном свете должны появиться все „комбинационные“ частоты $\nu_1 = \nu_0 \pm \nu'$, $\nu_2 = \nu_0 \pm \nu''$; $\nu_3 = \nu_0 \pm \nu'''$. Отсюда проистекает и название рассеяния света с изменением частоты — *комбинационное рассеяние*. Рассеяние этого типа было экспериментально обнаружено в 1928 г. в Московском университете Л. И. Мандельштамом и Г. С. Ландсбергом, исследовавшими спектральный состав лучей, рассеянных от кристаллов кварца.

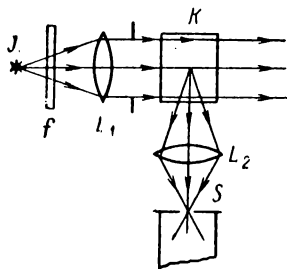


Рис. 370. Наблюдение комбинационного рассеяния.

Одновременно аналогичное явление было наблюдеено при рассеянии света от жидкостей индийскими физиками Раманом и Кришнаном. Несмотря на полную независимость и одновременность работ советских и индийских ученых, в иностранной литературе иногда связывают комбинационное рассеяние света с именем лишь Рамана, называя его явлением Рамана.

Схема опыта по наблюдению комбинационного рассеяния света в кристаллах изображена на рис. 370. Источником света служит ртутная дуга J ; с помощью фильтра f из спектра, испускаемого парами ртути, выделяется одна линия с частотой ν_0 . Свет, прошедший через фильтр, направляется с помощью линзы L_1 на кристалл K . Лучи, рассеянные в направлении, перпендикулярном к направлению первичного пучка, отбрасываются с помощью линзы L_2 на щель спектрографа S . Интенсивность комбинационного рассеяния мала, поэтому необходимо принять меры, чтобы обычное рассеяние от неоднородностей в кристалле не было слишком сильным. Тем не менее обычное („релеевское“) рассеяние всегда имеет место, и в спектре рассеянных лучей присутствует линия с неизменной частотой ν_0 . Наблюдения Мандельштама и Ландсберга показали, что по обе стороны от линии с неизменной частотой ν_0 расположены симметрично (в шкале частот) спутники с частотами $\nu_1 = \nu_0 \pm \nu'$; $\nu_2 = \nu_0 \pm \nu''$; $\nu_3 = \nu_0 \pm \nu'''$ и т. д. Величины ν' , ν'' , ν''' являются характерными для исследуемого кристалла и не зависят от частоты первичного пучка света ν_0 . Если первичный пучок содержит несколько спектральных линий с частотами ν_i , то около каждой из них образуются спутники.

Спутники, расположенные в фиолетовую сторону спектра от основной линии ($\nu_1 = \nu_0 + \nu'$ и т. д.), значительно слабее спутников, расположенных в красную сторону спектра. С повышением температуры кристалла интенсивность „фиолетовых“ спутников быстро возрастает. Интенсивность „красных“ спутников не зависит заметно от температуры. Совершенно аналогичные закономерности наблюдаются и при рассеянии света в жидкостях.

Из сопоставления теоретических выводов с опытными данными ясно, что частоты ν' , ν'' , ν''' , ..., на которые спутники отстоят от основной линии, должны совпадать с частотами собственных колебаний ионов в кристалле. Эти же колебания могут проявиться в поглощении инфракрасных лучей. И действительно, частоты ν' , ν'' , ν''' , ..., полученные по измерению расположения спутников при комбинационном рассеянии, совпадают с частотами инфракрасных полос поглощения. Например, при рассеянии света от кристаллического кварца наблюдаются, между прочим, спутники, отстоящие от основной линии на 127; 268; 465; 1075; 1250 см^{-1} . Тот же кристаллический кварц дает в инфракрасной области полосы поглощения с частотами $\nu = 128$; 263; 480; 1110 и 1200 см^{-1} . Оба ряда частот в пределах ошибок наблюдения совпадают.

Однако такое соответствие между частотами, проявляющимися при комбинационном рассеянии и при инфракрасном поглощении, не всегда имеет место. В кристаллическом кварце в спектре комбинационного рассеяния, наряду с указанными спутниками, есть еще спутники, отстоящие от основной линии на 208, 405 и 694 см^{-1} . В инфракрасном спектре поглощения эти частоты не проявляются. Возможен обратный случай, когда частотам поглощения не соответствуют спутники в спектре комбинационного рассеяния. Такие несовпадения объясняются тем, что для модулирования рассеиваемых лучей достаточно, чтобы в молекуле происходило изменение расположения ее отдельных частей, ведущее к изменению ее поляризуемости, причем электрический момент молекулы может оставаться неизменным. Для того же, чтобы световые электромагнитные волны могли поглощаться в молекуле, в последней должны происходить колебания с изменением электрического момента. Поясним сказанное на частном примере: пусть молекула состоит из трех ионов (рис. 371) — одного положительного B и двух отрицательных A и A' , расположенных вдоль одной прямой. Если колебания в молекуле сводятся к симметричным колебаниям отрицательных ионов A , A' , так что оба этих иона все время остаются на одинаковых расстояниях от положительного иона B (рис. 371 а),

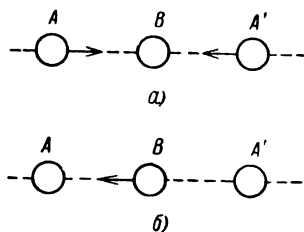


Рис. 371. Колебания, ведущие к изменению поляризуемости (а) и электрического момента (б) молекулы.

то дипольный электрический момент молекулы не меняется. Меняются лишь силы, действующие на электроны со стороны ядер, благодаря чему меняется поляризуемость молекулы и, следовательно, ее способность рассеивать свет. Если же колебания в молекуле происходят так, что положительный ион B сближается то с ионом A , то с ионом A' (рис. 371 б), то будет меняться электрический момент молекулы и она сможет поглощать падающее на нее излучение. Колебания, связанные лишь с изменением поляризуемости молекулы, проявляются только в комбинационном рассеянии; колебания, связанные лишь с изменением электрического момента молекулы, проявляются только в инфракрасных спектрах поглощения. *В обоих явлениях проявляются частоты, связанные с колебаниями, при которых меняются и поляризуемость и электрический момент молекулы.* Сопоставле-

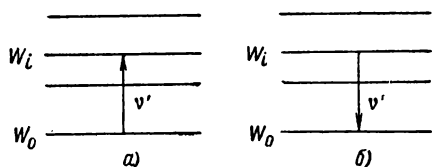


Рис. 372. Возникновение „красного“ (а) и „фиолетового“ (б) компонентов.

ние спектров комбинационного рассеяния и спектров поглощения позволяет, таким образом, выявить существенные характеристики внутримолекулярных колебаний.

Указанное классическое объяснение комбинационного рассеяния является далеко не полным. Оно не может объяснить ряда фактов, например, различную интенсивность „фиолетовых“ и „красных“ спутников. В действительности комбинационное рассеяние, как и все другие явления взаимодействия света с веществом, носит квантовый характер. С точки зрения, рассмотренной нами в § 355, испускание и поглощение колебательных частот связано с переходом молекулы из одного энергетического состояния в другое. Пусть молекула может находиться в ряде колебательных энергетических состояний $W_0, W_1, \dots, W_i, \dots$. Предположим, что нормально она находится в состоянии с наименьшей энергией W_0 . В результате взаимодействия молекулы с фотоном, энергия которого $\epsilon_0 = h\nu_0$, молекула может оказаться переведенной в более высокое энергетическое состояние W_i (рис. 372 а); на этот перевод потребуется затрата количества энергии $\Delta W = W_i - W_0$. Поэтому энергия фотона уменьшится на величину ΔW и появится новый (рассеянный) фотон с энергией

$$\epsilon = h\nu = h\nu_0 - \Delta W.$$

Из последнего равенства вытекает, что частота ν рассеянных фотонов равна

$$\nu = \nu_0 - \frac{\Delta W}{h},$$

но $\Delta W/h$ представляет собою ту частоту ν' , которая соответствует переходу молекулы между энергетическими состояниями W_0 и W_i .

Воспользовавшись этим значением $\Delta W/h$, получим

$$\nu = \nu_0 - \nu',$$

что соответствует появлению в спектре комбинационного рассеяния „красного“ спутника. Появление „фиолетового“ спутника можно объяснить, если предположить, что часть молекул вначале находилась в возбужденном состоянии W_i (рис. 372 б). Тогда под влиянием падающего фотона молекула перейдет из состояния W_i в состояние с меньшей энергией W_0 . К энергии первоначального фотона $\epsilon_0 = h\nu_0$ добавится энергия ΔW , и возникнет рассеянный фотон с энергией

$$\epsilon = h\nu = h\nu_0 + \Delta W.$$

Отсюда получаем для частоты „фиолетового“ спутника равенство:

$$\nu = \nu_0 + \nu'.$$

Очевидно, число молекул в возбужденном состоянии W_i всегда меньше числа молекул в нормальном состоянии W_0 . Поэтому интенсивность „фиолетовых“ спутников меньше интенсивности „красных“ спутников. С повышением температуры T число молекул N_i в возбужденном состоянии W_i будет возрастать по закону Больцмана:

$$N_i = N_0 \frac{g_i}{g_0} e^{-\frac{W_i - W_0}{kT}},$$

где N_0 — число молекул в состоянии с энергией W_0 . В соответствии с этим и интенсивность „фиолетовых“ спутников должна быстро возрастать с температурой. Интенсивность „красных“ спутников не должна заметно меняться с температурой, так как при достижимых температурах число молекул в состоянии W_0 убывает лишь весьма незначительно. Таким образом, квантовые представления естественно объясняют различную интенсивность „фиолетовых“ и „красных“ спутников и различное влияние на них температуры.

Комбинационное рассеяние может возникать и при обмене энергией между фотонами и вращательными энергетическими состояниями молекулы. Так как энергии, соответствующие вращению молекулы, значительно меньше энергий колебания, то эти спутники расположены ближе к основной линии. Они наблюдаются при рассеянии света от двухатомных газов (N_2 , O_2 , H_2), взятых при больших давлениях (для усиления интенсивности рассеянных лучей).

Комбинационное рассеяние является важным методом изучения собственных частот колебаний в сложных многоатомных молекулах, особенно в молекулах органических соединений. В настоящее время также широко применяется метод молекулярного спектрального анализа, основанный на наблюдении комбинационного рассеяния. По наличию определенных частот ν' можно судить о том, какие молекулы

входят в состав данной сложной смеси. Например, по известным собственным частотам индивидуальных углеводородов можно судить о составе бензина и других видов моторного топлива.

§ 361. Люминесценция жидких и твердых тел. До сих пор мы рассматривали лишь флюоресценцию газов (паров) — атомарных и молекулярных (§ 342, 355). Процесс сводился к переводу атома или молекулы под влиянием поглощения из нормального в возбужденное состояние с последующим испусканием света при возвращении возбужденной частицы в нормальное состояние. Существует также флюоресценция жидких и твердых тел, характеризующаяся в некоторых случаях большой яркостью.

Описанные нами ранее случаи флюоресценции газов отличались тем, что свечение газа пропадало через весьма короткий промежуток времени после прекращения освещения внешним источником света. То же относится и к ряду случаев свечения жидких и твердых тел. Однако некоторые твердые тела обнаруживают свечение, длительно продолжающееся (до многих часов) после прекращения действия падающего света. Такой тип свечения обычно принято называть *фосфоресценцией*. Однако в действительности резкого разделения фосфоресценции от флюоресценции по этому признаку провести нельзя, так как в различных частных случаях послесвечение может сохраняться в самых различных пределах, начиная от ничтожных долей секунды ($\sim 10^{-10}$ сек) до многих часов.

Свечение под влиянием излучения от внешнего источника, независимо от его длительности, мы будем называть *люминесценцией*. Флюоресценция и фосфоресценция, в соответствии с этим определением, будут частными случаями люминесценции.

Вообще говоря, свечение тел под влиянием падающего излучения может носить различный характер: это может быть просто отражение света от поверхности тела, рассеяние света (релеевское или комбинационное), люминесценция и, наконец, температурное свечение, вызванное нагреванием тела поглощаемой радиацией. Для того чтобы отделить люминесценцию от других типов свечения, необходимо указать на ее специфические особенности. Эти характерные особенности были наиболее полно указаны С. И. Вавиловым.

Свет люминесценции, вообще говоря, *имеет другую длину волны*, чем возбуждающий свет. Этим свет люминесценции отличается от отраженного света и света, возникающего при релеевском рассеянии. Во-вторых, люминесценция *имеет конечное время затухания*, т. е. она пропадает не сразу после прекращения действия возбуждающего света (за время большее, чем период световых колебаний $t \sim 10^{-15}$ сек). Наконец, яркость свечения люминесценции b_λ *больше яркости абсолютно черного тела* при той температуре, при которой тело нахо-

дится. Такая большая яркость возможна благодаря тому, что люминесцентное свечение является неравновесным. Строго говоря, при этом вообще теряется понятие о температуре тела (см. § 302), так как распределение электронов по энергетическим уровням неравновесно. Однако практически обычно можно говорить о температуре люминесцирующего тела, и в этом смысле люминесценция является „холодным“ свечением.

Фосфоресценция, как особый вид свечения, была описана еще в начале XVII в., но впервые наиболее полно она была изучена В. В. Петровым в начале XIX в.

Метод наблюдения люминесценции жидких и твердых тел в принципе тот же, что и наблюдения люминесценции газов: свет от источника S (рис. 373) направляется на исследуемое тело A ; возникающее свечение наблюдается в направлении Ab , фильтры F и F' служат для выделения определенных спектральных участков возбуждающего света и света люминесценции.

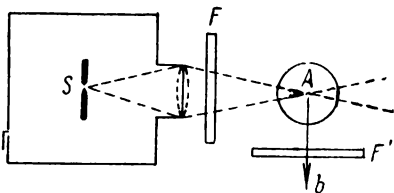


Рис. 373. Метод наблюдения люминесценции.

В отличие от газов, твердые и жидкие тела при люминесценции испускают свет, состоящий не из отдельных спектральных линий, а из более или менее широких сплошных полос. При этом характерным является изменение спектрального состава испускаемого света по сравнению с поглощаемым. В большинстве случаев выполняется *правило Стокса*, согласно которому свет люминесценции характеризуется большей длиной волны, чем свет, вызывающий люминесценцию. Полоса испускания L (рис. 374 а) сдвинута относительно полосы поглощения A в сторону больших длин волн. Полосы поглощения и испускания могут несколько перекрывать друг друга, как это и изображено на рис. 374 а.

Правило Стокса непосредственно вытекает из фотонных представлений о свете: если тело поглощает фотон частоты ν_0 , энергия которого равна $\epsilon_0 = h\nu_0$, то эта энергия частично отдается обратно в виде фотона с энергией $\epsilon = h\nu$, частично переводится внутри тела в другие виды энергии; обозначив эту последнюю часть энергии через A , имеем:

$$h\nu_0 = h\nu + A; \quad (1)$$

так как $A \geq 0$, то $\nu \leq \nu_0$, т. е. частота света люминесценции равна или меньше частоты возбуждающего света. Следовательно, длина волны света люминесценции равна или больше длины волны возбуждающего света.

Возвратимся к рис. 374, где полосы поглощения и испускания частично перекрывают друг друга. Пусть возбуждение люминесценции производится узкой полосой, густо заштрихованной на рис. 374 б. При выполнении закона Стокса в спектре люминесценции будет присутствовать не вся полоса испускания, а только та часть, длина волны которой больше длины волны возбуждающей полосы (заштрихована на рис. 374 б). Иногда, однако, наблюдаются нарушения правила Стокса: при возбуждении узкой полосой в спектре люминесценции частично присутствуют волны

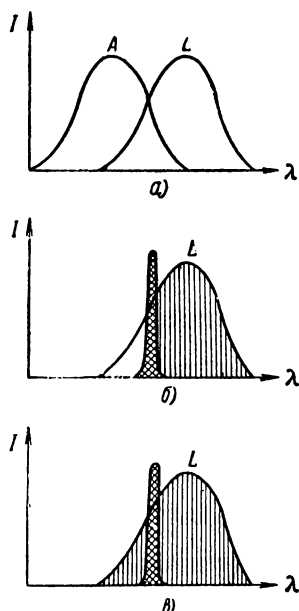


Рис. 374. Относительное расположение полос поглощения и люминесценции.

меньшей длины, чем длина волны возбуждающего света (рис. 374 в). Появление *антистоксовой* области люминесценции по (1) возможно лишь, если $A < 0$, т. е. если при люминесценции к энергии возбуждающих фотонов добавляется энергия за счет внутренних источников люминесцирующего тела (ср. со сказанным в § 355).

По С. И. Вавилову, люминесцентное свечение подходит под один из трех следующих типов: 1) самостоятельное излучение, 2) вынужденное излучение и 3) излучение при рекомбинации. В первом случае электрон возбужденного атома (или молекулы) полностью не отделяется от него и через некоторое время самостоятельно возвращается в начальное состояние, испуская при этом свет. Примером может служить резонансное свечение одноатомных паров. Время затухания в этом случае порядка времени жизни атома (молекулы) в возбужденном состоянии, т. е. порядка 10^{-8} сек. Второй тип излучения происходит при наличии метастабильного состояния; электрон здесь также не отделяется от возбужденной частицы, но может возвратиться в исходное состояние лишь под влиянием окружающих частиц. Наконец, излучение при рекомбинации происходит, когда электрон полностью отрывается от возбуждаемой частицы. В двух последних случаях время затухания может быть большим (от долей секунды до многих часов).

Указанное деление люминесценции на три типа носит схематический характер. Действительные процессы в люминесцирующих телах нередко являются сложной комбинацией рассмотренных элементарных процессов.

Простейшими законами затухания являются:

1) экспоненциальный закон затухания:

$$I = I_0 e^{-at}, \quad (2)$$

где I_0 — начальная интенсивность, a — постоянная величина, t — время.

Величина $\tau = \frac{1}{a}$ называется *продолжительностью жизни* возбужденного состояния.

2) гиперболический закон затухания:

$$I = \frac{I_0}{(b+t)^2}, \quad (3)$$

где b — постоянная.

Логарифмируя выражение (2), получим

$$\ln I = \ln I_0 - at. \quad (2a)$$

Если по оси ординат отложить $\ln I$, а по оси абсцисс — время, то уравнение (2a) выразится прямой. На рис. 375 приведены результаты измерений затухания свечения ураниловой соли, произведенных С. И. Вавиловым и В. Л. Левшиным. Кривые 1 и 2 относятся к различным значениям интенсивности возбуждающего света (различные I_0). Как видно, в соответствии с формулой (2), получаются прямые, параллельные друг другу.

Экспоненциальный закон затухания характерен для самостоятельного излучения. Рекомбинационное излучение затухает по гиперболическому закону. В случае самостоятельного излучения время затухания не зависит от температуры. При вынужденном и рекомбинационном излучении время затухания сильно зависит от температуры, уменьшаясь с нагреванием.

Вещества, способные фосфоресцировать, называются *фосфорами* (в случае кристаллов — *кристаллофосфорами*). Обычно фосфоры получают путем спекания основного вещества (например, ZnS , CaS , SrS и др.) с активатором (Cu , Mn , Bi , редкие земли и т. д.) и плавлением (NaCl , CaF_2 и т. д.). В последнее время Ф. Д. Клементом было показано, что фосфоры могут быть получены и простым перемешиванием порошков (без нагревания), а также путем нанесения тонких пленок возгонкой в вакууме („сублимат-фосфоры“).

Полное количество световой энергии, излучаемой фосфором за интервал времени от момента прекращения возбуждения до конца

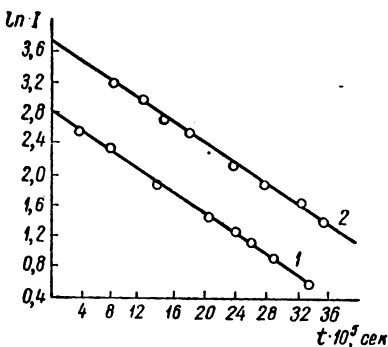


Рис. 375. Закон затухания ураниловых солей.

свечения, называется *световой суммой*. Световая сумма остается без изменения при нагревании фосфора. Если в результате нагревания время затухания уменьшается, то благодаря неизменности световой суммы яркость свечения возрастает с повышением температуры.

„Квантовый выход“ при фосфоресценции может достигать единицы: каждому поглощенному фотону соответствует испущенный фотон. Так как при выполнении закона Стокса энергия каждого излученного фотона несколько меньше энергии поглощенного фотона, то энергетический к. п. д. несколько меньше единицы.

Явление фосфоресценции долгое время оставалось необъясненным. Особенно непонятной казалась роль активаторов. Количество активатора, необходимое, чтобы фосфоресценция имела место, может быть совершенно ничтожным: порядка 10^{-2} — $10^{-4}\%$. Вместе с тем при полном отсутствии активатора фосфоресценция отсутствует.

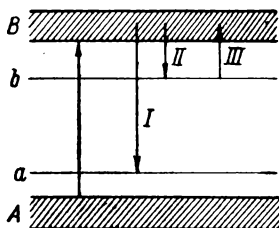


Рис. 376. К зонной теории фосфоресценции.

Впервые в 1934 г. Д. И. Блохинцев использовал для объяснения явления фосфоресценции представление о дозволённых энергетических зонах для электронов в кристаллах. В простейшем случае в кристалле, как было указано в т. II, § 163, имеются две дозволённых энергетических состояний — нижняя, заполненная электронами (зона *A* на рис 376), и верхняя — незаполненная (зона проводимости *B*). Путем возбуждения можно перевести электрон из нижней зоны в верхнюю — незаполненную. По квантовой механике, обратный переход из верхней зоны в нижнюю самостоятельно с излучением невозможен. Такая схема двух зон соответствует чистому кристаллу, неспособному люминесцировать.

Активатор ведет к появлению дополнительных уровней возможных энергетических состояний электронов. Вблизи заполненной зоны *A* возникают уровни активатора *a*; кроме того, около зоны проводимости *B* возникают местные (локальные) уровни *b*, вызванные неперфекциями в кристаллической решетке, обусловленными внедрением в нее активатора. Эти последние уровни являются метастабильными.

При поглощении света электроны нижней зоны *A* переводятся в верхнюю зону *B*. Часть из них перейдет на метастабильный уровень (стрелка *II*). Если разность энергии между уровнями *b* и *B* больше средней энергии теплового движения, то электроны могут длительно находиться на уровне *b*, не излучая. Лишь постепенно, благодаря наличию флуктуаций, они будут переводиться в зону *B* (стрелка *III*) и с нее на уровень *a* (стрелка *I*) с излучением. При нагревании вероятность перехода с метастабильного уровня *b* в зону *B*

При поглощении света электроны нижней зоны *A* переводятся в верхнюю зону *B*. Часть из них перейдет на метастабильный уровень (стрелка *II*). Если разность энергии между уровнями *b* и *B* больше средней энергии теплового движения, то электроны могут длительно находиться на уровне *b*, не излучая. Лишь постепенно, благодаря наличию флуктуаций, они будут переводиться в зону *B* (стрелка *III*) и с нее на уровень *a* (стрелка *I*) с излучением. При нагревании вероятность перехода с метастабильного уровня *b* в зону *B*

увеличивается и вместе с тем увеличивается и число переходов I , т. е. увеличивается яркость свечения. Таким образом, приведенная схема непосредственно объясняет указанное влияние температуры на фосфоресценцию.

Фосфоры, как правило, могут светиться и под влиянием удара электронов (*катодолюминесценция*).

В т. II, § 171, было сказано, что электропроводность полупроводников обусловлена переводом за счет теплового движения некоторого количества электронов в свободную зону, лежащую много выше основной зоны, заполненной электронами. Перевод электронов в свободную зону может происходить и за счет поглощения света. В результате электропроводность полупроводника должна повыситься. Как было указано в § 306 и 336 это явление, носящее название фотопроводимости, используется для регистрации и измерения световых потоков.

Явления люминесценции также находят многочисленные практические применения. На них основан так называемый *люминесцентный анализ*. По характеру люминесцентного свечения можно определить состав какой-либо смеси. В § 312 мы указывали на применение люминесцирующих веществ в современных источниках света. Люминесцирующие вещества могут также употребляться для обнаружения ультрафиолетовых лучей (за счет видимого свечения, возникающего под влиянием ультрафиолетовой радиации), а также инфракрасных лучей с помощью „вспышки“, вызванной облучением фосфора инфракрасными лучами. Катодолюминесценция широко используется в различных электровакуумных приборах (катодные осциллографы, телевизоры и т. д.).

ГЛАВА XXXI

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

§ 362. Волновые свойства элементарных частиц. Недостаточность теории Бора сделала необходимым критический пересмотр основ квантовой теории и наших представлений о природе элементарных частиц. При этом под элементарными частицами (называемыми иногда микрочастицами) подразумеваются электроны, протоны и другие простые частицы. В процессе развития физики возник вопрос о том, насколько исчерпывающим является представление

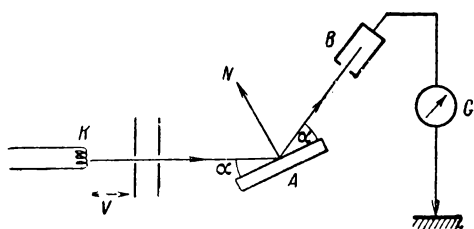


Рис. 377. Схема опыта по дифракции электронов.

электрона в виде малой механической частицы, характеризующейся определенными координатами и определенной скоростью. Первоначальные представления об электроне возникли на основании опытов, производимых с электронными пучками. Именно эти опыты привели к представлению об электро-
не как о малой частице,

движение которой совпадает с движением под действием электромагнитных сил, рассчитанным для заряженной частицы.

Однако при дальнейшем изучении природы электронов выяснилась недостаточность такого представления. Оказалось, что в ряде опытов *электронные пучки обнаруживают свойства, характерные для волнового процесса*. Например, экспериментально было показано, что пучок электронов, падающий на кристаллическую пластинку, обнаруживает явление дифракции. Разберем этот опыт подробнее. Электронный пучок (рис. 377), вылетающий из накаленной нити K, ускорялся полем с разностью потенциалов V, затем проходил через ряд диафрагм и в виде узкого параллельного пучка падал на монокристалл A. Ионизационная камера B, соединенная с гальванометром G, измеряла по силе возникающего тока I число электронов, отраженных от кристалла по закону отражения под углом α. Угол α во время опыта оставался постоянным. Опыт состоял

в измерении тока I , проходящего через гальванометр, как функции разности потенциалов V , ускоряющей электронный пучок. Оказалось, что при монотонном изменении разности потенциалов V ток I менялся не монотонно, а давал ряд максимумов.

Результаты опыта могут быть истолкованы, если построить график, приведенный на рис. 378. По оси абсцисс откладывается квадратный корень из разности потенциалов \sqrt{V} , по оси ординат — сила тока I . Получающаяся при этом зависимость характеризуется рядом почти равноотстоящих максимумов силы тока. Отсюда следует, что правильное отражение электронов происходит лишь при определенных разностях ускоряющих потенциалов, т. е. *при определенных скоростях электронов.*

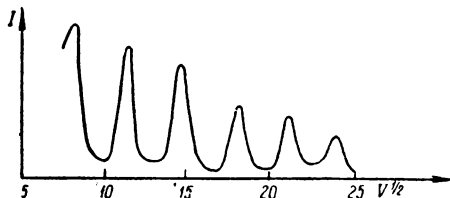


Рис. 378. Получение дифракционных максимумов.

Аналогичное явление имеет место при отражении рентгеновых лучей от кристалла (§ 273). Отражение в определенном направлении, характеризуемом углом α , происходит лишь при выполнении соотношения Вульфа — Бреггов:

$$2d \sin \alpha = k\lambda, \quad (1)$$

где λ — длина волны рентгенова луча, d — постоянная кристаллической решетки, а k — целое число. Сопоставляя этот факт с приведенными выше результатами, мы заключаем, что электронный пучок проявляет волновые свойства и что при этом длина волны электронного пучка зависит от скорости электронов.

Действительно, поскольку d и α в условиях опыта неизменны, выполнение условия (1), с волновой точки зрения, определяется соответствующими значениями λ . В рассматриваемом опыте отражение под углом α происходит только при определенных значениях скорости электронов в пучке. Численное согласие опыта с условием (1), оказывается, получается, если считать, что длина волны электронного пучка λ связана со скоростью v электронов соотношением:

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (2)$$

где h — постоянная Планка, а m — масса электрона.

Скорость электрона v , прошедшего ускоряющую разность потенциалов V , равна (см. т. II, § 185):

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} V}.$$

Подставив это значение для v в формулу (2), получим

$$\lambda = h \sqrt{\frac{1}{2em}} \frac{1}{\sqrt{V}}. \quad (2a)$$

После этого формулу (1) можно переписать в виде

$$2d \sin \alpha = kh \sqrt{\frac{1}{2em}} \frac{1}{\sqrt{V}}. \quad (3)$$

Последнее равенство определяет те значения разности потенциалов V , при которых ток I , проходящий через гальванометр, достигает максимума. Так как в условиях опыта угол α неизменен, то для различных максимумов, соответствующих разным k , по (3) имеем

$$\sqrt{V} = kC, \quad (3a)$$

где C равно

$$C = \frac{h}{2d \sin \alpha} \sqrt{\frac{1}{2em}}$$

и постоянно в условиях опыта.

Таким образом, по (3a), значения \sqrt{V} , соответствующие максимумам тока I , отличаются друг от друга на постоянную величину C , т. е. мы получаем, соответственно графику рис. 378, равноотстоящие максимумы.

На самом деле, при малых значениях V максимумы получаются не точно равноотстоящими; это вызвано тем, что условие Вульфа — Бреггов не вполне пригодно для электронных волн, так как последние испытывают в кристалле преломление (в отличие от рентгеновых лучей), более заметное для медленных электронов.

Подставляя в формулу (2a) вместо h , e и m их численные значения и выражая длину волны λ в ангстремах, а ускоряющую разность потенциалов V в вольтах, получим

$$\lambda (\text{\AA}) = 12,25 V^{-\frac{1}{2}} (\text{вольт}). \quad (26)$$

Таким образом, электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов в 1 в, характеризуется длиной волны 12,25 Å, что соответствует длинноволновым рентгеновым лучам. Чем больше скорость электрона, тем короче характеризующие его волны. Измерения значений V , при которых получаются максимумы, дают полное количественное совпадение с равенством (26).

Равенству (2) можно придать иной вид, заметив, что mv есть количество движения p частицы. Тогда имеем следующую связь между длиной волны λ и количеством движения p частицы:

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (4)$$

Волновая природа электронных пучков следует из чрезвычайно большого количества опытов по дифракции и интерференции пучков.

Дэвисон и Гермер наблюдали возникновение интерференционных максимумов при отражении пучка электронов от кристалла никеля в опыте, аналогичном опыту, в котором обнаруживаются интерференционные максимумы при отражении рентгеновых лучей от кристаллов. Производились также наблюдения над дифракцией быстрых электронов от тонкой фольги. Фольга представляет собой собрание мелких, беспорядочно ориентированных кристалликов, следовательно, рассеяние должно дать на экране дифракционные круги (§ 274). По диаметру этих кругов, зная постоянную d решетки кристалликов фольги, можно определить длину волны λ рассеиваемых частиц.

Эти опыты полностью подтвердили соотношение (2). На снимке 5 (см. приложение) приведена фотография дифракционных максимумов, получаемых от медной фольги. Несколько иной вариант этого опыта был произведен П. С. Тартаковским, наблюдавшим дифракцию медленных электронов при прохождении ими тонкой алюминиевой фольги. На рис. 379 изображена схема его опыта.

Здесь K — горячий катод, являющийся источником электронов, A — сетка, создающая ускоряющее для электронов поле, D — диафрагма, B — рассеивающая фольга. Электроны, рассеянные кристалликами фольги, падают на пластинку E , в которой сделан круговой прорез. В прорез попадают лишь электроны, рассеянные на определенный угол α . За прорезом располагается пластина F , соединенная с электрометром, измеряющим электронный ток. Опыт заключался в измерении тока, проходящего через электрометр, как функции ускоряющей разности потенциалов V (до 1700 в). Оказалось, что максимумы тока получались при определенных значениях скоростей электронов. В этом случае также расчет дифракционной картины согласуется с опытными данными, если приписать электрону длину волны, связанную с его скоростью соотношением (2).

Естественно возникает мысль, что и нейтральные частицы могут обладать волновыми свойствами. Экспериментирование с молекулярными и атомными пучками значительно сложнее, чем с пучками заряженных частиц, вследствие того, что управление ими с помощью электрических полей невозможно и регистрация незаряженных частиц значительно труднее. Кроме того, атомы и молекулы состоят из боль-

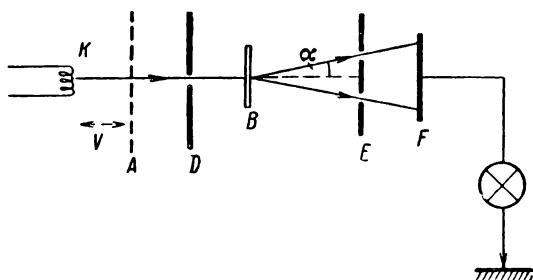


Рис. 379. Схема опыта П. С. Тартаковского.

шого числа более мелких частиц (электронов и ядер) и поэтому представляют собой более сложное образование, чем электрон. Однако опыты, произведенные над рассеянием молекулярных пучков ряда газов, обнаружили волновые свойства этих пучков и вполне подтвердили соотношение (4), определяющее связь длины волны пучка и количества движения частиц. Дифракционные явления обнаружены также и для нейтронов.

Резюмируя изложенные экспериментальные работы, можно утверждать, что пучок элементарных частиц определенной скорости и определенного направления дает картины интерференции и дифракции, подобные картинам, получаемым от плоской волны; при этом длина волны λ выражается через количество движения частицы соотношением (4).

§ 363. Уравнение Шредингера. С точки зрения классической механики каждая частица движется по определенной траектории, и поток частиц не может обнаружить явлений интерференции или дифракции, свойственных волновому процессу. Так как опыты указывают, что пучки элементарных частиц обнаруживают явления интерференции и дифракции, то оказывается невозможным представить свойства частиц с помощью уравнений классической механики. Теория, охватывающая все свойства элементарных частиц, должна учитывать и их волновые свойства. Из опытов, описанных в предыдущем параграфе, следует, что параллельный пучок элементарных частиц обладает свойствами

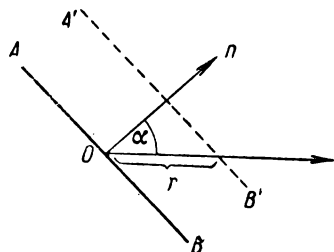


Рис. 380. Распространение плоского волнового фронта.

плоской волны, распространяющейся в направлении скорости частиц v .

Рассмотрим в общем виде плоскую волну, распространяющуюся в направлении нормали On (рис. 380). Колебания в плоскости фронта волны AB запишем в комплексном виде:

$$\Psi = \psi_0 e^{-2\pi i \nu t},$$

где ψ_0 — амплитуда и ν — частота. Через некоторое время τ фронт волны переместится и займет положение $A'B'$.

Колебания в плоскости этого нового фронта выразятся формулой:

$$\Psi = \psi_0 e^{-2\pi i \nu (t - \tau)}. \quad (1)$$

Будем отсчитывать от точки O расстояние r в некотором произвольном направлении, составляющем угол α с нормалью On . Тогда

$$\tau = \frac{r \cdot \cos \alpha}{v} = \frac{r \cdot n}{v},$$

где \mathbf{n} — единичный вектор, отложенный в направлении нормали On , а $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}$ — скалярное произведение векторов \mathbf{r} и \mathbf{n} . Подставив это значение τ в (1) и приняв во внимание, что $\frac{v}{v} = \frac{1}{\lambda}$, получим

$$\Psi = \psi_0 e^{2\pi i \left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{\lambda} - vt \right)}. \quad (2)$$

Применим это выражение для описания пучка частиц, характеризующихся длиной волны λ , полученной из опытов по интерференции и дифракции пучков [§ 362, формула (2)]:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Направление нормали \mathbf{n} совпадает с направлением скорости частиц \mathbf{v} , таким образом, $\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{\lambda}$ окажется равным

$$\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{\lambda} = \frac{\mathbf{r} \cdot m\mathbf{v}}{h} = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}}{h},$$

где $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ — вектор количества движения.

Кроме длины волны, выражение (2) содержит частоту ν . Сопоставление этой величины с механическими свойствами элементарных частиц проведем на основании оптических аналогий. В фотонной теории света частота фотона ν связана с его энергией ϵ соотношением:

$$\epsilon = h\nu.$$

Применим эту связь между частотой и энергией к движению элементарных частиц, положив, что частота ν связана с энергией частицы W соотношением:

$$\nu = \frac{W}{h}.$$

Оправдание этого обобщения мы получим при сопоставлении следствий из теории с опытными результатами.

Окончательно для волны, характеризующей пучок частиц постоянной скорости, получим, по (2):

$$\Psi = \psi_0 e^{2\pi i \left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}}{h} - \frac{W}{h} t \right)} = \psi_0 e^{-\frac{i}{h} (Wt - \mathbf{r} \cdot \mathbf{p})}. \quad (3)$$

Функция Ψ называется волновой функцией; ψ_0 является ее амплитудой.

Физический смысл волновой функции Ψ может быть выяснен путем сопоставления дифракционных явлений в оптике с дифракцией элементарных частиц.

Оптические явления, так же как и явления, связанные с элементарными частицами, проявляют двоякую — волновую и корпускулярную природу. В явлениях интерференции и дифракции проявляются волновые свойства света; фотоэффект, испускание и поглощение света

могут быть представлены лишь с точки зрения корпускулярных (фотонных) представлений о свете. Связь между обеими группами явлений может быть установлена на основании рассмотрения одного и того же явления с точки зрения обеих теорий — волновой и корпускулярной. Например, те части пространства, в которых наблюдаются световые максимумы при явлении интерференции, с точки зрения волновой теории характеризуются тем, что в них максимальна амплитуда световых колебаний: интенсивность света в любом месте пространства пропорциональна квадрату амплитуды колебаний a_0^2 . С точки зрения фотонной теории интенсивность света пропорциональна числу фотонов, попадающих в рассматриваемую часть пространства. Согласование обеих теорий получится, если положить, что число фотонов, попадающих в некий объем пространства, пропорционально квадрату амплитуды световых колебаний, определенных для этой области пространства по волновой теории.

Переноса этот метод рассуждения на элементарные частицы, мы будем считать, что *число частиц, попадающих в элемент объема dv пространства, пропорционально величине $\psi_0^2 dv$* , т. е. пропорционально произведению квадрата амплитуды волновой функции Ψ , рассчитанной для элемента объема dv , на величину этого элемента объема. Так как функция Ψ в выражении (2) комплексна, то, вообще говоря, комплексна и амплитуда ψ_0 , и выражение $\psi_0^2 dv$ должно быть заменено выражением:

$$\psi_0 \psi_0^* dv = \Psi \Psi^* dv,$$

где Ψ^* означает величину, комплексно-сопряженную с Ψ .

Более подробное рассмотрение заставляет уточнить предположение о пропорциональности числа частиц величине $\Psi \Psi^* dv$. Квантовомеханическое описание рассматриваемых явлений *носит статистический характер*. Поэтому приведенное выше положение нужно заменить следующим: *вероятность нахождения элементарной частицы в элементе объема dv пропорциональна величине $\Psi \Psi^* dv$, рассчитанной для данного элемента объема*. Число частиц, попадающих в некоторую область пространства за некоторый отрезок времени, пропорционально вероятности их попадания в эту область, в чем можно убедиться при многократном повторении опыта в сходных условиях.

Приведенные выше рассуждения обобщаются в квантовой теории на несвободные частицы, скорость которых непостоянна. Предполагается, что частицы, движущиеся в произвольных силовых полях, могут быть также охарактеризованы некоей волновой функцией, аналитический вид которой, конечно, будет иным, чем для свободных частиц постоянной скорости. При этом снова величина $\Psi \Psi^* dv$ должна дать вероятность нахождения частицы в элементе объема dv .

Возникает вопрос, как определить волновую функцию для частицы, движущейся под действием данных сил. Волновая функция Ψ [формула (3)] для частиц постоянной скорости была получена просто на основании оптических аналогий, однако вид ее для других задач совсем не столь очевиден.¹ В процессе разработки квантовой теории Шредингер (1925 г.) нашел дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет волновая функция в любой задаче. Уравнение было найдено Шредингером на основании анализа аналогий, имеющих место в аналитической механике и оптике. Следствия из уравнения Шредингера совпадают с широким кругом экспериментальных фактов. Здесь мы ограничимся установлением его для частного случая свободных частиц, указав его обобщение на случай несвободных частиц.

Волновая функция свободных частиц, представляемая выражением (3), может быть переписана в виде:

$$\Psi = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar} (Wt - \mathbf{r} \cdot \mathbf{p})} = e^{-\frac{i}{\hbar} Wt} \psi,$$

где $\psi = \psi_0 e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p}}$ — часть волновой функции, зависящая только от координат и называемая амплитудной функцией. Представляя скалярное произведение $\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}$ в раскрытом виде: $\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} = x p_x + y p_y + z p_z$, запишем амплитудную функцию следующим образом:

$$\psi = \psi_0 e^{\frac{i}{\hbar} (x p_x + y p_y + z p_z)}.$$

Применим к функции ψ оператор Лапласа

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

тогда получим

$$\Delta \psi = -\frac{1}{\hbar^2} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) \psi = -\frac{1}{\hbar^2} (mv)^2 \psi. \quad (4)$$

Заметив, что для свободной частицы $(mv)^2$ равно произведению массы частицы на удвоенную кинетическую энергию W_k :

$$(mv)^2 = 2mW_k,$$

перепишем равенство (4) в виде

$$\Delta \psi = -\frac{2mW_k}{\hbar^2} \psi,$$

или

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} W_k \psi = 0. \quad (5)$$

¹ Надо заметить, что волновая функция, имеющая фундаментальное значение в описании состояний любых микрочастиц, вообще говоря, вовсе не представляет собой волну в обычном смысле слова. Например, в задачах о взаимодействующих друг с другом частицах волновая функция зависит от координат всех частиц и, следовательно, не может быть истолкована, как обычная волна в трехмерном пространстве.

Это уравнение представляет собой уравнение Шредингера для свободной частицы. Обобщение этого уравнения на случай несвободной частицы получается заменой кинетической энергии W_k на разность между полной энергией W и потенциальной энергией U :

$$W_k = W - U.$$

Подставляя в (5) вместо W_k это его значение, найдем

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \psi = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) называется *уравнением Шредингера* для частицы, движущейся в поле, характеризуемом потенциальной энергией U . Задачи различаются по виду потенциальной энергии U . Волновая функция, характеризующая несвободные частицы, определится как решение уравнения (6), в которое подставляем потенциальную энергию U , соответствующую рассматриваемой задаче.

Однако, как показывается в математическом анализе, само по себе уравнение (6) еще не вполне определяет функцию ψ . Чтобы функция ψ была определена, на нее налагаются дополнительные требования, соответствующие ее физическому смыслу. Эти требования заключаются в следующем: *функция ψ должна быть конечной, однозначной и непрерывной* во всем рассматриваемом пространстве. Указанные требования следуют из условия, что $\psi^* dv$ определяет вероятность обнаружения частицы в элементе объема пространства. Если бы функция ψ не удовлетворяла этим требованиям, то она не давала бы правильной статистической характеристики частиц, так как вероятность, очевидным образом, не может быть величиной неоднозначной, бесконечной и скачкообразно меняться от точки к точке.

Значение уравнения Шредингера заключается не только в том, что его решение дает соответствующее опыту статистическое распределение частиц. Оно заключается еще в том, что из уравнения (6), совместно с условиями, налагаемыми на волновую функцию, непосредственно вытекают правила квантования энергии. Уравнение (6) обладает тем математическим свойством, что оно, вообще говоря, не при любых значениях полной энергии обладает конечными, однозначными и непрерывными решениями, т. е. решениями, имеющими физический смысл. Например, если мы будем решать задачу для атома водорода, т. е. в уравнение (6) подставим вместо U значение потенциальной энергии двух взаимодействующих точечных разноименных зарядов, то окажется, что при отрицательных значениях полной энергии уравнение (6) имеет конечные, однозначные и непрерывные решения как раз при тех значениях энергии W , которые совпадают с энергиями стационарных состояний атома водорода в теории Бора.

Таким образом, „квантование“ энергии в квантовой механике вытекает как естественное развитие ее теоретических положений,

в то время как в теории Бора оно получалось из искусственных „правил квантования“.

Заметим, что не все задачи приводят к квантованию энергии. Например, решение уравнения (6) для свободных частиц конечно, однозначно и непрерывно при любом значении полной энергии W . Это означает, что энергия свободных частиц может принимать любые значения.

§ 364. Граница применимости классической теории. Как мы видели, совокупность опытов с элементарными частицами („микро-частицами“), например с электронами, показывает, что в ряде случаев эти „частицы“ обнаруживают волновые свойства, в ряде же — корпускулярные свойства, присущие обыкновенным макрочастицам.

Корпускулярные свойства электронов обнаруживаются во всех тех случаях, когда действие электронов проявляется в малой области, например, когда электроны вызывают сцинтилляции на флюоресцирующем экране или дают следы в камере Вильсона (см. § 371). Наоборот, явления дифракции электронов не могут быть поняты, если представлять электроны как обычные частицы классической механики, движущиеся по определенным траекториям. Эти явления указывают на наличие у электронов волновых свойств. Чтобы уяснить себе это, рассмотрим еще раз схему явления дифракции.

Предположим, что параллельный пучок микрочастиц определенной скорости падает на две параллельные щели и дает на экране явление дифракции. Если допустить, что каждая микрочастица пучка движется по определенной траектории (т. е. является частицей в механическом смысле), то некоторые микрочастицы пучка пройдут через одну, другие через другую щель. В этом предположении распределение частиц на экране будет создано наложением распределений частиц, прошедших через одну и другую щель. Другими словами, картина на экране, получающаяся, когда открыты обе щели, должна совпасть с наложением картин, получающихся при последовательном открытии то одной, то другой щели. Однако в действительности картина дифракции от двух щелей не является наложением дифракционных картин от обеих щелей, взятых порознь. Следовательно, наша попытка представить микрочастицу как частицу классической физики, движущуюся по определенной траектории и поэтому проходящую через одну из двух щелей, приводит к неверному результату. Обе щели влияют на микрочастицу. Это означает, что *микрочастица не есть частица в том виде, как она понимается в классической механике.*

В настоящее время экспериментально установлено, что волновые свойства присущи не только пучку электронов, но и каждому отдельному электрону. В работе Бибермана, Сушкина и Фабриканта фотографировались дифракционные кольца от мелкокристаллического порошка при очень малой интенсивности электронных пучков. Было

показано, что положение колец не зависит от интенсивности пучка даже при тех условиях, когда электроны проходят через прибор по одному. В опыте была получена дифракционная картина при столь малой интенсивности пучка, что время между двумя последовательными попаданиями электронов на фотопластинку примерно в 10^4 раз превышало время пролетания электрона через прибор. Таким образом, дифракционная картина создавалась отдельными электронами, попадавшими последовательно один за другим на пластинку.

Из сказанного вытекает, что характеризовать микрочастицу величинами, свойственными обычной макрочастице (например, ее координатами и ее скоростью), нельзя. Описание свойств микрочастиц должно существенно отличаться от описания частицы в классической механике. Такое описание дается в квантовой механике, где состояние микрочастицы определяется с помощью волновой функции. *

Объективные свойства всякого тела выявляются при взаимодействии этого тела с внешними по отношению к нему телами. В зависимости от характера внешних условий проявляются те или иные свойства изучаемого тела. Квантовомеханическая теория как раз учитывает условия, в которых находится рассматриваемая микрочастица. Например, если микрочастица находится в условиях, при которых ее скорость вполне определена и по величине и по направлению, то соответствующая ей волновая функция имеет вид (3) § 363. Если условия таковы, что микрочастица проявляет себя в малой части пространства, волновая функция имеет иной вид, приводимый нами ниже. Таким образом, в квантовой механике описание реальных свойств микрочастицы дается в соответствии с условиями, в которых она находится.

Однако в ряде вопросов мы можем *приблизительно* описывать микрочастицу в понятиях, строго говоря, ей не свойственных, например, характеризовать микрочастицу *одновременно* заданием определенных интервалов координат и скоростей. Степень пригодности этих понятий для характеристики микрочастиц определяется математическим соотношением, установленным Гейзенбергом и носящим название „соотношения неопределенности“. Это соотношение можно обосновать, например, анализируя явление дифракции.

Для простоты рассмотрим дифракцию, вызываемую одной щелью. Представим себе пучок электронов, летящий в направлении оси OY (рис. 381) с определенной скоростью v . Экран AB со щелью шириной d расположен перпендикулярно к пучку. На втором экране CD наблюдается дифракционная картина. С точки зрения волновой теории явление выглядит следующим образом: плоская волна, падая на щель, испытывает явление дифракции; на экране CD получается распределение интенсивности, совпадающее с распределением интенсивности при дифракции света от одной щели (§ 269). Это распределение

представлено на рис. 381 пунктирной линией. Максимум нулевого порядка лежит при угле $\varphi = 0$; первый минимум получается при φ , удовлетворяющем условию:

$$\sin \varphi = \lambda/d, \quad (1)$$

где λ — длина волны, соответствующая пучку электронов. Главная часть интенсивности относится к центральному максимуму, поэтому мы пренебрежем ролью вторичных максимумов.

Если же попытаться представить электроны в виде механических частиц, то мы должны сказать: частицы, имеющие скорость v , летят по направлению к щели; в момент прохождения щели их положение в направлении оси OX определяется с точностью до ширины щели. Обозначая через Δx допуск в определении положения электрона в направлении этой оси, имеем:

$$\Delta x = d.$$

В тот же момент, вследствие дифракции, меняется направление скорости частиц. Учитывая лишь те электроны, которые попадают в центральный максимум, можно сказать, что проекция количества движения p_x на направление оси OX (которая была равна нулю до прохождения щели) будет иметь численное значение, заключенное в пределах:

$$0 \leq p_x \leq p \sin \varphi,$$

где, по (1), $\sin \varphi = \lambda/d$.

Следовательно, допуск Δp_x , с которым можно приписать пучку электронов, проходящих через щель, количество движения в направлении оси OX , будет:

$$\Delta p_x \cong p \frac{\lambda}{d}.$$

Длина волны λ связана с количеством движения электрона соотношением (4) § 362:

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Отсюда получаем

$$\Delta p_x \cong \frac{h}{d}.$$

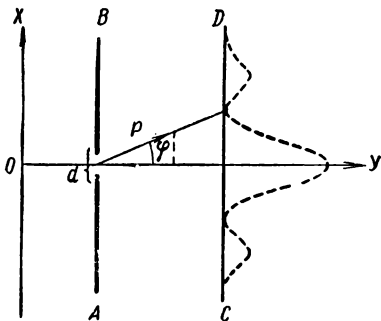


Рис. 381. К обоснованию „соотношения неопределенности“.

но так как d равно допуску в определении координаты Δx , то из последнего равенства следует:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \cong h. \quad (2)$$

Соотношение (2) может быть обобщено на все координаты, что нам даст:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \cong h, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \cong h, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \cong h. \quad (2a)$$

Соотношения (2a) могут быть получены на основании анализа любого другого опыта с элементарными частицами, а также математическим путем из уравнения Шредингера (6) § 363; они и являются математической формулировкой „соотношения неопределенности“ Гейзенберга.

Смысл соотношений (2a), как явствует из сказанного выше, следующий: *если мы хотим характеризовать микрочастицу с помощью физических величин, присущих обычной макрочастице, то это можно сделать лишь с определенным приближением*. При этом, чем точнее мы будем определять координату частицы x (мало Δx), тем с меньшей точностью, по условиям опыта, мы сможем определить ее количество движения, а следовательно, и ее скорость. Так как $\Delta p_x = m \cdot \Delta v_x$, то по (2):

$$\Delta v_x = \frac{h}{m \cdot \Delta x}. \quad (3)$$

Мы уже указывали в т. I и II, что нам дает „соотношение неопределенности“ в конкретных случаях. Рассмотрим несколько частных случаев еще раз. Возьмем пучок электронов, движущихся со скоростью 10^7 см/сек, и пусть эта скорость нами определена с точностью до десятой доли процента, тогда

$$\Delta v_x \cong 10^4 \text{ см/сек.}$$

С какой точностью мы можем определить при этом положение каждого электрона в направлении скорости? По соотношению (3) имеем

$$\Delta x = \frac{h}{m \Delta v_x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27}}{9 \cdot 10^{-28} \cdot 10^4} \text{ см} \cong 6,6 \cdot 10^{-4} \text{ см.}$$

Положение электрона можно определить в данном случае с точностью приблизительно до одной сотой доли миллиметра, т. е. весьма точно.

Рассмотрим другой пример. Электрон внутри атома, согласно классическим представлениям, имеет скорость на орбите порядка 10^8 см/сек. Факт принадлежности электрона к атому требует, чтобы координата его была определена с точностью до атомных размеров, равных 10^{-8} см. Следовательно,

$$\Delta x \cong 10^{-8} \text{ см,}$$

и по соотношению (2) допуск в определении скорости оказывается равным

$$\Delta v_x = \frac{h}{m \cdot \Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27}}{9 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-8}} \cong 6,6 \cdot 10^8 \text{ см/сек},$$

т. е. погрешность скорости равна самой скорости. Следовательно, в этом случае невозможно сохранить представление об орбите электрона, проходимой с определенной скоростью. Классические представления здесь неприменимы.

Таким образом, оказывается, что представление об электроне, как о частице, двигающейся по определенной траектории, не может быть удержано в современной физике. Представления, составленные нами в результате наблюдений над макроскопическими явлениями, неприменимы к явлениям внутриатомным. Внутриатомные процессы по самой своей природе не обладают наглядностью механических моделей. Тем не менее гипотезу об электронных орбитах внутри атома можно до известной степени сохранить, так как она приводит во многих случаях к приблизительно верным результатам, которые затем, для более точного согласования с опытом, требуют некоторых поправок.

Если же мы возьмем малую частицу, но не микрочастицу, то в этом случае соотношение (3) показывает пригодность классических представлений. Действительно, пусть масса частицы, например, равна 10^{-12} г и пусть положение частицы определяется с точностью до сотой доли микрона ($\Delta x = 10^{-6}$ см); тогда по соотношению (3), для точности измерения скорости имеем значение:

$$\Delta v_x \cong \frac{h}{m \cdot \Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27}}{10^{-12} \cdot 10^{-6}} \text{ см/сек} \cong 10^{-8} \text{ см/сек},$$

т. е. практически скорость может быть измерена со сколь угодно большой точностью.

Более подробное рассмотрение показывает, что соотношение неопределенности непосредственно вытекает из общих представлений квантовой теории. Предположим, что мы рассматриваем параллельный пучок микрочастиц, движущихся с определенной скоростью v , направленной вдоль оси OX . Такому пучку соответствует вполне определенное значение длины волны $\lambda = h/p$; следовательно, он характеризуется плоской «монохроматической» волной (3)

§ 363:

$$\Psi = \psi_0 e^{-\frac{i}{h} (Wt - \mathbf{r} \cdot \mathbf{p})}.$$

В нашем случае $\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} = xmv$, и уравнение волны принимает вид

$$\Psi = \psi_0 e^{-\frac{i}{h} (Wt - xmv)}.$$

Что можно сказать о координатах частиц в таком пучке? Для ответа на этот вопрос воспользуемся тем, что вероятность обнаружить микрочастицу в интервале dx на оси OX равна

$$\Psi\Psi^* dx = \psi_0^2 dx. \quad (4)$$

Здесь элемент длины dx заменяет элемент объема в выражении для вероятности в § 363. Так как ψ_0 от x не зависит, то вероятность обнаружения частицы в интервале dx постоянна и не зависит от того, в каком месте оси OX интервал взят. Следовательно, равновероятно обнаружить частицу в любой точке оси OX . Таким образом, если частица обладает определенной скоростью, то она не обладает определенной координатой. Это соответствует «соотношению неопределенности», согласно которому точное задание скорости микрочастицы должно создать полную неопределенность в координате частицы,

Можно, однако, в квантовомеханической теории характеризовать и микрочастицу, локализованную в малой части пространства. Для этого надо рассмотреть такой волновой процесс («волновой пакет»), который характеризовался бы функцией ψ , отличной от нуля в малой области: во всех остальных частях пространства амплитудная функция должна равняться нулю. Тогда в силу того, что $\psi\psi^* dv$ определяет вероятность обнаружить частицу в объеме dv , вероятность обнаружить частицу будет отлична от нуля лишь в малой области, т. е. частица будет «локализована» в малой части пространства. Такой «волновой пакет» можно построить, рассматривая наложение плоских волн различных длин λ . Но так как каждой длине волны λ соответствует своя скорость частиц, то, следовательно, теперь скорости частиц будут определены неточно, как это и должно быть по соотношению неопределенности. Соответственный математический расчет приводит при этом в точности к соотношениям (2a).

Соотношение неопределенности неоднократно являлось темой философских дискуссий. Это обстоятельство вызвано тем фактом, что ряд философов и физиков буржуазных стран (Гейзенберг и др.) пытались и пытаются сделать соотношение неопределенности отправным пунктом идеалистических высказываний. Утверждения их сводятся к тому, что якобы соотношение неопределенности указывает границу познания природы, поскольку по этому соотношению нельзя абсолютно точно одновременно измерить координату и скорость частицы. Следовательно, согласно утверждениям философов-идеалистов, мир непознаваем. Отсюда легко следуют любые порочные выводы идеалистического характера. Другое идеалистическое высказывание сводится к утверждению, что свойства микромира не определяются пространственно-временными соотношениями.

Научный анализ соотношения неопределенности противоречит этим идеалистическим заключениям. Соотношение неопределенности не ограничивает возможности нашего познания объективных свойств микрочастиц, а лишь служит мерой пригодности применения моделей классической физики к описанию микрочастиц. Явления, относящиеся к микромиру, протекают в пространстве и во времени, но иначе, чем явления макромира. Квантовомеханическая теория характеризуется тем, что она выражает свойства изучаемого объекта в спе-

цифических условиях его взаимодействия с окружающими телами, что является иллюстрацией основного положения диалектического материализма о всеобщей связи и взаимообусловленности явлений природы. Неудивительно, что наглядные представления, возникающие у нас на основании опытов с макроскопическими телами, оказываются непригодными для микрочастиц.

§ 365. Частицы в потенциальном ящике. Прохождение через потенциальный барьер. В качестве примера квантования энергии разберем случай, когда микрочастица находится внутри потенциальной ямы. Для простоты положим, что яма ограничена бесконечно высокими и крутыми потенциальными барьерами и что частица может двигаться лишь вдоль оси OX . Пусть ширина ямы равна a , тогда в области значений координаты x , удовлетворяющих условию:

$$0 < x < a,$$

частица свободна и потенциальная энергия ее равна нулю, а для значений x , лежащих вне этих пределов, т. е. когда $x < 0$ или $x > a$, потенциальная энергия бесконечна (рис. 382). Такого рода потенциальную яму будем называть „потенциальным ящиком“. Обозначив полную энергию частицы через W , напомним для нее амплитудное уравнение Шредингера:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} W\psi = 0.$$

Так как задача одномерна, то оператор Лапласа сводится ко второй производной от ψ по x , и уравнение Шредингера принимает вид:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} W\psi = 0.$$

Решением этого уравнения будет следующая функция:

$$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad (1)$$

где

$$k = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}}, \quad (2)$$

а A и B — произвольные постоянные.

Заменяя показательные функции тригонометрическими, можем переписать функцию (1) в виде:

$$\psi = (A + B) \cos kx + i(A - B) \sin kx. \quad (1a)$$

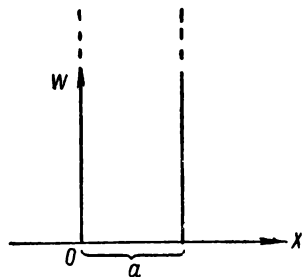


Рис. 382. Потенциальный ящик шириной a с бесконечно высокими стенками.

В силу того, что на границах ящика потенциальная энергия бесконечна, вероятность частице проникнуть за пределы стенки равна нулю; отсюда следует, что выражение $\psi\psi^*$ за пределами стенки и на стенке должно равняться нулю, что возможно, если сама функция $\psi(x)$ при $x=a$ и $x=0$ равна нулю. Чтобы $\psi(x)$ равнялось нулю при $x=0$, надо, чтобы в (1а) пропал член с косинусом, таким образом, постоянные A и B должны подчиняться условию:

$$A + B = 0,$$

откуда получаем, что $A = -B$, в результате чего выражение (1а) принимает вид:

$$\psi(x) = i2A \sin kx.$$

Требование, чтобы $\psi(x)$ равнялось нулю при $x=a$, налагает условия на численное значение величины k ; а именно, k должно удовлетворять равенству:

$$ka = n\pi, \quad (3)$$

где n — любое целое число; окончательно для волновой функции $\psi(x)$ имеем

$$\psi(x) = i2A \sin \frac{n\pi}{a} x.$$

Так как величина k связана со значением энергии W , то условие (3) дает квантование энергии. Пользуясь значением k по (2), найдем

$$W = \frac{\hbar^2}{2m} k^2.$$

Подставляя сюда вместо k его значения по (3), получим

$$W = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}. \quad (4)$$

Таким образом, граничные условия, налагаемые на функцию $\psi(x)$, могут быть удовлетворены не при любом значении полной энергии W частицы, а лишь при значениях, удовлетворяющих соотношению (4). Мы видим, что энергия частицы в ящике квантована. Энергетические уровни получаются из формулы (4), если в ней положить $n = 1, 2, 3, \dots$. Расстояние между двумя соседними уровнями равно

$$\Delta W = (n+1)^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} - n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} = (2n+1) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}.$$

Как видно, расстояния между уровнями увеличиваются с увеличением квантового числа n (рис. 383) и зависят (как и сами уровни) от массы частицы m и ширины ящика a . Роль квантования может быть очень различна в зависимости от значения этих величин. Возьмем,

например, электрон в потенциальном ящике атомных размеров, тогда

$$m = 9 \cdot 10^{-28} \text{ г}, \quad a = 10^{-8} \text{ см.}$$

Величины энергетических уровней при этих условиях будут

$$W = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} = n^2 \frac{(6,6 \cdot 10^{-27})^2}{8 \cdot 9 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-16}} \cong n^2 \cdot 6 \cdot 10^{-11} \text{ эрг.}$$

Сравним это значение для $n=1$ со средней кинетической энергией электрона, рассчитанной по классической электронной теории, для обычной температуры ($T=300^\circ$ абс.):

$$W_{\text{кл}} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,37 \cdot 10^{-16} \cdot 300 \cong 7 \cdot 10^{-14} \text{ эрг.}$$

Сопоставляя оба значения, мы видим, что квантование резко выражено, расстояния между уровнями велики по сравнению с кинетической энергией электронов при обычной температуре.

Если взять электрон в ящике длиной в 1 см, то для энергетических уровней получим численные значения:

$$W = n^2 \frac{(6,6 \cdot 10^{-27})^2}{8 \cdot 9 \cdot 10^{-28} \cdot 1} \cong n^2 \cdot 6 \cdot 10^{-27} \text{ эрг.}$$

В этом случае энергетические уровни расположены настолько густо, что энергию можно считать непрерывно меняющейся. Мы видим, что чем на большем участке электрон движется свободно, тем меньше расстояние между его энергетическими уровнями, тем меньше сказывается квантование энергии. Количественное изменение величины a дает качественно различающиеся решения.

Квантование энергии в рассмотренной задаче получилось как следствие решения уравнения Шредингера с учетом граничных условий, налагаемых на волновую функцию.

Качественное различие свойств макроскопических частиц и микро-частиц особенно резко сказывается в поведении их при встрече с потенциальным барьером. Разъясним это на следующем примере. Предположим, что механическая частица движется в силовом поле, носящем такой характер, что область движения частицы вдоль оси OX разделена потенциальным барьером. В случае, изображенном на рис. 384, этот потенциальный барьер обусловлен тем, что потенциальная энергия равна нулю для всех значений $x < 0$ и $x > a$ и

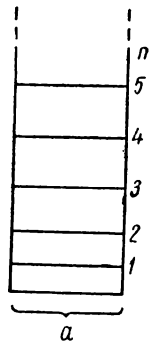


Рис. 383. Энергетические уровни в потенциальном ящике.

имеет постоянное значение U для значений координаты x , заключенных в пределах:

$$0 \leq x \leq a.$$

Если полная энергия частицы $W < U$, то, с классической точки зрения, частица может двигаться либо в области I , где $x < 0$, либо в области III , где $x > a$. Проникнуть в область барьера II она не может, так как там ее кинетическая энергия $W_{\text{кин}} = W - U$ оказалась бы отрицательной, что невозможно. Частица, полная энергия которой W меньше „высоты“ потенциального барьера U , не может с классической точки зрения перейти через барьер из области I в область III . Не так обстоит дело для микрочастицы, поведение которой выражается уравнением Шредингера. Волновая функция ψ будет в этом случае отлична от нуля и в области II , благодаря чему вероятность проникнуть частице сквозь барьер окажется отличной от нуля. Следовательно, микрочастица с энергией, меньшей высоты барьера, способна пройти („просочиться“) через барьер.

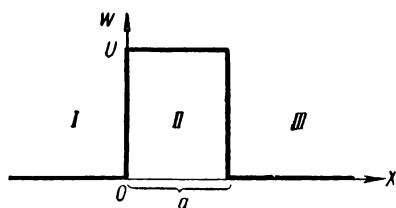


Рис. 384. Потенциальный барьер.

Примером этого может служить выбрасывание α -частиц из ядра радиоактивного атома (см. § 372). Квантовомеханический расчет позволяет количественно учесть вероятность прохождения частицы через барьер.

Оказывается, что вероятность проникновения частицы через барьер из области I в область II убывает экспоненциально с увеличением

ширины барьера a . Кроме того, она сильно зависит от разности энергий $U - W$. Вероятность проникновения частицы через барьер тем больше, чем меньше разность $U - W$, т. е. чем меньше разность „высот“ энергетического уровня W и потенциального барьера U . Например, если разность энергий $U - W$ равна немногим электрон-вольтам, а ширина барьера — атомных размеров ($a \cong 10^{-8}$ см), то вероятность прохождения электронов через барьер значительна.

Существование факта „просачивания“ микрочастиц через потенциальный барьер подтверждается многочисленными данными. Таким образом, квантовая механика объясняет еще одно явление, непонятное с классической точки зрения.

„Просачивание“ микрочастиц через потенциальный барьер тесно связано с их волновыми свойствами, оно аналогично явлению проникновения волн через тонкую прослойку, разделяющую две оптически более плотные среды, когда с точки зрения лучевой оптики

должно было бы иметь место явление полного внутреннего отражения (§ 252).

Для широких барьеров и больших разностей энергии вероятность прохождения через барьер практически равна нулю, т. е. в этих случаях выводы из квантовомеханической теории совпадают с выводами из классической механики.

§ 366. Атом водорода с точки зрения квантовой механики. Как мы видели, энергетические уровни атома водорода и сходных с ним ионов, по Бору, находят на основании правил квантования, которым подчиняются координаты и импульсы электрона. Эти квантовые условия ведут к тому, что для возможных значений энергии получается выражение:

$$W = - \frac{R h c Z^2}{n^2}, \quad (1)$$

где R — постоянная Ридберга и n — целое число (главное квантовое число). С точки зрения квантовой механики задача должна быть поставлена иначе. Значения энергий (1) получаются из рассмотрения уравнения Шредингера. Полагая массу ядра очень большой по сравнению с массой электрона, будем считать, что центр тяжести атома совпадает с положением ядра. Потенциальная энергия электрона в поле ядра запишется в виде:

$$U = - \frac{e^2 Z}{r},$$

и уравнение Шредингера примет вид

$$\Delta \psi + \frac{2m}{h^2} \left(W + \frac{e^2 Z}{r} \right) \psi = 0. \quad (2)$$

Уравнение (2) следует решать в сферических координатах r , ϑ , φ и волновую функцию искать как функцию этих координат: $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$. Координаты x , y , z связаны с координатами r , ϑ , φ соотношениями:

$$x = r \sin \vartheta \cdot \cos \varphi, \quad y = r \sin \vartheta \cdot \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta.$$

В сферических координатах уравнение (2) примет вид:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{h^2} \left(W + \frac{e^2 Z}{r} \right) \psi = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) решается путем разделения переменных. Положим $\psi(r, \vartheta, \varphi)$ равной произведению функции от численного значения радиуса-вектора r на функцию от углов ϑ и φ :

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r) \cdot Y(\vartheta, \varphi).$$

Подставляя это значение ψ в (3), деля полученный результат на произведение $R(r) \cdot Y(\vartheta, \varphi)$ и умножая его на r^2 , найдем

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{Y \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial Y}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{Y \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} + \frac{2mr^2}{h^2} \left(W + \frac{e^2 Z}{r} \right) = 0.$$

Часть членов этого уравнения зависит только от r , другая — только от ϑ и φ . Их сумма может равняться нулю только в том случае, если обе части в отдельности равны одной и той же постоянной величине, но взятой с разными знаками. Таким образом, должны быть выполнены равенства:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(W + \frac{e^2 Z}{r} \right) = \lambda, \quad (4)$$

$$\frac{1}{Y \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial Y}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{Y \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} = -\lambda, \quad (5)$$

где λ — постоянная. Оба эти уравнения, как показывается в теории дифференциальных уравнений, имеют однозначные, конечные и непрерывные решения лишь при определенных значениях входящих в них параметров W и λ . Уравнение (5) решается с помощью шаровых функций l -го порядка $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ при условии, что

$$\lambda = l(l+1), \quad \text{где } l = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

Существуют $2l+1$ различных шаровых функций l -го порядка, линейно независимых друг от друга, так что в выражении $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ значок m принимает $2l+1$ следующих значений:

$$m = l, l-1, \dots, 0, \dots, -l. \quad (7)$$

Уравнение (4) при $\lambda = l(l+1)$ принимает вид:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(W + \frac{e^2 Z}{r} - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} \right) R = 0. \quad (4a)$$

При $W < 0$ это уравнение имеет только тогда решения, конечные при $r \rightarrow \infty$, если W принимает значения:

$$W = -\frac{me^4 Z^2}{2\hbar^2 (n' + l + 1)^2}, \quad (8)$$

где n' — целое число. Отсюда следует, что $n' + l + 1$ есть также целое число n .

Замечая, далее, что $\frac{me^4}{2\hbar^2} = Rhc$, где R — постоянная Ридберга, получаем

$$W = -\frac{RhcZ^2}{n^2},$$

что совпадает с (1). Таким образом, из уравнения Шредингера без каких-либо добавочных требований вытекает, что атом водорода и сходные с ним ионы могут находиться лишь в ряде прерывных энергетических состояний с значениями энергии, даваемыми выражением (1).

Каждое стационарное состояние характеризуется тремя целыми числами n' , l и m , причем энергия зависит только от суммы $n' + l$ и не зависит от m . Так как $n' \geq 0$, то $n \geq l + 1$ и, следовательно, l при данном главном квантовом числе n может принимать значения $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$.

При $W > 0$ решения уравнения (4a) возможны при любом W , так что область возможных значений W представляет собою непрерывную область, как

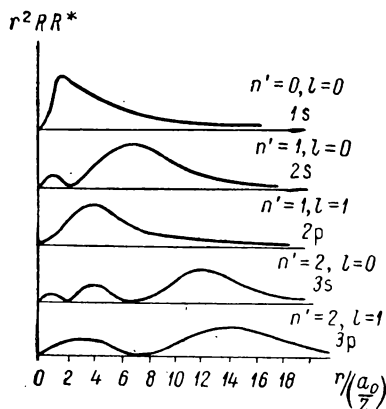


Рис. 385. Зависимость $r^2 R R^*$ от r .

это и наблюдается для состояний, лежащих за пределом потенциала ионизации.

Вероятность обнаружить электрон внутри элемента объема dv равна $\psi\psi^*dv$. Выражая dv в сферических координатах $dv = r^2 \sin^2 \vartheta dr d\vartheta d\varphi$ и заменяя ψ через произведение функций $R(r) \cdot Y(\vartheta, \varphi)$, получим для вероятности обнаружить электрон следующее выражение:

$$\psi\psi^* dv = RR^* r^2 YY^* \sin^2 \vartheta dr d\vartheta d\varphi. \quad (9)$$

На рис. 385 приведены графики величин $r^2 RR^*$, которые дают множитель в выражении вероятности (9), зависящий только от численного значения радиуса-вектора r . По оси абсцисс отложены значения $r / \left(\frac{a_0}{Z} \right)$, где $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$ есть величина, совпадающая с радиусом первой круговой орбиты в атоме

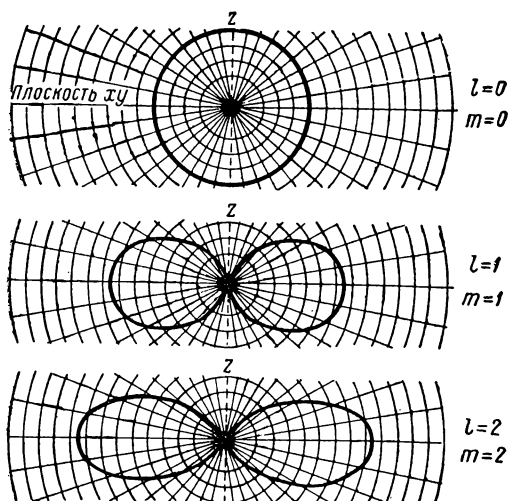


Рис. 386. Полярные диаграммы для функций $Y Y^*$.

водорода по теории Бора (§ 343). Для выяснения пространственного распределения вероятности $\psi\psi^*dv$ необходимо еще учесть множитель $Y Y^*$. В выражение шаровой функции зависимость от угла φ входит лишь с помощью множителей $e^{im\varphi}$. Отсюда следует, что $Y Y^*$ не зависит от φ , так как $e^{im\varphi} \cdot e^{-im\varphi} = 1$. Таким образом, $Y Y^*$ является функцией лишь угла ϑ . Вид функций $Y Y^*$ представлен в виде полярных диаграмм на рис. 386 для различных l и m . Пространственное распределение $Y Y^*$ получается в виде фигур вращения, возникающих при вращении кривых рис. 386 вокруг оси OZ . Для $l = 0$ функция $Y Y^*$ обладает шаровой симметрией.

Распределение вероятности $\psi\psi^*dv$ может быть сопоставлено с модельными представлениями Бора об орбитах электрона в атоме. Из рис. 385 видно, что чем больше главное квантовое число n , тем на больших расстояниях от ядра вероятность обнаружить электрон сохраняет заметные значения. Это соответствует выводу теории Бора, по которому орбиты с большим главным квантовым числом n имеют большие размеры. Для состояния $n = 1, l = 0$

максимум вероятности приходится на значение $r = \frac{a_0}{Z}$, т. е. как раз на то место, где проходит первая боровская круговая орбита.

Квантовая механика позволяет найти не только возможные значения энергии W атомной системы, но и возможные значения момента количества движения \mathbf{p} и его проекции p_z на преимущественное направление. Не останавливаясь на том, каким образом это получается, приведем лишь результаты. Теория показывает, что для атома, находящегося в состоянии, характеризуемом целыми числами n' , l , m , проекция момента количества движения на преимущественное направление может принимать лишь значение:

$$p_z = m\hbar.$$

Таким образом, оказывается, что целое число m совпадает по своему смыслу с «магнитным» квантовым числом m в теории Бора, которое определяет пространственную ориентацию момента атома \mathbf{p} .

Возможное значение абсолютной величины момента \mathbf{p} оказывается равным

$$p = \sqrt{l(l+1)}\hbar.$$

Этим подтверждаются те значения момента количества движения \mathbf{p} , которые пришлось принять в векторной модели, объясняющей структуру дублетных спектров (§ 349). Напомним, что первоначальная теория Бора дала для \mathbf{p} значения $p = n_\phi\hbar$, где n_ϕ отличалось от l на единицу ($n_\phi = l + 1$).

§ 367. Классическая и квантовая статистики. В задачах, связанных с большим числом частиц, как было указано в т. I, применяются статистические методы расчета. Например, законы распределения частиц по энергиям (формула Больцмана) или по скоростям (закон Максвелла) находятся в результате таких расчетов.

Несмотря на большие успехи до-квантовой статистической физики, все же в ряде вопросов следствия из классической статистики оказались несовпадающими с опытными данными. Одно из наиболее резких несоответствий между опытом и расчетом относится к теории теплоемкости, где оставалась необъясненной температурная зависимость теплоемкости твердых тел (т. I, § 93). Вторая неудача статистической теории относится к электропроводности металлов. Согласно представлениям классической статистики (т. II, § 163), свободные электроны, обуславливающие электропроводность металлов, должны увеличивать теплоемкость проводников по сравнению с теплоемкостью непроводящих тел, что не подтверждается опытом. Совокупность этих неудач потребовала пересмотра статистических расчетов в свете квантовых представлений. Такой пересмотр привел к созданию статистики, согласованной с теорией квантов, — так называемой *квантовой статистики*, в которой сохранились достижения классической статистики и которая оказалась свободной от указанных выше противоречий.

Для понимания различия между классической и квантовой статистиками разберем основные положения статистических методов в физике. Обратимся сперва к статистике Больцмана, закон распре-

деления которого мы неоднократно использовали. Предположим, что мы имеем систему, состоящую из N частиц, находящихся в объеме V . Механическое состояние частиц определяется заданием их координат и скоростей. Состояние всей системы из N частиц будет *точно* определено, если *каждой* частице приписать определенные координаты и скорости. *В статистическом же рассмотрении, ввиду огромного числа частиц, мы применяем иной метод определения состояния системы: координаты и скорости каждой частицы определяются с некоторым допуском.* Например, мы задаем состояние частицы указанием, что ее координаты лежат в интервалах со значениями x и $x + \Delta x$, y и $y + \Delta y$, z и $z + \Delta z$ и что проекции ее скорости лежат в пределах v_x и $v_x + \Delta v_x$, v_y и $v_y + \Delta v_y$, v_z и $v_z + \Delta v_z$.

Расчет состояний частиц можно иллюстрировать с помощью геометрических представлений. Примем координаты x , y , z и проекции скорости v_x , v_y , v_z за обобщенные декартовы координаты в шестимерном „пространстве“. Это „пространство“ называется *фазовым пространством координат и скоростей*. Точка в таком воображаемом пространстве характеризуется определенными значениями координат и проекций скорости. Таким образом, любая частица в *точно определенном* механическом состоянии определит *точку* в нашем пространстве, обобщенные координаты которой равны координатам x , y , z и проекциям скорости v_x , v_y , v_z взятой частицы. *При статистическом же описании состояний частицы можно лишь указать, что точка, изображающая это состояние, лежит внутри элементарного объема $\Delta\tau$ фазового пространства, границы которого определяются значениями x , $x + \Delta x$; v_x , $v_x + \Delta v_x$ и т. д.* Величина этого элементарного объема равна:

$$\Delta\tau = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z.$$

Все фазовое пространство, соответствующее всем возможным состояниям частиц, разобьем на элементарные объемы $\Delta\tau_i$ (ячейки). Сумма объемов всех таких элементарных ячеек $\sum_i \Delta\tau_i$ даст весь объем фазового пространства.

Статистическое описание состояния всей системы сводится к указанию числа частиц, которым соответствуют точки, лежащие внутри каждой ячейки фазового пространства $\Delta\tau_i$.

Если размеры элементарной ячейки малы, то каждую ячейку можно охарактеризовать энергией, являющейся средним значением той энергии, которую имеет частица координаты и проекции скорости которой заключены в пределах данной ячейки. Обозначим энергии ячеек через $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots$, а числа частиц, соответствующих каждой ячейке, — через N_1, N_2, N_3, \dots . В этом случае задание чисел N_1, N_2, N_3, \dots дает распределение частиц по энергиям.

Различные состояния системы, определяемые различными значениями чисел N_1, N_2, N_3, \dots , могут осуществляться с большей или меньшей вероятностью. Естественно допустить, что *чаще всего осуществляется состояние, характеризующееся наибольшей вероятностью*. Таким образом, задача сводится к нахождению такого распределения частиц по энергиям, которому соответствует наибольшая вероятность. Соответственный расчет приводит к формуле Больцмана, согласно которой число частиц dN_ϵ , энергии которых лежат в данном интервале энергий $\epsilon, \epsilon + d\epsilon$, равно:

$$dN_\epsilon = N_0 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{\epsilon}{kT}} \sqrt{\epsilon} d\epsilon, \quad (1)$$

где N_0 — полное число частиц.

Существенно отметить, что в указанной классической теории размеры элементарных ячеек ничем не ограничены, кроме требования, чтобы им соответствовало достаточно большое число частиц. При этом чем меньше размер ячеек, тем детальнее характеризуется состояние системы. Число частиц, приходящихся на ячейку, в исходном допущении ничем не ограничено и определяется статистически по законам теории вероятности.

Не так обстоит дело в квантовой статистике. Объем элементарных ячеек здесь не может быть взят произвольно малым. По „соотношению неопределенности“ (§ 364) между „допусками“ Δx , Δv_x и т. д. имеет место известное соотношение, а именно, $\Delta x \cdot \Delta v_x \cong \frac{h}{m}$ и т. д. Этот факт находит свое выражение в том, что размер фазовой ячейки пространства координат и скоростей приходится полагать равным

$$\Delta \tau_i = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z = \frac{h^3}{m^3}. \quad (2)$$

Кроме того, в квантовой теории учитывается неразличимость одинаковых частиц. Наконец, в квантовой теории следует принимать во внимание наличие у частиц спинного момента, который может характеризоваться либо полуцелым квантовым числом (электроны, протоны и т. д.), либо целым, в частном случае нулевым (фотоны). Частицы с полуцелым спинным моментом подчиняются принципу Паули, благодаря которому на каждом данном энергетическом уровне могут находиться не больше двух частиц, различающихся направлением спинных моментов. Это ведет к закону распределения частиц по энергиям, называемому распределением Ферми:

$$dN_\epsilon = \frac{\sqrt{2} \cdot V m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \frac{\sqrt{\epsilon}}{A e^{\epsilon/kT} + 1} d\epsilon, \quad (3)$$

где V — объем, занимаемый всеми частицами, и A — величина, зависящая от числа частиц, их массы и температуры. С точки зрения квантовой теории распределением (3) следует пользоваться вместо распределения Больцмана (1) для электронов и других элементарных частиц с полуцелым спиновым моментом. На применение закона Ферми в теории электропроводности было указано в т. II, § 163. Там же распределение Ферми было сравнено с распределением Больцмана и указано, что при малых плотностях и высоких температурах распределение Ферми практически совпадает с распределением Больцмана.

Для частиц с целым спиновым моментом или лишенных спинового момента (α -частицы и ядра с четными массовыми и зарядовыми номерами, некоторые молекулы) распределение дается формулой, носящей название формулы Бозе — Эйнштейна:

$$dN_\varepsilon = \frac{V \sqrt{2} \cdot V m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \frac{V_\varepsilon^-}{A e^{\varepsilon/kT} - 1} d\varepsilon, \quad (4)$$

которая отличается от формулы Ферми лишь знаком у единицы в знаменателе.

Различие между статистиками Ферми и Бозе — Эйнштейна и их отношение к классической статистике Больцмана можно уяснить на следующем частном случае размещения трех *одинаковых* частиц по трем состояниям. Предположим, что эти состояния учитывают и различное направление спиновых моментов, так что по принципу Паули в одном состоянии не может быть более одной частицы.

Очевидно, число различных числовых распределений трех частиц по трем уровням равно десяти; все эти распределения представлены в трех верхних строчках табл. XXVII.

Таблица XXVII

1-е состояние . . .	3	0	0	2	2	1	0	1	0	1
2-е состояние . . .	0	3	0	1	0	2	2	0	1	1
3-е состояние . . .	0	0	3	0	1	0	1	2	2	1
Больцман	1	1	1	3	3	3	3	3	3	6
Бозе — Эйнштейн .	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Ферми	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

С точки зрения классической статистики, допускающей индивидуальное распознавание частиц, каждое из шести распределений,

начиная с четвертого и кончая девятым, может быть осуществлено тремя способами, например, четвертое — следующим образом:

1. В 1-м состоянии 1-я и 2-я частицы, во 2-м состоянии 3-я
2. В 1-м » 2-я » 3-я » во 2-м » 1-я
3. В 1-м » 1-я » 3-я » во 2-м » 2-я

То же относится и к остальным распределениям вплоть до десятого. Десятое распределение может осуществиться шестью способами. По Больцману каждому из этих индивидуальных распределений приписывается одинаковый статистический вес. Тогда статистический вес, например, четвертого распределения в три раза больше первого, а десятого — в шесть раз больше первого (см. четвертую строчку табл. XXVII). Поэтому вероятности отдельных распределений с классической точки зрения не одинаковы. Например, вероятность четвертого распределения в три раза больше вероятности первого, а последнего в шесть раз больше первого. Вероятность каждого из трех первых распределений равна $1/27$, вероятность последнего $6/27$, а каждого из остальных $3/27$.

С точки зрения квантовой теории одинаковые частицы, как мы отметили, неразличимы, например, о четвертом распределении опыт может дать только следующее: две из трех частиц находятся на первом уровне, одна — на втором. По Бозе и Эйнштейну, всем числовым распределениям приписывается один и тот же статистический вес и всем приведенным в табл. XXVII числовым распределениям соответствует одна и та же вероятность, равная $1/10$. Если же частица имеет полуцелый спиновый момент и, следовательно, подчиняется принципу Паули, то из всех десяти числовых распределений возможно только одно последнее. Отсюда, по Ферми, всем распределениям, кроме последнего, должен быть приписан статистический вес — нуль. В соответствии с этим для частицы с полуцелым спиновым моментом и вероятность всех состояний, кроме последнего, равна нулю. Вероятность последнего равна единице — это единственное возможное распределение трех частиц по трем состояниям.

ГЛАВА XXXII

ЕСТЕСТВЕННОЕ И ИСКУССТВЕННОЕ ПРЕВРАЩЕНИЕ ЯДЕР

§ 368. Атомное ядро и его характеристика. Как мы видели (§ 340), атомное ядро характеризуется положительным зарядом E , кратным от численного значения заряда электрона: $E = Z |e|$; величина Z , называемая *зарядовым числом*, равна порядковому номеру элемента в периодической системе Менделеева. Второй характеристикой атомного ядра может служить *его масса* $M_{\text{я}}$. Она связана с атомным весом элемента. В т. I, § 43, мы указывали, что в химии за атомный вес какого-либо элемента принимается отношение массы

его атома M_A к $\frac{1}{16} M_O$, где M_O — масса атома кислорода. Поскольку

в химии атомные веса определяются по тем весовым отношениям, в которых различные элементы замещают кислород в химических соединениях, постольку химические атомные веса характеризуют средние свойства атомов без учета их изотопического состава. В действительности большинство элементов имеет по несколько *изотопов*, т. е. по несколько сортов атомов, обладающих разными массами M_A при одном и том же зарядовом номере Z . Поэтому понятие атомного веса потребовало уточнения. Мы будем подразумевать под атомным весом A какого-либо чистого изотопа данного элемента

отношение массы его атома M_A к $\frac{1}{16} M_O$, где M_O — масса атома наиболее распространенного (одновременно и наиболее легкого) изотопа кислорода. Атомный вес этого изотопа кислорода тем самым принимается равным 16,00000. Определенные указанным способом атомные веса чистых изотопов находятся с помощью масс-спектрографических измерений.

Абсолютное значение массы (в граммах) изотопа кислорода с атомным весом $A = 16$ можно найти, зная его молекулярный вес μ (равный 16,00) и число Авогадро N :

$$M_O = \frac{\mu}{N} = \frac{16,00}{6,023 \cdot 10^{23}} = 26,576 \cdot 10^{-24} \text{ г.}$$

Одной единице атомного веса соответствует масса

$$\frac{26,576 \cdot 10^{-24}}{16} = 1,662 \cdot 10^{-24} \text{ г.}$$

Отсюда абсолютное значение массы M_A атома любого изотопа определяется равенством

$$M_A = 1,662 \cdot 10^{-24} \cdot A \text{ г.}$$

Ввиду того, что масса электрона почти в две тысячи раз меньше массы ядра самого легкого из атомов — атома водорода, масса ядра $M_{\text{я}}$ любого изотопа мало отличается от массы всего атома M_A . Тем не менее, при современной точности измерений эта разница заметна, и поэтому при некоторых расчетах ее следует учитывать. Так как число электронов, входящих в состав электронной оболочки нормального атома, равно Z , то между массами $M_{\text{я}}$ и M_A имеет место соотношение:

$$M_{\text{я}} = M_A - Zm,$$

где m — масса электрона. В единицах атомного веса масса электрона равна $5,48 \cdot 10^{-4}$. В атоме водорода на долю электрона приходится 0,05% от общего атомного веса. Для других атомов эта доля меньше.

Еще в начале прошлого века была высказана гипотеза, что атомы всех элементов имеют сложное строение и что они построены из атомов водорода. Впоследствии эта гипотеза была отброшена в связи с тем, что атомные веса элементов оказались не целыми кратными от атомного веса водорода. Открытие изотопов, казалось, опровергло этот факт: нецелочисленность атомных весов различных элементов можно было объяснить их сложным изотопическим составом. Однако точные масс-спектрографические измерения показали, что и для чистых изотопов атомные веса не являются целыми кратными от атомного веса водорода (или от $1/16$ атомного веса изотопа кислорода). Отступления атомных весов чистых изотопов от целых значений весьма невелики. Тем не менее они вполне реальны и измерены со значительной степенью точности.

В табл. XXVIII приведены атомные веса стабильных (устойчивых) изотопов 11 первых элементов периодической системы Менделеева:

Целое число, ближайшее к атомному весу чистого изотопа, называется *массовым числом*; мы будем его обозначать M . Массовое число M , наряду с зарядовым числом Z , является основной характеристикой ядра. Ядра различных изотопов обозначаются знаком соответственно химическому элементу, сверху справа от которого ставится массовое число, а снизу слева — зарядовое число. Например, изотоп лития с массовым числом 7 обозначается ${}^7_3\text{Li}$, а изотоп того же лития с массовым числом 8 обозначается ${}^8_3\text{Li}$. В дальнейшем мы уви-

дим, что массовое число определяет число элементарных частиц, входящих в состав ядра.

Таблица XXVIII

Атомные веса изотопов

Z	Изотоп	% в естественной смеси	Атомный вес	Z	Изотоп	% в естественной смеси	Атомный вес
1	H ¹	99,98	1,00812	7	N ¹⁴	99,62	14,00750
1	D ²	0,02	2,01472	7	N ¹⁵	0,38	15,00489
2	He ³	$\sim 10^{-4}$	3,01701	8	O ¹⁶	99,76	16,00000
2	He ⁴	100	4,00388	8	O ¹⁷	0,04	17,00450
3	Li ⁶	7,9	6,01690	8	O ¹⁸	0,20	18,00470
3	Li ⁷	92,1	7,01804	9	F ¹⁹	100	19,00452
4	Be ⁹	100	9,01497	10	Ne ²⁰	90,00	19,99881
5	B ¹⁰	18,4	10,01605	10	Ne ²¹	0,27	21,00018
5	B ¹¹	81,6	11,01286	10	Ne ²²	9,73	21,99864
6	C ¹²	98,9	12,00398	11	Na ²³	100	22,99680
6	C ¹³	1,1	13,00766				

Простейшим ядром является ядро легкого изотопа водорода (*протон*), для которого и зарядовое и массовое числа равны единице.

Из данных табл. XXVIII легко видеть, что атомные веса изотопов несколько меньше ближайшего целого кратного от атомного веса водорода. Например, учетверенный атомный вес водорода равен 4,03248, в то время как атомный вес гелия равен 4,00388. Таким образом, если допустить, что атом гелия состоит из четырех атомов водорода, то тогда пришлось бы считать, что имеется недостаток („дефект“) массы, равный 0,0286 г на каждый моль гелия. В дальнейшем мы увидим, что в состав ядер входят, наряду с протонами, еще такие частицы (нейтроны, § 380), которых нет в составе легкого изотопа водорода, тем не менее *масса ядер меньше суммы масс элементарных частиц, входящих в их состав*. Каждое ядро характеризуется определенным *дефектом* масс Δm .

В § 301 мы видели, что теория относительности устанавливает соотношение между массой и энергией. Изменение массы системы на величину Δm соответствует изменению энергии системы на величину

$$\Delta W = \Delta m \cdot c^2, \quad (1)$$

где c — скорость света в пустоте. Отсюда следует, что *дефект массы ядра Δm измеряет количество энергии, выделившейся при образовании данного ядра из элементарных частиц*. Ядро имеет

массу, меньшую, чем сумма масс элементарных частиц, входящих в его состав, за счет выделения при образовании ядра огромного количества энергии.

Изменение массы на одну единицу атомного веса соответствует изменению энергии на

$$\Delta W = 1,662 \cdot 10^{-24} \cdot 9 \cdot 10^{20} \text{ эрг} = 1,496 \cdot 10^{-3} \text{ эрг.}$$

Эту же величину можно представить в электрон-вольтах, имея в виду, что $1 \text{ эв} = 1,601 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$:

$$\Delta W = \frac{1,496 \cdot 10^{-3}}{1,601 \cdot 10^{-12}} \text{ эв} = 931,8 \text{ мзэв,} \quad (2)$$

где через *мзэв* обозначен мегаэлектрон-вольт, равный 10^6 эв . Дефект массы, рассчитанный на одну элементарную частицу, входящую в состав ядра (т. е. величина $\Delta m/M$), составляет для большинства ядер приблизительно 0,009 единицы атомного веса, что, по (2), эквивалентно 8,5 *мзэв*. Эту величину интересно сравнить с энергиями, выделяемыми при химических реакциях, где они равны 2—3 *эв*. Отсюда видно, что при образовании атомных ядер из элементарных частиц выделяются энергии, в миллионы раз большие (на единицу массы реагирующего вещества), чем при химических реакциях. Эти энергии так велики, что они связаны с заметными изменениями масс. При химических реакциях также имеют место изменения масс, однако, благодаря гораздо меньшим количествам выделяемых или поглощаемых энергий, эти изменения остаются практически необнаруживаемыми.

Большое количество энергии, выделяемой при образовании ядер из элементарных частиц, указывает на то, что атомные ядра представляют собою чрезвычайно прочные образования. Этим объясняются большие трудности, связанные с искусственным расщеплением ядер.

Естественное же превращение встречается среди элементов, существующих в земной коре, весьма редко и преимущественно среди наиболее тяжелых элементов конца периодической системы Менделеева. Такие превращения ядер носят название *естественной радиоактивности*.

§ 369. Естественная радиоактивность. В 1896 г. французский физик А. Беккерель, исследуя соли урана, обнаружил, что они испускают невидимые лучи, вызывающие почернение фотопластинок. Исследование лучей урана в магнитном поле показало, что они состоят из трех составляющих. Одна из них отклоняется так, как должен отклоняться поток положительно заряженных частиц. Эта составляющая получила название *α-лучей*. Вторая составляющая отклоняется, как поток отрицательно заряженных частиц, а третья не испытывает

вовсе отклонения в магнитном поле. Эти составляющие получили соответственно названия β и γ -лучей.

Двумя годами позже Пьер Кюри и Мария Кюри-Складовская открыли два новых элемента, *радий* и *полоний*, обладающих способностью давать излучения, аналогичные излучению урана, но более интенсивные. Кроме того, они нашли, что радиоактивными свойствами обладает и ранее известный элемент торий.

Дальнейшие исследования показали, что радиоактивные излучения: а) способны вызывать биологические и химические действия, в частности почернение фотопластинок; б) они ионизируют газы; в) возбуждают флюоресценцию многих твердых и жидких тел; г) обладают большой проникающей способностью.

Наибольшей проникающей способностью обладают γ -лучи, они проникают сквозь значительные толщи твердых тел, в том числе и металлов. Наименьшей проникающей способностью обладают α -лучи, но и они могут проникать сквозь тонкие слои твердых тел, например стекло.

Температура радиоактивных веществ всегда выше температуры окружающей среды. Это показывает, что радиоактивный процесс сопровождается непрерывным выделением энергии.

В 1908 г. Резерфорд и его сотрудники обнаружили спектроскопически, что в ампулке, содержащей небольшое количество соли радия (RaCl_2), появляются два новых, ранее там не находившихся газа. Один из них давал спектральные линии, совпадающие с линиями гелия; спектр другого не совпадал со спектром какого-либо из известных в то время элементов. Этот новый газ был назван *эманацией радия*. Впоследствии его назвали *радоном*. Прежнее его название связано с тем, что первоначально его находили только в присутствии радия. В настоящее время известно еще несколько изотопов эманации. Исследования свойств этого газа показали, что он относится к группе инертных газов; обладает зарядовым числом $Z = 86$ и массовым числом $M = 222$. Эти наблюдения привели к объяснению радиоактивности как *естественно протекающего процесса распада атомного ядра*. В результате такого распада исходный элемент превращается в другие. В случае радия распад сводится к выбрасыванию из ядра атома радия α -частицы, которая тождественна с ядром атома гелия; нейтрализуясь, α -частица превращается в обычный атом гелия. Оставшаяся часть ядра представляет собою ядро нового элемента — *радона*, который, как оказывается, сам является радиоактивным и подвергается дальнейшим превращениям.

Если радий поместить в замкнутую ампулку, то количество радона в ней сперва будет возрастать довольно быстро, а затем достигнет равновесного количества и будет оставаться неизменным. Последнее наступит тогда, когда количество вновь образующегося из радия радона будет равно количеству распадающегося радона.

Если некоторое количество радона отделить от радия и поместить в отдельную замкнутую ампулку, то его количество в этой ампулке будет непрерывно убывать по закону, графически представленному на рис. 387. Через 3,825 суток останется половина, еще через 3,825 суток — четверть первоначального количества радона и т. д.

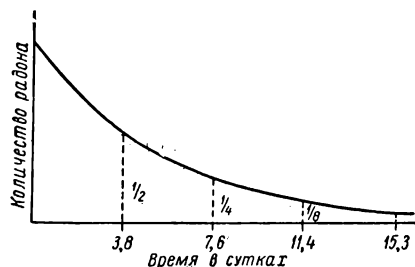


Рис. 387. Кривая распада радона.

Промежуток времени $\tau = 3,825$ суток называется *периодом полураспада*. Если m_0 означает массу первоначального количества радона, то эмпирический закон убывания его количества со временем t имеет вид:

$$m = m_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

где λ — константа, носящая название *постоянной радиоактивного распада*. Вид этого закона

легко объясняется, если считать, что количество атомов — dN , распадающихся за время dt , пропорционально количеству наличных атомов:

$$-dN = \lambda N dt, \quad (2)$$

где λ — постоянная величина. Последнее равенство переписываем в виде:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt.$$

Интегрирование дает

$$\ln N = -\lambda t + C, \quad (3)$$

где C — постоянная интегрирования. При $t = 0$ имеем $\ln N_0 = C$, где N_0 — исходное количество атомов. Пользуясь полученным значением C , перепишем формулу (3) в виде:

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

или, переходя к показательной функции

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (4)$$

что соответствует эмпирическому закону (1). Выполнимость на опыте экспоненциального закона распада удобнее всего проверить, отложив по оси ординат $\ln N$, а по оси абсцисс — время t . Тогда в соответствии с соотношением (3) получится прямая, наклон которой определит значение постоянной распада $\operatorname{tg} \varphi = \lambda$ (рис. 388). Закон распада (4) справедлив для всех известных радиоактивных элементов.

Величину постоянной распада λ легко связать с периодом полураспада τ . По определению, при $t = \tau$ имеем $N = \frac{1}{2} N_0$, откуда, по (4):

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \tau}.$$

Логарифмируя это выражение, получим

$$\lambda \tau = \ln 2$$

или

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (5)$$

Определим теперь равновесное количество данного радиоактивного вещества B , возникающего из другого радиоактивного вещества A („материнского“). Число возникающих атомов dN' вещества B равно абсолютному значению числа распадающихся атомов материнского вещества A , следовательно, по (2), имеем

$$dN' = \lambda N dt,$$

где величины λ и N относятся к материнскому веществу. За то же время число распавшихся атомов вещества B равно

$$-dN'' = \lambda' N' dt,$$

где λ' и N' относятся к веществу B . Равновесие наступит при $dN' = -dN''$, откуда

$$\lambda N = \lambda' N'_0, \quad (6)$$

где N'_0 — число атомов B при равновесии.

Соотношение (6) позволяет найти по одной из постоянных распада (λ или λ') другую, если известны N и N'_0 . Им пользуются для нахождения λ (а следовательно, и периода полураспада τ) веществ, распадающихся настолько быстро или настолько медленно, что формула (4) практически неприменима. Наблюдения показывают, что периоды полураспада для разных радиоактивных веществ весьма различны. Так, для урана период полураспада равен $4,4 \cdot 10^9$ лет; для радона, как было указано, $\tau = 3,825$ суток; для элемента, обозначаемого RaC' , период полураспада равен всего 10^{-6} сек.

Соотношение между числом распавшихся ядер и числом наличных ядер (2) имеет *статистический характер*; оно справедливо лишь для большого числа N . Распад каждого данного ядра носит характер случайного явления,

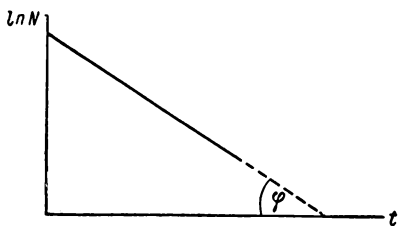


Рис. 388. Кривая зависимости $\ln N$ от времени.

Отсюда следует, что должны существовать флуктуации числа распадающихся ядер.

Пусть имеется радиоактивное вещество, распадающееся настолько медленно, что за время наблюдения t его количество можно считать неизменным. Разобьем время наблюдения t на k равных промежутков δt , так что $t = k \delta t$. В среднем за время δt распадается следующее число атомов:

$$\bar{\delta n} = \lambda N \delta t,$$

где N — число атомов рассматриваемого радиоактивного вещества. В действительности за отдельные промежутки времени δt_i распадается число атомов δn_i , несколько отличное от *среднего* числа $\bar{\delta n}$:

$$\delta n_i = \bar{\delta n} + \Delta,$$

где Δ — отклонение от среднего числа; отклонения могут быть как положительными, так и отрицательными, и сумма их за все время наблюдения t равна нулю. Как доказывается в теории вероятности, при большом k вероятность p данного отклонения Δ дается формулой:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi \bar{\delta n}}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\bar{\delta n}}}. \quad (7)$$

Большие отклонения Δ встречаются редко. Формула (7) может быть проверена на опыте либо путем измерения ионизации газа, вызванной радиоактивным излучением, либо прямым подсчетом числа распавшихся за промежутки времени δt_i ядер с помощью сцинтилляций (§ 371). Измерения такого рода показали выполнимость формулы (7) и тем самым подтвердили случайный характер распада ядер.

§ 370. Правила смещения. Радиоактивный распад происходит, как и всякий другой процесс, в соответствии с законом сохранения электрических зарядов и законом сохранения масс и энергий. По первому из этих законов *сумма зарядов возникающих частиц равна заряду исходного ядра*. Второй закон может быть записан в следующем виде: если $M_{\text{я}}$ — масса ядра исходного атома и M_i — масса возникающих частиц, то

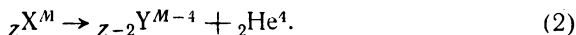
$$M_{\text{я}} = \sum M_i + \frac{\Delta W}{c^2}, \quad (1)$$

где ΔW — количество энергии, выделившейся при распаде, а c — скорость света в пустоте. Так как при естественной радиоактивности энергия ΔW соответствует массе, выражаемой небольшими долями единицы атомного веса, то из (1) следует, что *сумма массовых чисел возникающих частиц равна массовому числу исходного ядра*.

Мы уже указали, что радиоактивное превращение радия сводится к выбрасыванию α -частицы; такой процесс носит название *α -распада*. Второй тип распада связан с испусканием β -лучей. Опыты по отклонению лучей радиоактивных веществ в магнитном поле показали, что β -лучи представляют собой поток очень быстрых электронов. Таким образом, *β -распад* сводится к выбрасыванию из исходного ядра

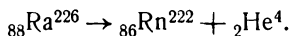
электрона. Третий сорт лучей — γ -лучи, представляет собой электромагнитное излучение, тождественное по своей природе с коротковолновыми рентгеновыми лучами. Эти лучи сопровождают процесс α - или β -распада.

Закон сохранения зарядов и закон постоянства сумм массовых чисел позволяют установить так называемые *правила смещения*, по которым можно определить, какой новый элемент возникает в результате данного α - или β -распада. При α -распаде из исходного ядра выбрасывается ядро атома гелия ${}_2\text{He}^4$, т. е. частица с зарядовым числом 2 и массовым числом 4. Поэтому возникший новый элемент должен обладать зарядовым числом на две единицы меньше и массовым числом на четыре единицы меньше, чем у исходного ядра. Обозначая исходное ядро символом X , а возникающее — символом Y , запишем процесс α -распада в виде следующей схемы:



Так как зарядовое число определяет место элемента в периодической системе Менделеева, то из схемы (2) следует: *в результате α -распада возникает новый элемент, стоящий в периодической системе Менделеева на два места раньше исходного элемента.*

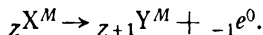
Примером α -распада может служить распад радия (${}_{88}\text{Ra}^{226}$), который, выбрасывая α -частицу, превращается в эманацию ${}_{86}\text{Rn}^{222}$:



Радон имеет массовое число на 4 единицы меньше, чем у радия, и представляет собой инертный газ, отстоящий от радия (щелочно-земельного элемента) на два места в периодической системе Менделеева.

При β -распаде из ядра исходного элемента выбрасывается электрон. Масса электрона почти в две тысячи раз меньше массы атома водорода, поэтому массовое число электрона приблизительно равно нулю. Заряд электрона численно равен заряду протона, но отрицателен, отсюда вытекает, что для электрона следует положить $Z = -1$.

В связи с этим мы будем обозначать электрон символом ${}_{-1}e^0$, и схема β -распада примет вид



Массовое число нового ядра равно массовому числу исходного ядра, а его зарядовое число на единицу больше. *В результате β -распада возникает новый элемент, стоящий в периодической системе Менделеева на одно место позже исходного элемента.*

Указанные два правила смещения позволяют полностью разобратся во всех последовательных превращениях, происходящих при естественной радиоактивности тяжелых элементов, присутствующих

в земной коре. Оказывается, существуют *три ряда* или *три семейства радиоактивных элементов*,¹ родоначальниками которых являются: уран ${}_{92}\text{U}^{238}$, торий ${}_{90}\text{Th}^{232}$, изотоп урана ${}_{92}\text{U}^{235}$, называемый также *актиноураном* (AcU). Последний ряд называется *актиниевым* рядом.

На рис. 389 представлены последовательные превращения во всех трех радиоактивных рядах. По оси абсцисс отложены зарядовые числа Z , а по оси ординат — массовые числа M . В этой диаграмме α -распад ведет к сдвигу влево вниз, а β -распад ведет к сдвигу по горизонтали направо. Все три ряда оканчиваются *стабильными* (т. е. устойчивыми, не обнаруживающими радиоактивности) изотопами свинца ($Z=82$). Отдельные члены этих рядов носят исторически возникшие названия: уран- X_1 (UX_1), уран- X_2 (UX_2); радий А, радий В (RaA и RaB); мезоторий (MsTh_1 и MsTh_2) и т. д. Все они являются различными изотопами элементов с зарядовыми числами Z , заключенными между $Z=92$ и $Z=81$. Например, радон (${}_{86}\text{Rn}^{222}$), торон (${}_{86}\text{Tn}^{220}$) и актинон (${}_{86}\text{An}^{219}$) являются тремя различными изотопами инертного газа с $Z=86$ (эманации). Члены ториевого и актиниевого рядов, обозначенные ThC'' и AcC'' , являются двумя радиоактивными изотопами (с $M=208$ и 207) таллия, который в естественном виде имеет два стабильных изотопа ${}_{81}\text{Tl}^{203}$ и ${}_{81}\text{Tl}^{205}$.

Все три ряда имеют разветвления, обусловленные тем, что один и тот же элемент способен испытывать и α - и β -распад. Например, в урановом ряду элемент ${}_{83}\text{RaC}^{214}$ способен превращаться либо в ${}_{84}\text{RaC}'^{214}$ путем β -распада, либо в ${}_{81}\text{RaC}''^{210}$ путем α -распада. Затем RaC' испытывает α -распад, а RaC'' — β -распад; оба эти распада, как легко видеть, ведут к возникновению одного и того же элемента ${}_{82}\text{RaD}^{210}$ (радиоактивный изотоп свинца). Остановимся еще на разветвлении, начинающемся с ${}_{89}\text{Ac}^{227}$. В подавляющем числе случаев (99%) ядро этого элемента выбрасывает β -частицу и превращается в ${}_{90}\text{RaAc}^{227}$ (изотоп тория). Однако в небольшом числе случаев (1%) ядро ${}_{89}\text{Ac}^{227}$ выбрасывает α -частицу и превращается в элемент с $Z=87$ и $M=223$; это — радиоактивный изотоп предсказанного Менделеевым элемента экацезия (франций), который в стабильном виде не существует. Также в радиоактивных рядах урана и тория в весьма небольших количествах возникают ядра с $Z=85$, $M=218$ и $Z=85$, $M=216$, которые представляют собою радиоактивные изотопы другого, также предсказанного Менделеевым элемента — экаиода (астатин).

Все три ряда начинаются с элементов с очень большими периодами полураспада: ${}_{92}\text{U}^{238}$ имеет период полураспада $\tau=4,4 \cdot 10^9$ лет:

¹ В настоящее время установлено четвертое радиоактивное семейство, родоначальником которого является трансурановый элемент с $Z=95$ (семейство нептуния).

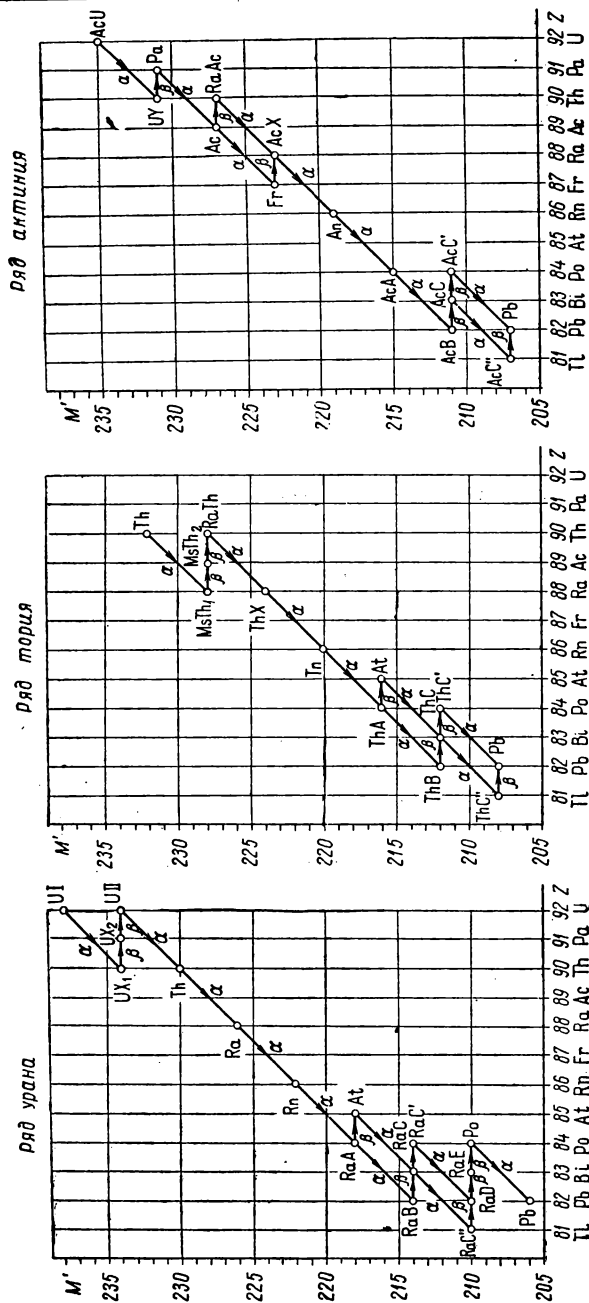


Рис. 389. Превращения в радиоактивных рядах.

для тория $\tau = 1,8 \cdot 10^{10}$ лет и для AcU период $\tau = 4 \cdot 10^8$ лет. Этим объясняется самый факт существования в земной коре радиоактивных элементов. В отдаленные эпохи должны были происходить процессы образования этих элементов из более легких. Попад в земную кору, они начали распадаться, став родоначальниками всех остальных естественно-радиоактивных элементов. За время, прошедшее с момента их образования до нашей эпохи, они еще не успели полностью распасться. Месторождения радиоактивных элементов всегда сопровождаются наличием свинца, который является конечным продуктом их распада. Как было сказано, урановый ряд заканчивается изотопом Pb^{206} , ториевый — изотопом Pb^{208} и актиниевый — Pb^{207} . В соответствии с этим урановые руды (содержащие ${}_{92}\text{U}^{238}$ и ${}_{92}\text{U}^{235}$) сопровождаются наличием свинца, представляющего собой смесь двух изотопов Pb^{206} и Pb^{207} , а ториевые руды — наличием свинца, представляющего собой один чистый изотоп Pb^{208} . Это редкий случай, когда в земной коре стабильные изотопы встречаются в разделенном виде.

Кроме указанных радиоактивных элементов, весьма слабой радиоактивностью обладают еще калий ($\tau = 1,3 \cdot 10^9$ лет), рубидий ($\tau = 6,5 \cdot 10^{10}$ лет) и самарий ($\tau = 6,7 \cdot 10^{11}$ лет).

В настоящее время мы знаем, что существует также весьма большое количество радиоактивных изотопов других элементов, которые, однако, не встречаются в естественном виде в земной коре и могут быть получены лишь искусственно. Это объясняется тем, что для всех этих изотопов период распада сравнительно мал и поэтому, если они когда-либо и присутствовали в земной коре, то успели уже полностью распасться.

§ 371. Методы наблюдения радиоактивных явлений. Первоначально радиоактивность наблюдалась на основании либо фотографического действия, либо ионизации воздуха, вызываемых α -, β - и γ -излучениями. Действия различных радиоактивных элементов сравнивались по способности возбуждать ионизацию. В 1910 г. международный конгресс по радиологии принял за единицу радиоактивности активность радона, находящегося в равновесии с 1 г чистого радия. Эта единица была названа 1 *кюри*. Наряду с этой единицей используются производные от нее: *милликюри* и *микрокюри*.

Кроме указанных двух методов, радиоактивные излучения наблюдались также с помощью вызываемой ими флюоресценции твердых тел.

Большие энергии, выделяемые при радиоактивном распаде, позволяют регистрировать отдельные α - и β -частицы. Таким образом, в области радиоактивности удастся проследить за отдельными элементарными процессами, что играет очень большую роль во всем современном развитии ядерной физики.

Рассмотрим различные методы регистрации отдельных частиц.

1. Метод сцинтилляций. Этот наиболее простой метод регистрации отдельных частиц основан на том, что испускание света флюоресцирующим веществом (например, сернистым цинком), вызванное ударом одной частицы, настолько интенсивно, что оно может быть непосредственно воспринято глазом (в состоянии адаптации, § 306). Если экран из сернистого цинка поставить на пути потока α -частиц и рассматривать его через микроскоп небольшого увеличения, то в поле зрения микроскопа видны отдельные вспышки — *сцинтилляции*. Каждая вспышка соответствует удару одной α -частицы об экран. Таким образом можно непосредственно подсчитывать число попавших на экран α -частиц и устанавливать то место экрана, в которое они попали.

Метод сцинтилляций пригоден и для наблюдения быстрых β -частиц.

Непосредственный подсчет числа α -частиц, попадающих на флюоресцирующий экран, позволяет определить и число частиц, испускаемых данным количеством радиоактивного вещества во все стороны. Для этого надо помножить число наблюдаемых сцинтилляций на $4\pi/\omega$, где ω — телесный угол, под которым виден экран из места расположения радиоактивного препарата. Этим способом было установлено, что 1 г Ra испускает в секунду $3,7 \cdot 10^{16}$ α -частиц.

Зная последнее число, можно определить число Авогадро N по количеству гелия, образующегося при радиоактивном распаде. Если мы поместим некоторое количество радия в закрытый сосуд, из которого α -частицы не могут вылетать, то в сосуде начнет накапливаться гелий. Из рассмотрения ряда урана (рис. 389) видно, что за Ra идут следующие, испускающие также α -частицы элементы: Rn, RaA и RaC'. На этих трех членах можно оборвать рассмотрение ряда, так как RaD имеет относительно большой период полураспада ($\tau = 22$ года) и поэтому последующий элемент (Po), обладающий α -радиоактивностью, при не слишком большом времени наблюдения накапливается лишь в очень малом количестве. При равновесном состоянии все четыре члена ряда, Ra, Rn, RaA и RaC', будут в единицу времени испускать одинаковое число α -частиц, равное в совокупности $n = 3,7 \cdot 10^{10} \cdot 4 \text{ г}^{-1} \text{ сек}^{-1} = 14,8 \cdot 10^{10} \text{ г}^{-1} \text{ сек}^{-1}$. За счет этих α -частиц и будет накапливаться гелий в сосуде. Непосредственные измерения показывают, что в этих условиях на 1 г радия образуется 172 мм³ гелия в год, что составляет следующее число молей в секунду:

$$\nu = \frac{172}{22,4 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,43 \cdot 10^{-13} \text{ моль/сек.}$$

Отсюда находим для числа Авогадро

$$N = \frac{n}{\nu} = \frac{14,8 \cdot 10^{10}}{2,43 \cdot 10^{-13}} = 6,07 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1},$$

что совпадает в пределах ошибок наблюдений со значением N , найденным другими способами.

Метод сцинтилляций в настоящее время применяется в так называемых *сцинтилляционных счетчиках*. Сцинтилляционный счетчик состоит из люминесцирующего кристалла, помещенного непосредственно перед фотоумножителем (см. § 306), который под действием

света сцинтилляций создает регистрируемый импульс тока. Существует много фосфоресцирующих веществ, преимущественно органических, которые обладают очень малым временем высвечивания (порядка 10^{-9} сек); длительность импульса тока в фотоумножителе еще меньше и достигает 10^{-10} сек. Эти обстоятельства позволяют регистрировать вспышки, следующие друг за другом через очень малые промежутки времени, таким образом, прибор обладает высокой разрешающей силой во времени. Сцинтилляционные счетчики более эффективны по отношению к регистрации разного вида частиц, чем ионизационные счетчики. Есть фосфоры, у которых световой выход пропорционален энергии частицы, вызвавшей сцинтилляцию, что позволяет использовать счетчик для измерения энергии частиц.

2. Камера Вильсона. Действие камеры Вильсона основано на том, что в газе ионы могут являться центрами конденсации паров. Если через пространство, содержащее, кроме газа, пересыщенные пары, пролетит быстрая частица, создающая на своем пути ионы, то на этих ионах образуются капельки. В камере возникает след траектории частицы в виде узкой полоски тумана. При достаточно сильном боковом освещении такой след можно непосредственно видеть глазом или фотографировать.

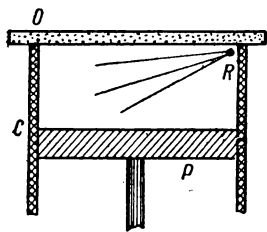


Рис. 390. Схема устройства камеры Вильсона.

На рис. 390 дана схема камеры Вильсона: *C* — цилиндрический сосуд, содержащий газ и насыщенные пары воды или какой-либо другой жидкости; сверху цилиндр закрыт стеклянным окошком *O*. В цилиндре *C* может двигаться поршень *P*. При быстром опускании поршня *P* газ адиабатически расширяется, в результате чего он охлаждается, и пары переходят в состояние пересыщения. Если в сосуд введено весьма небольшое количество радиоактивного препарата *R*, то испускаемые им частицы ионизуют газ вдоль своих траекторий, и образовавшийся на ионах туман делает эти траектории видимыми. На снимке 6 (см. приложение) приведена фотография следов путей α -частиц, вылетающих из препарата ThC.

Камера Вильсона позволяет наблюдать и следы путей β -частиц. Так как β -частицы создают на единицу длины пути в газе меньше ионов, чем α -частицы, то следы их путей менее жирны, чем следы путей α -частиц. Сравнительно медленные β -частицы дают изогнутые следы, так как они легко меняют направление движения при столкновениях с атомами газа; быстрые β -частицы дают прямолинейные пути. Таким образом, по внешнему виду следов в камере Вильсона можно судить о природе наблюдаемой частицы.

Дальнейшее усовершенствование метода, осуществленное впервые Д. В. Скобелыным, получается при помещении камеры Вильсона в постоянное магнитное поле, параллельное оси камеры. В этом случае траектории β -частиц представляют части винтовой линии (для α -частиц из-за их большой массы искривление траектории мало). В простейшем случае, когда β -частица движется перпендикулярно к направлению магнитного поля, ее траекторией является дуга окружности, радиус которой R равен (см. т. II, § 217):

$$R = \frac{c}{e/m} \frac{v}{H}, \quad (1)$$

где H — напряженность магнитного поля и v — скорость частицы. Так как отношение e/m для β -частиц (электронов) известно, то по формуле (1) можно определить скорость v , а следовательно, и кинетическую энергию наблюдаемой β -частицы. Для быстрых β -частиц надо учитывать зависимость их массы от скорости.

3. Ионизационные счетчики. Другим, в настоящее время широко применяемым прибором, является ионизационный счетчик частиц. Счетчики бывают с нитью (рис. 391а) и с острием (рис. 391б). Счетчик с нитью представляет собою цилиндрическую металлическую трубку A ,

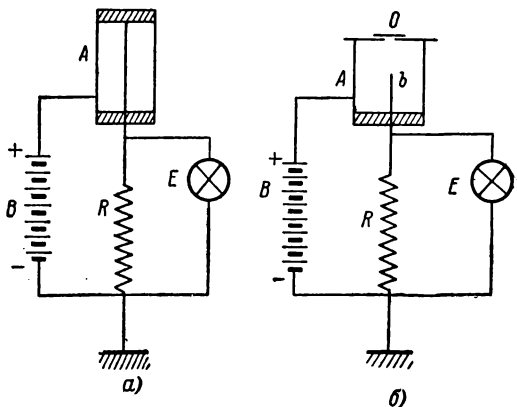


Рис. 391. Схема счетчиков: а — с нитью; б — с острием.

основания которой закрыты изоляторами. По оси трубки натянута тонкая металлическая нить. Счетчик наполняется каким-либо газом при пониженном давлении (10—20 см ртутного столба). Нить счетчика соединяется с землей через очень большое сопротивление R . Между нитью и стенками трубки создается с помощью батареи B разность потенциалов V , несколько более низкая, чем пробивной потенциал газа в счетчике. При попадании в счетчик быстрой частицы она производит ионизацию газа, в результате чего под влиянием разности потенциалов V происходит пробой газа. Через счетчик начинает идти ток, и вдоль сопротивления R возникает падение потенциала, которое измеряется электрометром E . Параметры счетчика подбираются так, чтобы разряд через счетчик прекращался, как только прекратится в нем ионизация газа. Таким образом, попадание в счетчик

каждой быстрой частицы вызывает появление кратковременного тока (импульса), что отмечается отбросом нити электрометра E . В настоящее время счетчики обычно соединяются с радиотехническими усилительными схемами, позволяющими отмечать каждое попадание частицы с помощью отсчета механического счетчика или световой вспышки, регистрируемой на фотопленке.

В счетчике с острием (рис. 391б) нить заменена иглой b . Передний конец трубки A закрыт крышкой, с отверстием O , закрываемым тонкой фольгой для того, чтобы частицы легче проникали в счетчик. Счетчик с острием может содержать газ как при пониженном, так и при атмосферном давлении. Принцип действия этого счетчика такой же, как и счетчика с нитью.

Счетчики, в которых сила возникающего тока пропорциональна числу ионов, образованных частицей, называются *пропорциональными*. Они позволяют отличать действие α -частиц от действия более слабо ионизирующих β -частиц. Условия работы пропорционального счетчика могут быть подобраны так, что он будет отмечать попадание лишь сильно ионизирующих частиц (α -частицы).

Счетчики пригодны и для наблюдения γ -лучей, которые регистрируются по тем вторичным электронам (фотоэлектронам, комптоновским электронам), которые они вызывают.

Счетчики иногда употребляются в *схеме совпадений*. Эта схема заключается в том, что усилительное радиотехническое приспособление регистрирует лишь одновременные импульсы в двух (или большем числе) счетчиках. Следовательно, схема отмечает только ту частицу, которая пролетает через оба счетчика.

4. Метод толстослойных фотопластинок. Этот метод разработан советскими физиками Л. В. Мысовским и А. П. Ждановым. Метод основан на том, что отдельные α -частицы вызывают разложение бромистого серебра в тех зернах фотоэмульсии, через которые они пролетели. Поэтому в толстом слое фотографической эмульсии (толщиной 50—300 $\mu\text{к}$) после проявления получают следы траектории частиц в виде следующих друг за другом почерневших точек. Эти следы рассматриваются в микроскоп. Достоинством метода является его суммирующее действие. Разложение бромистого серебра, вызванное частицей, сохраняется в течение некоторого времени, поэтому одна пластинка может быть использована для регистрации путей многих частиц, пролетевших на значительных промежутках времени одна за другой.

5. Счетчики Черенкова. Эти счетчики основаны на излучении Черенкова (§ 332), вызываемом частицами, движущимися в среде со скоростью, превышающей скорость света в этой среде c/n . Первоначально излучение Черенкова было открыто как излучение быстрых электронов, вызванных γ -лучами. Впоследствии оказалось, что в соответствии с теоретическими представлениями, оно испускается любой

заряженной частицей (например, протоном), движущейся со скоростью $v > c/n$. Для быстрых частиц мощность излучения, вызванного одной частицей, достаточна, чтобы его можно было зарегистрировать с помощью современных чувствительных приемников света (фотоумножителей). Счетчик делается в виде цилиндра из прозрачного вещества с возможно большим коэффициентом преломления n и малой дисперсией (плексиглаз, люцит и др.). Преимущество счетчика Черенкова перед другими заключается в том, что он позволяет судить о направлении движения частицы и о величине ее скорости.

§ 372. Альфа-распад. Начальные скорости α -частиц, испускаемых радиоактивными элементами, порядка 10^9 см/сек, что соответствует энергиям в несколько мэв.

При прохождении через какое-либо вещество α -частицы понемногу теряют свою энергию, что в конечном счете ведет к их остановке. В камере Вильсона длина следов траекторий α -частиц в воздухе (при нормальном давлении) для разных радиоактивных элементов колеблется примерно от 2,6 до 11,5 см. На такой длине пути α -частица настолько теряет свою скорость, что дальше она становится неспособной ионизовать воздух. Для данного радиоактивного вещества длина всех следов путей приблизительно одна и та же, что указывает на большую однородность скоростей α -частиц при их выбрасывании из ядра. Длина пути α -частицы носит название *пробега*. На рис. 392 (сплошная кривая) приведена зависимость от величины R числа α -частиц n , прошедших путь, равный или больший данного значения R . Как видно, вплоть до некоторого значения R_{\min} число частиц остается практически постоянным. Затем число частиц, прошедших путь $R > R_{\min}$, быстро спадает. Это указывает на то, что длины пробегов α -частиц, испускаемых данным радиоактивным веществом, варьируют в весьма небольших пределах. Пунктирная кривая дает распределение числа частиц по длине пробегов.

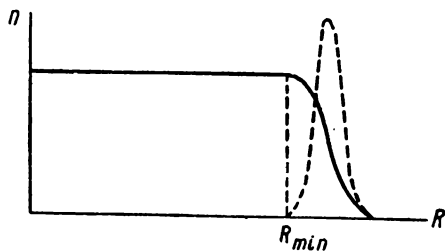


Рис. 392. Кривая пробега α -частиц.

Потеря энергии α -частицами при прохождении через вещество вызвана, в основном, столкновениями с электронами. При этом при каждом отдельном столкновении α -частица теряет лишь очень небольшую долю своей энергии. Для полной остановки она должна испытать весьма большое число столкновений. Различия в длине пробегов носят флуктуационный характер и невелики по сравнению с длиной самого пробега.

Длина пробега R приблизительно пропорциональна кубу начальной скорости α -частицы:

$$R \cong av^3. \quad (1)$$

Это соотношение справедливо для α -частиц средних скоростей. Для быстрых α -частиц пробег растет приблизительно пропорционально v^4 .

Точные измерения скоростей α -частиц могут быть произведены по отклонению в магнитном поле. Впервые такие измерения удалось произвести П. Л. Капице, который создал специальную установку для кратковременного получения магнитных полей очень больших напряженностей (несколько сот тысяч эрстед). Измерения в магнитных полях показали, что данное радиоактивное вещество испускает, вообще говоря, α -частицы нескольких групп, скорости которых немного отличаются друг от друга. В пределах каждой группы скорости весьма однородны. Кроме того, наряду с α -частицами с нормальной длиной пробега для данного элемента, встречаются в небольшом количестве длиннопробежные α -частицы. Так, радий на миллион α -частиц с пробегом в 7 см дает около 28 α -частиц с пробегом в 9 см и около 5 частиц с пробегом в 11 см.

Существует определенная связь между начальной скоростью α -частиц и периодом полураспада τ радиоактивных элементов: *чем меньше период полураспада, тем более быстрые α -частицы испускает радиоактивный элемент*. Количественно эта связь выражается так называемым *законом Гайгера — Нэттола*, установленным на основании анализа эмпирического материала:

$$\ln \lambda = A \ln R + B, \quad (2)$$

где R — длина пробега α -частиц, λ — постоянная радиоактивного распада, A — некоторая универсальная постоянная, B — постоянная, характерная для каждого радиоактивного ряда. Так как $R \cong av^3$ и $\lambda \sim \frac{1}{\tau}$, то из соотношения (2) вытекает, что ядра с малым периодом полураспада испускают быстрые α -частицы.

Длина пробега, согласно Гайгеру, равна

$$R = av^3 = a'E^{3/2},$$

где v — скорость α -частиц, E — энергия, a и a' — постоянные величины, т. е.

$$\ln \lambda = A' \ln v^3 + B = A'' \ln E + B. \quad (2a)$$

Эта формула выражает общую тенденцию возрастания энергии одновременного с λ . Кривые $\ln \lambda = f(E)$ имеют вид, изображенный на рис. 393. Опыт показывает, что уравнение (2a) удовлетворяется лишь в первом приближении.

Опыты по рассеянию α -частиц (§ 340) указывают, что между α -частицей и ядром какого-либо атома действуют кулоновы силы отталкивания вплоть до расстояний 10^{-12} — 10^{-13} см. При рассеянии от легких ядер для расстояний

порядка 10^{-12} см наблюдаются отступления от закона Кулона: сила отталкивания меньше, чем та, которая имела бы при точном выполнении закона Кулона. Дело выглядит так, как если бы, наряду с кулоновой силой отталкивания, появилась добавочная сила притяжения. Тем не менее, за редкими исключениями (§ 375), столкновения α -частиц с ядрами атомов происходят упруго. Это означает, что вокруг ядра имеется потенциальный барьер, максимальная высота которого больше начальной кинетической энергии налетающей α -частицы. Вместе с тем процесс α -распада указывает на наличие в ядрах тяжелых элементов α -частиц. Следовательно, внутри ядра должна существовать потенциальная яма. Общее потенциальное поле ядра может быть представлено кривой типа, изображенного на рис. 394. Наружные

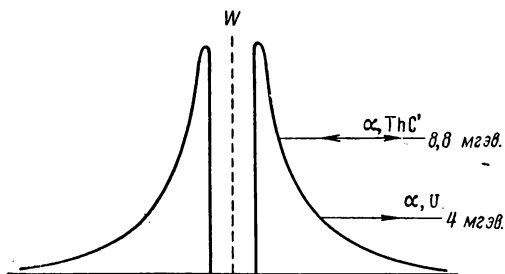


Рис. 394. Потенциальный барьер урана.

испускаемые ThC' с энергией 8,8 мзэв, рассеиваются от ядра урана в соответствии с законом Кулона. Следовательно, максимум потенциального барьера ядра урана лежит выше 8,8 мзэв (рис. 394).

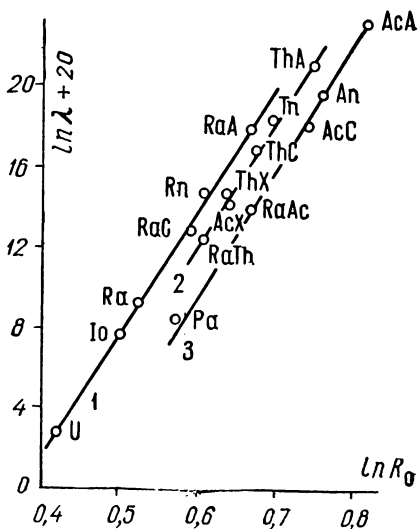


Рис. 393. Диаграммы Гайгера — Нэттола.

Ряды урана (1), тория (2), актиния (3).

части кривой представляют собою гиперболы, что соответствует кулонову характеру поля вне ядра.

Анализ экспериментальных данных показывает, что скорости α -частиц, выбрасываемых при распаде ядра, не согласуются с представлениями классической механики. В качестве примера рассмотрим α -распад урана. Опыты показывают, что очень быстрые α -частицы,

С классической точки зрения отсюда вытекает, что α -частицы, *выбрасываемые* из ядра урана, должны иметь энергию больше 8,8 мзэв, так как для вылета из ядра им нужно преодолеть потенциальный барьер. В действительности, энергия α -частиц, испускаемых ураном, равна всего 4 мзэв. Это обстоятельство, совершенно непонятное с классической точки зрения, объясняется квантовой механикой. Как мы видели в § 365, в квантовой механике показывается, что существует определенная вероятность просачивания элементарных частиц через потенциальный барьер. Таким образом, *процесс выбрасывания α -частиц из ядер радиоактивных элементов носит специфически квантовомеханический характер.*

Из квантовой механики следует, что вероятность просачивания частицы через барьер тем больше, чем меньше ширина d барьера.

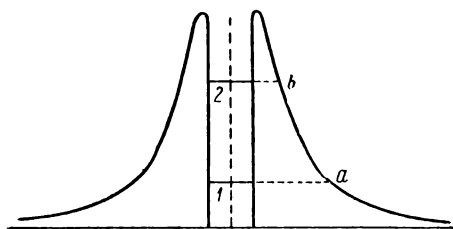


Рис. 395. Уровни α -частиц в ядре.

Из рис. 395 видно, что ширина потенциального барьера d больше в его нижних частях и меньше в его верхних частях. Если α -частица располагается в ядре какого-либо радиоактивного ядра на глубоком уровне 1, то вероятность для ее просачивания через барьер мала; это означает, что такое ядро имеет большой период полураспада; вместе с тем, если частица все же „просочится“ через барьер,

то она окажется в низкой точке a потенциальной кривой, и скорость, которую она приобретет за счет сил отталкивания от ядра, будет мала. Наоборот, если частица находится на высоком уровне 2, то вероятность ее просачивания велика и вместе с тем велика будет и скорость, которую она приобретет, когда окажется вне ядра. Ядро, у которого α -частица расположена на таком высоком уровне, будет иметь малый период полураспада и будет испускать быстрые α -частицы. Таким образом, квантовая теория непосредственно приводит к соотношениям, вытекающим из закона Гейгера — Нэттола. Для строгого количественного описания процесса α -распада надо точно знать вид потенциальной кривой ядра.

§ 373. Спектры γ -лучей и внутренняя конверсия. Распад многих радиоактивных элементов (как α -, так и β -распад) сопровождается испусканием γ -лучей. Испущенные γ -лучи могут при этом вызвать фотоэффект на электронной оболочке самого распадающегося атома. Этот процесс называется *внутренней конверсией*, а выброшенные γ -лучами электроны — *электронами конверсии*. Вероятность процесса внутренней конверсии велика и может достигать 100%; в этом последнем случае первичные γ -лучи вовсе не

наблюдаются, а наблюдаются лишь электроны конверсии. Энергия электронов конверсии eV связана с энергией γ -фотона $h\nu$ тем же соотношением, которое имеет место для обычного фотоэффекта:

$$eV = h\nu - A, \quad (1)$$

где A — работа вырывания электрона с данной оболочки.

Так как энергии γ -фотонов велики, то по соотношению (1) велики и скорости электронов конверсии. Эти скорости того же порядка, что и скорости β -частиц, т. е. электронов, выбрасываемых непосредственно из ядра. Вследствие этого исследователи долгое время смешивали электроны конверсии с β -частицами, что затрудняло разбор явлений естественной радиоактивности.

Проверка того, что данные электроны действительно являются электронами конверсии, производится на основании равенства (1). Работа вырывания электрона из оболочки атома численно равна энергии электронов на соответствующих уровнях. В тяжелых атомах внутренние электроны расположены на замкнутых K -, L -, M -, N -оболочках, энергии которых известны из рентгеноскопических данных. Таким образом, если ядро испускает монохроматическое γ -излучение с частотой ν , то должны возникнуть электроны конверсии следующих энергий:

$$eV_1 = h\nu - W_K, \quad eV_2 = h\nu - W_{L_I}, \\ eV_3 = h\nu - W_{L_{II}} \text{ и т. д.}, \quad (2)$$

где W_K , W_{L_I} , $W_{L_{II}}$ — энергии рентгеновых уровней того атома, который возник в результате γ -излучения.

В табл. XXIX в первом столбце приведены в килоэлектрон-вольтах энергии наблюдаемых электронов конверсии при распаде $RaB \rightarrow RaC$; во втором столбце приведены энергии W уровней электронов в оболочке атома с $Z = 83$ и в четвертом — энергии электронов конверсии $h\nu - W$, где $h\nu$ положено равным 52,91 кэв. Как видно, значения, приведенные в первом и четвертом столбцах, совпадают в пределах ошибок наблюдений. Отсюда следует выполнимость соотношений (2). Величина 52,91 кэв представляет собою энергию $h\nu$ первичного γ -фотона.

Таблица XXIX
Энергия электронов конверсии
с различных оболочек элемента
 $Z = 83$

Наблюдаемая энергия электронов конверсии в кэв	Энергия W уровней атома с $Z = 83$	Уровень	Вычисленная энергия электронов конверсии $h\nu - W$
36,74	16,34	L_I	36,57
37,37	15,67	L_{II}	37,24
39,63	13,38	L_{III}	39,53
48,85	3,99	M_I	48,92
49,10	3,68	M_{II}	49,23
49,66	3,17	M_{III}	49,74
51,90	0,93	N_I	51,98

Рассмотрение материала табл. XXIX позволяет также решить вопрос, какой из двух атомов — исходный или конечный — испускает γ -лучи. Рассматриваемый радиоактивный процесс $\text{RaB} \rightarrow \text{RaC}$ представляет собою β -распад, при котором элемент с зарядовым числом $Z=82$ переходит в элемент с $Z=83$. Так как соотношение (2) выполняется, если воспользоваться энергетическими уровнями оболочки элемента с $Z=83$, то отсюда вытекает, что γ -луч испускается ядром конечного элемента RaC . Дальнейший анализ экспериментальных данных показывает, что во всех известных случаях α - и β -распада γ -лучи испускаются ядром, получившимся в результате распада.

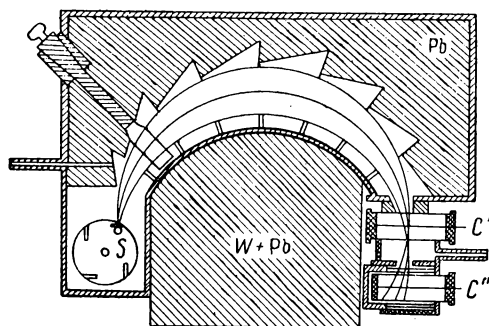


Рис. 396. Магнитный спектрограф
А. И. Алиханова.

Ядра могут испускать не одну, а несколько γ -линий с различными частотами ν_i . Каждой из таких линий, согласно равенствам (2), будет соответствовать своя группа электронов конверсии. Частоты γ -линий обычно определяются по скоростям электронов конверсии на основании равенств (2). На рис. 396 представлен магнитный спектрограф А. И. Алиханова, служащий для измерения скоростей электронов конверсии.

В спектрографе используется метод фокусировки поперечным магнитным полем (т. II, § 217). Электроны, испускаемые радиоактивным препаратом S , описывают под влиянием магнитного поля, перпендикулярного к плоскости рисунка, дуги окружностей определенного радиуса R и попадают в два счетчика C' и C'' , работающих по схеме совпадений. Массивные стенки прибора защищают счетчики от попадания частиц, пролетевших по иным траекториям, чем дуги указанных окружностей. Схема совпадений исключает случайные отбросы. При данной напряженности магнитного поля H в счетчики попадают электроны лишь определенной скорости v . Меняя напряженность H , можно последовательно регистрировать электроны разных скоростей.

Д. В. Скобельцын применил явление Комптона для определения длины волны γ -лучей по скоростям электронов отдачи.

Скорости электронов отдачи определялись по искривлению следов их траекторий в камере Вильсона, помещенной в поперечное магнитное поле. В ряде случаев длины волн γ -лучей измерены с помощью дифракции от кристаллов так же, как измеряются длины волн рентгеновых лучей. Длины волн γ -лучей лежат приблизительно в пре-

делах $0,2 \sim 0,01 \text{ \AA}$. Линии γ -спектра отличаются большой степенью монохроматичности.

Атом, ядро которого испустило γ -лучи, испускает также линейчатый рентгенов спектр, так как благодаря процессу конверсии он теряет один из внутренних электронов и в его оболочках возможны переходы электронов на освободившееся место.

Испускание γ -лучей показывает, что ядра могут находиться в возбужденном состоянии. Не вдаваясь в детали строения ядра, мы можем все же утверждать, что испускание γ -лучей определяется энергетическими соотношениями, аналогичными соотношениям, имеющим место при испускании видимого света или рентгеновых лучей электронной оболочкой атома. Если W и W' представляют собою энергии ядра в двух разных состояниях, то при переходе между этими состояниями испускается γ -луч с частотой

$$\nu = \frac{W'}{h} - \frac{W}{h}. \quad (3)$$

Наличие различных энергетических уровней в образующемся ядре находится в соответствии с существованием нескольких групп α -частиц с различными скоростями. Предположим, что исходное ядро находится в одном определенном энергетическом состоянии A (рис. 397) и испускает α -частицы трех групп скоростей α_1 , α_2 и α_3 , с энергиями W_1 , W_2 , W_3 . Тогда возникающее ядро окажется в одном из трех энергетических состояний B_1 , B_2 , B_3 , разности энергий которых будут равны $W_2 - W_1$ и $W_3 - W_2$. Переходы между этими уровнями поведут к испусканию γ -лучей. Так как частоты γ -лучей определяются соотношением (3), то отсюда мы получаем, что частоты γ -лучей возникшего элемента могут быть вычислены по разностям энергий α -частиц исходного элемента. Этот вывод подтверждается имеющимся эмпирическим материалом. Примером может служить α -распад $\text{ThC} \rightarrow \text{ThC}''$. Ядро ThC испускает α -частицы пяти различных скоростей. По разности энергий этих α -частиц можно построить схему энергетических уровней ядра ThC'' , которая представлена на рис. 398. Формально между этими уровнями возможны 10 переходов. В действительности для ядра ThC'' наблюдаются γ -лучи с шестью разными частотами, соответствующими переходам, изображенным на рис. 398 стрелками. Остальные переходы, очевидно, надо считать „запрещенными“.

В табл. XXX приведены энергии указанных шести γ -линий, вычисленные по схеме рис. 398 и наблюдаемые.

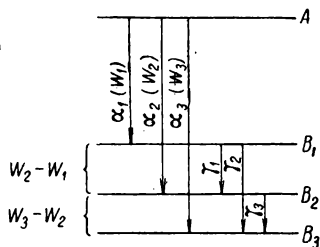


Рис. 397. Энергетические уровни исходного и образующегося ядер.

Вычисленные и наблюдаемые значения $h\nu$ совпадают в пределах погрешностей наблюдений. Время пребывания ядра в возбужденном состоянии весьма мало. В тех случаях, когда возникающее ядро не имеет возбужденных состояний, распад не сопровождается излучением γ -лучей.

Наличие возбужденных состояний ядер подтверждается фактом существования длиннопробежных α -частиц. Ядру в возбужденном состоянии соответствует высокий энергетический уровень, поэтому α -частица, „просочившаяся“ через

Таблица XXX
Энергия γ -линий ThC"

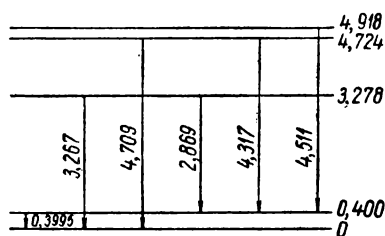


Рис. 398. Схема энергетических уровней ядра ThC".

$h\nu$ вычислено $эв \times 10^{-5}$	$h\nu$ наблюдается $эв \times 10^{-5}$
4,518	4,511
4,324	4,317
4,724	4,709
2,878	2,869
3,278	3,267
0,400	0,399

потенциальный барьер с этого уровня (ср. рис. 395), будет обладать большой скоростью, а следовательно, и большим пробегом. Малое время пребывания в возбужденном состоянии объясняет малое число длиннопробежных α -частиц.

§ 374. Бета-распад. Изучение β -лучей представляет одну из трудных проблем радиоактивности. Вторичные электроны, возникающие в результате конверсии γ -лучей, накладываются на первичные электроны (β -частицы), выбрасываемые из ядра. Лишь после того, как удалось выяснить происхождение электронов конверсии, были получены надежные сведения о самих β -частицах. Измерения, произведенные с различными радиоактивными веществами, показали, что при *каждом единичном акте β -распада из ядра выбрасывается один электрон (β -частица)*.

Изучение распределения β -частиц по скоростям производилось по методу отклонения в магнитном поле. Оказалось, что это распределение характеризуется сплошным спектром: *β -частицы испускаются со всевозможными энергиями, начиная от некоторой определенной верхней границы до нуля*. На рис. 399 приведена кривая распределения β -частиц по энергиям для RaE. Во всех случаях распределения даются плавными кривыми с одним максимумом и с хорошо заметной границей со стороны больших энергий.

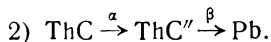
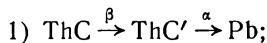
Объяснение сплошного спектра β -частиц представляло существенные трудности. Изучение α -распада показало, что ядра могут нахо-

даться в небольшом числе прерывных энергетических состояний. Так как в радиоактивных рядах α - и β -распады чередуются, то и при β -распаде должны были бы выделяться определенные энергии W_1, W_2, \dots . Отсюда следует, что β -частицы должны были бы образовывать, как и α -частицы, одну или небольшое число групп определенных скоростей. Наиболее простая гипотеза, устраняющая эту трудность, заключается в предположении, что первоначально все β -частицы выбрасываются из ядра с одной энергией, равной максимальной; частичная потеря энергии связана с процессами, происходящими вне ядра и носящими вторичный характер. Однако эта гипотеза опровергается прямыми калориметрическими опытами. Пре-

парат β -радиоактивного элемента помещался в калориметр с толстыми медными стенками и измерялось выделение энергии за определенный промежуток времени. Так как стенки были непроницаемы для β -лучей, то калориметр должен был измерить полную энергию, выделяемую при β -распаде. Если бы гипотеза об одинаковых первоначальных скоростях β -частиц оказалась верна, то энергия, измеренная калориметром, должна была бы соответствовать максимальной энергии β -частиц. В действительности она совпала со средней энергией в сплошном спектре.

Трудность объяснения сплошного спектра β -частиц усугубляется еще тем, что *полный баланс энергии при последовательных радиоактивных превращениях определяется максимальным значением энергии β -частиц*. Это можно показать, рассматривая один из случаев разветвления в радиоактивных рядах. Возьмем, например, разветвление, начинающееся с элемента ThC.

Как указано на рис. 389, возможны два следующих ряда превращений:



В обоих случаях возникает один и тот же устойчивый изотоп свинца.

Первый ряд характеризуется выделением следующих энергий (в эв):

$$\text{ThC} \xrightarrow{\beta} \text{ThC}'; \text{ максимальная энергия } \beta\text{-частиц: } 22,5 \cdot 10^5$$

$$\text{ThC}' \xrightarrow{\alpha} \text{Pb}; \text{ энергия } \alpha\text{-частицы: } 89,5 \cdot 10^5$$

$$\text{Итого} \dots 112,0 \cdot 10^5$$

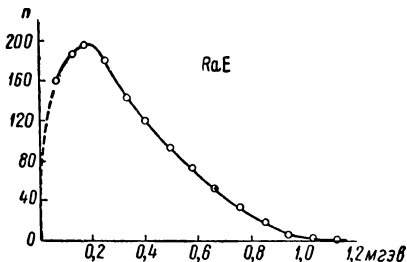


Рис. 399. Кривая распределения β -частиц по энергиям.

Второй ряд характеризуется следующими энергиями (в эв):

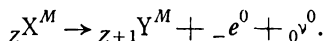
$\text{ThC} \xrightarrow{\alpha} \text{ThC}''$; энергия α -частицы:	$62,0 \cdot 10^5$
$\text{ThC}'' \xrightarrow{\beta} \text{Pb}_{(\text{возб})}$; максимальная энергия β -частиц:	$17,9 \cdot 10^5$
γ -излучение; энергия γ -фотона:	$32,0 \cdot 10^5$
Итого . . .	$111,9 \cdot 10^5$

Как видно, в обоих рядах выделяется одна и та же энергия, если учитывать *максимальную* энергию β -частиц. Сопоставляя указанные факты, мы получаем: а) отдельные β -частицы имеют разные энергии; калориметр измеряет энергию, соответствующую средней энергии β -частиц; б) правильный баланс энергии в различных рядах превращений получается, если считать, что *при каждом* β -распаде выделяется энергия, равная максимальной энергии β -частиц.

Некоторые буржуазные физики, исходя из сопоставления этих фактов, пытались сделать порочный, противоречащий всей материалистической тенденции в развитии физики вывод, что при единичных актах ядерных превращений нарушается закон сохранения энергии.

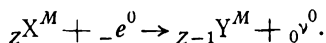
Выход из создавшегося затруднения был указан гипотезой, согласно которой при каждом β -распаде, наряду с электроном, из ядра выбрасывается еще другая частица, не имеющая заряда и обладающая очень малой массой. Эта частица получила название *нейтрино*. Благодаря отсутствию заряда и малой массе, нейтрино обладает большой проникающей способностью. Этим объясняется результат калориметрических измерений: стенки калориметра не задерживают нейтрино и поэтому калориметр измеряет только энергию β -частиц, которая меньше полной энергии превращения. Полная энергия, выделяющаяся при β -распаде ядра, распределяется между двумя частицами: электроном (β -частицей) и нейтрино. Чем больше энергия электрона, тем меньше энергия нейтрино, и наоборот.

Обозначая нейтрино символом ${}_0\nu^0$, мы запишем теперь схему β -распада следующим образом:

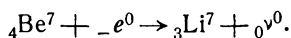


Непосредственное наблюдение нейтрино чрезвычайно трудно, так как нейтрино имеет весьма малое эффективное сечение и способно проникать без столкновений через очень большие толщи вещества. Первые опыты по обнаружению нейтрино сводились к попыткам обнаружить отдачу, испытываемую ядром при β -распаде. А. И. Алиханов и А. И. Алиханян предложили для этого использовать так называемый *K-захват* — процесс, обратный β -распаду. При *K-захвате* один из внутренних электронов *K-оболочки* атома захватывается ядром, которое превращается в новое ядро с зарядовым числом Z на единицу меньше, чем у исходного ядра. Единственной

испущенной частицей при этом превращении является нейтрино. Схема K -захвата записывается следующим образом:

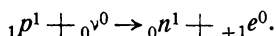


Так как вылетающее нейтрино имеет некоторое количество движения, то в силу закона сохранения количества движения, ядро должно испытать отдачу. Такое явление было обнаружено Алленом при ядерной реакции



Опыты показали, что ядро ${}_3 \text{Li}^7$ действительно испытывает отдачу. Масса покоя нейтрино меньше $1/1000$ массы покоя электрона.

Иную схему опыта использовали Коуэн и Рейнес (1956). Они наблюдали процесс присоединения нейтрино ${}_0 \nu^0$ к протону ${}_1 p^1$, в результате которого возникают нейтрон ${}_0 n^1$ и позитрон ${}_{+1} e^0$ (см. § 376 и 377):



Реакция происходит очень редко. Для ее наблюдения использовался поток нейтрино, испускаемый атомным реактором (§ 382), в котором имел место интенсивный процесс β -распада. Столкновения нейтрино с протонами происходили в большом объеме воды (200 л.). Выбрасываемый при реакции позитрон очень быстро присоединяется к одному из электронов молекулы воды. В результате происходит превращение пары электрон — позитрон в два фотона с энергией по 0,51 мэв каждый (см. 377). Для обнаружения нейтрона в воде растворяется некоторое количество соли кадмия. Ядра кадмия захватывают нейтроны, испуская при этом жесткие γ -лучи. Захват нейтрона происходил в условиях опыта приблизительно через 5 мксек после возникновения нейтрона. Таким образом, каждый акт присоединения нейтрино к протону должен сопровождаться излучением сперва двух фотонов с энергией по 0,51 мэв, а затем, через некоторый промежуток времени, — одного жесткого γ -фотона. Для регистрации всех этих излучений использовались жидкие сцинтилляторы и 150 фотомножителей. Наблюдения показали, что ожидаемые излучения действительно имеются и следуют друг за другом в предсказанном порядке. Это подтвердило существование реакции, вызванной нейтрино, и тем самым и существование самого нейтрино.

§ 375. Расщепление ядер ударом α -частиц. Большая прочность ядер радиоактивных элементов приводит к выводу, что получить их искусственное расщепление можно лишь при чрезвычайно энергичном внешнем воздействии. Такое внешнее воздействие осуществляется при ударе α -частицы. Естественно-радиоактивные элементы могут служить источником той большой энергии, которая необходима для расщепления устойчивых ядер. И действительно, первое

искусственное расщепление ядер было произведено в 1919 г. Резерфордом путем бомбардировки α -частицами. Схема прибора Резерфорда представлена на рис. 400. Внутри камеры C помещался препарат естественно-радиоактивного вещества A . Препарат помещался на салазках, что позволяло передвигать его. Камера могла наполняться различными газами. Экран F делался из алюминиевой фольги, настолько толстой, что она поглощала α -частицы, испускаемые препаратом A . За экраном F ставился флюоресцирующий экран S , который рассматривался в микроскоп M . При наполнении камеры азотом на экране S наблюдались сцинтилляции, хотя α -частицы не могли его достигнуть через фольгу. При заполнении камеры кислородом или CO_2 на экране S сцинтилляций не возникало. Резерфорд предположил, что наблюдаемые сцинтилляции вы-

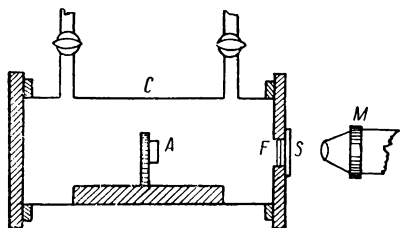
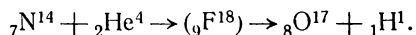


Рис. 400. Схема прибора Резерфорда по расщеплению ядер азота α -частицами.

званы частицами большой проникающей способности, возникшими в азоте под влиянием бомбардировки α -частицами.

Опыты по магнитному отклонению показали, что эти частицы являются протонами; они имеют в воздухе пробег до 40 см.

Процесс возникновения протонов был истолкован Резерфордом следующим образом: при „лобовом“ соударении быстрой α -частицы с ядром азота α -частица проникает в ядро азота и образует неустойчивое ядро с зарядовым числом 9 и массовым числом 18 (неустойчивый изотоп фтора). Это ядро сейчас же распадается на протон и изотоп кислорода с массовым числом 17. Вся ядерная реакция может быть записана в следующем виде:



Превращение ядра азота под влиянием удара α -частицы было затем подтверждено фотографиями в камере Вильсона. Среди большого числа фотографий следов путей α -частиц в азоте были замечены единичные случаи, когда путь α -частицы кончался „вилкой“ (рис. 401). Образовывались два новых следа: длинный и тонкий след p , принадлежащий протону, и короткий и жирный след B , принадлежащий испытывавшему отдачу ядру кислорода ${}_8\text{O}^{17}$. Вилки были обнаружены в восьми случаях из общего числа сфотографированных следов α -частиц в азоте около 500 тысяч. Отсюда следует, что доста-

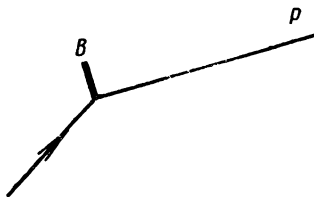
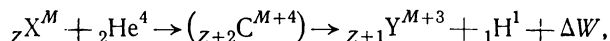


Рис. 401. Образование следов путей α -частиц в виде „вилки“.

точно тесное столкновение α -частицы с ядром азота, ведущее к проникновению α -частицы в ядро азота, происходит чрезвычайно редко, приблизительно один раз на 50 000.

Аналогичные реакции были затем открыты для ряда элементов (В, F, Al, Si, S, К и др.); все они протекают по схеме:



где $({}_{Z+2} C^{M+4})$ означает промежуточное неустойчивое ядро и ΔW — разность внутриядерных энергий частиц, существовавших до реакции $({}_Z X^M \text{ и } {}_2 \text{He}^4)$, и частиц, возникших после реакции $({}_{Z+1} Y^{M+3} \text{ и } {}_1 \text{H}^1)$. Положительный знак ΔW означает выделение энергии при реакции, отрицательный — поглощение. Такие реакции обозначаются как (α, p) -реакции, где первая буква указывает на бомбардирующую частицу (α -частица), а вторая — на испущенную частицу (протон).

Расщепление ядер при бомбардировке α -частицами происходит с выполнением законов сохранения энергии и количества движения. Обозначим через W_α , W_H и W_Y — кинетические энергии, соответственно, α -частицы протона и возникшего ядра ${}_{Z+1} Y^{M+3}$; тогда по закону сохранения энергии:

$$W_\alpha + \Delta W = W_H + W_Y. \quad (1)$$

Также обозначим через \mathbf{p}_α , \mathbf{p}_H и \mathbf{p}_Y векторы количества движения α -частицы, протона и ядра Y. По закону сохранения количества движения:

$$\mathbf{p}_\alpha = \mathbf{p}_H + \mathbf{p}_Y. \quad (2)$$

Обозначая через ϑ угол между направлениями движения α -частицы и выброшенного протона (рис. 402), получим на основании (2):

$$p_Y^2 = p_\alpha^2 + p_H^2 - 2p_\alpha p_H \cos \vartheta. \quad (3)$$

Замечая, что между кинетической энергией и количеством движения имеет место соотношение $W = \frac{p^2}{2M}$, где M — масса частицы, перепишем равенство (1) в виде:

$$\frac{p_\alpha^2}{2M_\alpha} + \Delta W = \frac{p_H^2}{2M_H} + \frac{p_Y^2}{2M_Y}. \quad (4)$$

Исключая из равенств (3) и (4) величину p_Y^2 , получим:

$$\Delta W = W_\alpha \left(\frac{M_\alpha}{M_Y} - 1 \right) + W_H \left(\frac{M_H}{M_Y} + 1 \right) - \frac{p_\alpha p_H}{M_Y} \cos \vartheta. \quad (5)$$

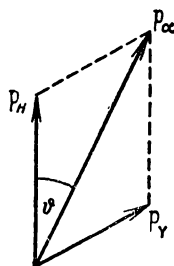
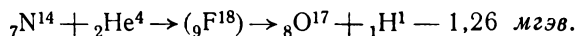
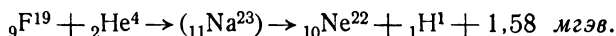


Рис. 402. Выполнение закона сохранения количества движения при расщеплении ядра.

Кинетические энергии и количества движения α -частицы и протона определяются по длинам их пробега; отношения масс M_α/M_H и M_N/M_H представляют собою известные величины. Угол ϑ может быть измерен по фотографии „вилки“. Для этого следует произвести стереоскопический снимок следов частиц с помощью двух фотографических камер, так как каждый из снимков в отдельности дает лишь проекцию следов на плоскость фотопластинки. Таким образом, равенство (5) позволяет найти энергию ядерных превращений. При указанном превращении ядра азота поглощается энергия в 1,26 мзэв, так что полностью схему этой реакции мы запишем в виде:



Существуют ядерные реакции, происходящие с выделением энергии, например:



Энергия ядерной реакции может быть подсчитана и другим способом, а именно, на основании дефектов масс ядер (§ 368). До ядерной реакции мы имели ядро ${}_Z\text{X}^M$ с массой M_X и α -частицу с массой M_α ; после реакции получилось ядро ${}_{Z+1}\text{Y}^{M+2}$ с массой M_Y и протон с массой M_p . Полный дефект масс равен

$$\Delta m = (M_X + M_\alpha) - (M_Y + M_p).$$

Он является, в силу соотношения $\Delta W = \Delta m \cdot c^2$, мерой энергии реакции. Для случая расщепления азота имеем следующие значения масс:

Исходные частицы	Образовавшиеся частицы
${}_2\text{He}^4; M_\alpha = 4,00386$	${}_1\text{H}^1; M_H = 1,00813$
${}_7\text{N}^{14}; M_N = 14,00753$	${}_8\text{O}^{17}; M_O = 17,00450$
$M_N + M_\alpha = 18,01139$	$M_O + M_H = 18,01263$

Дефект масс оказывается для этого случая равным

$$\Delta m = 18,01139 - 18,01263 = -0,00124.$$

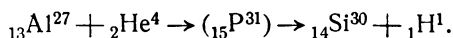
Следовательно, масса образовавшихся частиц превышает массу исходных частиц на 0,00124 единицы атомного веса. Это „увеличение“ массы произошло вследствие поглощения энергии $\Delta W = \Delta m \cdot c^2$. Так как, по сказанному в § 368, одна единица атомного веса эквивалентна энергии в 931,8 мзэв, то получаем

$$\Delta W = -0,00124 \cdot 931,8 \text{ мзэв} = -1,16 \text{ мзэв},$$

что в пределах ошибок наблюдений прекрасно совпадает со значением $\Delta W = -1,26 \text{ мзэв}$, полученным на основании равенства (5). Такие же совпадения имеют место и для других ядерных реакций. Эти совпадения *представляют собою непосредственную проверку*

соотношения $\Delta W = \Delta t \cdot c^2$, выражающего связь между энергией и массой. Вместе с тем они также подтверждают выполнимость законов сохранения энергии и сохранения количества движения при элементарных актах ядерных превращений.

Рассмотрим, наконец, еще ядерную реакцию:



Оказывается, что при этой реакции возникают протоны разных скоростей. На рис. 403 представлено число протонов, прошедших данный отрезок R или больший. Как видно, существуют три группы протонов, одна из которых имеет пробег около 28 см, а две другие — около 47 см и 58 см.

Эти группы протонов получены при определенной скорости бомбардирующих α -частиц. При других скоростях α -частиц тот же алюминий даст другие группы протонов. Наибольший пробег протонов из алюминия достигает 66 см. Наличие таких групп протонов определенных скоростей, а следовательно, и определенных энергий указывает, что и образовавшееся ядро (в данном случае ${}_{14}\text{Si}^{30}$) обладает различными уровнями энергии. Образовавшееся ядро оказывается

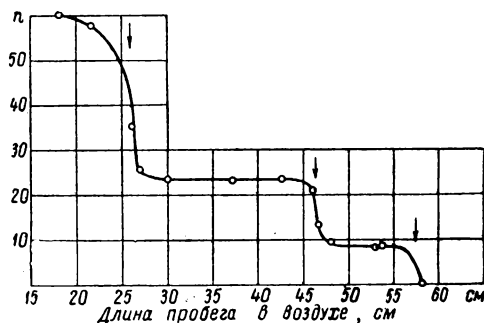
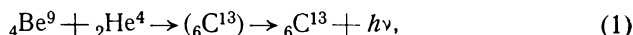


Рис. 403. Длины пробегов протонов, возникших при расщеплении ядра алюминия.

в нормальном состоянии, если произошло испускание протона с наибольшей энергией; при испускании более медленных протонов ядро оказывается в возбужденном состоянии. При переходе ядра из возбужденного состояния в нормальное происходит испускание γ -лучей.

Вероятность проникновения α -частицы в ядро, с которым она сталкивается, зависит от скорости α -частицы. Если энергия α -частицы совпадает с одним из уровней энергии, бомбардируемого ядра, то вероятность проникновения α -частицы внутрь ядра сильно возрастает: мы имеем дело с *резонансным расщеплением*. У алюминия резонансное расщепление происходит при энергиях α -частиц в 4,0; 4,49; 4,86 и 5,25 мэв. Так как подобрать нужную энергию α -частиц трудно, то резонансное расщепление наблюдается при бомбардировке α -частицами твердой мишени достаточной толщины. Благодаря торможению, α -частицы внутри различных слоев такой мишени будут иметь различную скорость и в каком-нибудь слое скорость окажется подходящей для резонансного расщепления. При изменении толщины мишени выход протонов периодически меняется.

§ 376. Нейтроны. Искусственное превращение ядер, вызванное бомбардировкой α -частиц, привело к открытию нового вида элементарной частицы — *нейтрона*. Нейтрон представляет собою нейтральную частицу с массой, близкой к массе протона. История открытия нейтрона следующая: в 1930 г. Ботэ обнаружил, что при бомбардировке α -частицами бериллия (${}^4\text{Be}^9$) возникает излучение весьма большой проникающей способности. Было сделано предположение, что это излучение представляет собою жесткие γ -лучи, возникающие за счет того, что при присоединении α -частицы к ядру ${}^4\text{Be}^9$ возникает сильно возбужденный изотоп углерода ${}^6\text{C}^{13}$, который, переходя в нормальное состояние, испускает фотон $h\nu$ большой энергии. Таким образом, предполагалось, что явление протекает по следующей схеме:



где $({}^6\text{C}^{13})$ означает возбужденное ядро изотопа углерода ${}^6\text{C}^{13}$. Измерения поглощения возникающих лучей в свинце показали, что каждый фотон должен обладать энергией около 7 мэв . В 1932 г. Ирен Кюри и Ф. Жолио-Кюри обнаружили, что ионизирующее действие бериллиевых лучей сильно возрастает, если их заставить пройти через пластинку парафина. Схема опыта

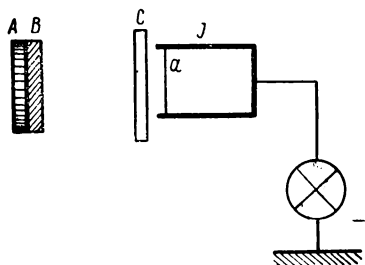


Рис. 404. Схема опыта И. Кюри и Ф. Жолио Кюри.

И. Кюри и Ф. Жолио-Кюри представлена на рис. 404, где *A* — металлический диск, на который нанесен радиоактивный препарат, являющийся источником α -частиц; *B* — пластинка бериллия, *J* — ионизационная камера с окошком, закрытым тонкой фольгой *a*. Благодаря большой проникающей способности, излучение, испускаемое бериллием, вызывает лишь очень слабую ионизацию газа в камере *J*. Если же перед камерой поместить слой парафина *C*, то ионизация в камере *J* сильно возрастает. Этот эффект был объяснен тем, что бериллиевое излучение выбивает из парафина протоны, которые и оказывают сильное ионизирующее действие.

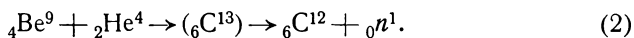
Благодаря большой проникающей способности, излучение, испускаемое бериллием, вызывает лишь очень слабую ионизацию газа в камере *J*. Если же перед камерой поместить слой парафина *C*, то ионизация в камере *J* сильно возрастает. Этот эффект был объяснен тем, что бериллиевое излучение выбивает из парафина протоны, которые и оказывают сильное ионизирующее действие.

Твердый парафин (высокие члены предельных углеводородов жирного ряда $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$) содержит на единицу объема большое число атомов водорода, поэтому выбивание из него протонов более вероятно, чем из какого-либо другого вещества.

Протон, выбитый из парафина бериллиевым излучением, имеет пробег в воздухе около 40 см , что соответствует энергии около 5 мэв . Если предположить, что протон ускоряется за счет упругого удара с γ -фотоном, то последнему надо приписать энергию около 55 мэв , что гораздо больше значения, полученного по поглощению.

Значение в 55 *мгэв* не согласуется также с расчетом, основанным на определении дефекта масс. Зная атомные веса ${}_4\text{Be}^9$, ${}_2\text{He}^4$, ${}_6\text{C}^{13}$ и энергию бомбардирующей α -частицы, можно найти, что дефект масс, соответствующий процессу, происходящему по схеме (1), равняется 0,01665 единицы атомного веса, что эквивалентно энергии в 15,5 *мгэв*. Таким образом, энергия γ -фотонов не может превышать 15,5 *мгэв*.

Впоследствии было показано, что бериллиевое излучение способно ускорять и другие ядра. При этом, если считать, что оно представляет собою γ -фотоны, то этим фотонам приходится приписывать энергию, зависящую от природы ядер отдачи. Так, в случае возникновения ядер отдачи азота, фотонам приходится приписать энергию в 90 *мгэв*. Чэдвик показал, что все эти трудности пропадают, если предположить, что излучение, испускаемое бериллием под влиянием бомбардировки α -частицами, состоит из нейтральных частиц с массой, близкой к массе протона. Как мы указали, эти частицы получили название нейтронов. Мы будем обозначать нейтрон символом ${}_0n^1$, так как зарядовое число нейтрона $Z=0$ и массовое число $M=1$. Тогда процесс образования нейтронов при бомбардировке бериллия α -частицами запишется в виде:



Нейтроны, не обладая электрическим зарядом, слабо взаимодействуют с атомами и молекулами, мимо которых они пролетают, что и объясняет их слабую способность ионизовать газы и большую проникающую способность. Столкновение нейтронов с ядрами атомов происходит, как соударение упругих шаров, с соблюдением закона сохранения энергии и закона сохранения количества движения. Отсюда получается, что если v есть начальная скорость нейтрона, то скорость ядра отдачи v' (при центральном ударе) равна

$$v' = \frac{2M_n}{M_n + M} v, \quad (3)$$

где M_n — масса нейтрона, а M — масса ядра отдачи.

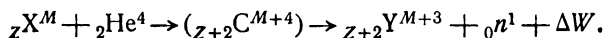
Скорости v'_1 и v'_2 двух разных ядер отдачи с массами M_1 и M_2 , при одной и той же скорости нейтронов, будут по (3) относиться как

$$\frac{v'_1}{v'_2} = \frac{M_n + M_2}{M_n + M_1}.$$

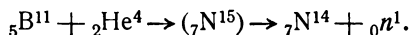
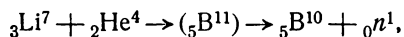
Из этого соотношения находят массу нейтрона M_n . Тот факт, что различные пары ядер приводят к одному и тому же значению массы нейтрона M_n , служит подтверждением гипотезы Чэдвика о том, что излучение бериллия не представляет собою фотоны, а состоит из

более „тяжелых“ частиц. По современным данным масса нейтрона $M_n = 1,00893$. Она несколько больше массы протона $M_p = 1,00813$.

Реакция (2) не является единственной реакцией, ведущей к выбрасыванию из ядер нейтронов. Известно много случаев, когда под влиянием бомбардировки α -частицами возникают нейтроны. Эти реакции $[(\alpha, n)$ -реакции] могут быть представлены схемой:



В качестве примера приведем следующие реакции:

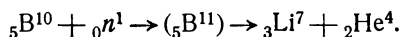


Во многих случаях ядро, образовавшееся после испускания нейтрона, находится в возбужденном состоянии. В этих случаях испускаются γ -лучи. Нейтроны, образующиеся в результате (α, n) -реакции, обладают очень большими энергиями; в ряде случаев они обладают прерывным энергетическим спектром. Например, нейтроны от бериллия обладают энергиями 13,7; 12,0; 7,6; 6,2 и 4,6 мэв.

В настоящее время установлено, что свободный нейтрон неустойчив: он распадается на протон, электрон и нейтрино. Продолжительность его жизни около 30 мин.

Так как нейтрон не обладает электрическим зарядом, то он не испытывает отталкивания со стороны положительно заряженного ядра и легко может к нему приблизиться и проникнуть в него. При этом нейтрон вызывает ядерное превращение. Было показано, что ядерные превращения возникают под влиянием не только быстрых, но и медленных нейтронов, скорости которых равны тепловым скоростям атомов. Замедлить нейтроны можно, пропуская их через какое-либо вещество, содержащее водород (парафин, вода). Тогда при каждом упругом столкновении с протоном нейтрон будет отдавать ему значительную часть своей энергии пока его энергия не сравняется с энергией теплового движения атомов.

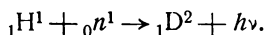
Нейтроны „тепловых“ скоростей ведут к ядерным реакциям типа (n, α) , т. е. реакциям, при которых в результате захвата нейтрона возникающим неустойчивым ядром испускается α -частица; примером может служить реакция



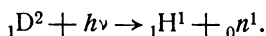
В результате получается стабильный изотоп лития (${}_3\text{Li}^7$) и гелий. Эта реакция используется для обнаружения нейтронов. Стенки ионизационной камеры покрываются соединением, содержащим бор. Захват нейтрона бором вызывает испускание α -частицы, которая обнаруживается по ее ионизирующему действию.

Наряду с реакциями (n, α) , нейтроны могут давать реакции другого типа, в результате которых нейтрон присоединяется к ядру и ведет к образованию более тяжелого стабильного изотопа исходного ядра. Реакция сопровождается испусканием γ -лучей и обозначается символом (n, γ) . Например, путем присоединения нейтрона можно из легкого стабильного изотопа ${}_3\text{Li}^6$ получить его тяжелый стабильный изотоп ${}_3\text{Li}^7$.

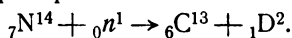
В качестве второго примера реакции типа (n, γ) приведем реакцию образования ядра тяжелого изотопа водорода (дейтона):



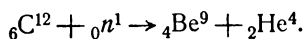
Эта реакция особенно интересна тем, что она указывает на возможность рассматривать дейтон состоящим из двух элементарных частиц — протона и нейтрона. Эта точка зрения подтверждается еще тем, что существует обратный процесс разложения дейтона под влиянием жесткого γ -излучения. Такой процесс носит название *ядерного фотозффекта* и происходит по схеме:



Возможны также реакции, в результате которых исходное ядро испускает дейтон, например:



В ряде случаев наблюдаются реакции, обратные по отношению к тем, при которых возникает нейтрон. Например, реакцией, обратной по отношению к реакции (2), в результате которой возникает нейтрон при бомбардировке бериллия α -частицами, является реакция:



Наконец отметим, что вероятность захвата нейтрона ядром сильно зависит от скорости нейтронов; при определенном значении скорости нейтронов захват принимает резонансный характер (рис. 405).

Введем понятие об *эффективном сечении захвата нейтрона* σ . Пусть на единицу площади плоско-параллельного слоя какого-либо вещества нормально падает в единицу времени n_0 нейтронов.

Обозначим через N_0 число атомов в единице объема рассматриваемого вещества. Тогда на объем параллелепипеда с площадью поперечного сечения ΔS и длиной dx (рис. 406) придется атомов:

$$N = N_0 dx \Delta S.$$

Число нейтронов, испытавших в единицу времени на толщине слоя dx столкновения с атомами, приведшие к их захвату, можно положить равным

$$-dn = \pi n N = \pi n N_0 dx \Delta S,$$

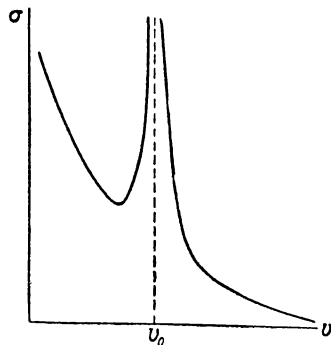


Рис. 405. Резонансный захват нейтронов.

где n — число нейтронов, попадающих на площадь ΔS в единицу времени; если мы положим ΔS равным единице площади, то $n = n_0$ и последнее равенство принимает вид:

$$-dn_0 = \sigma n_0 N_0 dx \quad \text{или} \quad \frac{dn_0}{n_0} = -\sigma N_0 dx.$$

Интегрируя это равенство в пределах слоя толщины x , получим

$$\ln n_{0x} = -\sigma N_0 x + C, \quad (4)$$

где n_{0x} — число нейтронов, прошедших через слой толщины x без захвата, а C — постоянная интегрирования. Значение этой постоянной находим из условия, что при $x = 0$ имеем $n_{0x} = n_0$, откуда $C = \ln n_0$.

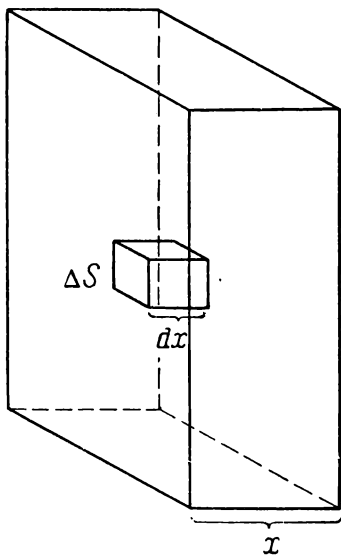


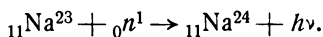
Рис. 406. К подсчету эффективных сечений захвата нейтронов.

Значения эффективных сечений захвата σ , найденные по равенству (4), оказываются сильно зависящими от скорости нейтронов. Для разных веществ эта зависимость разная. На рис. 405 приведена типичная зависимость σ от v . При некотором значении $v = v_0$ кривая дает острый максимум — захват носит резонансный характер. В области малых скоростей σ приблизительно пропорционально $\frac{1}{v}$. Для нейтронов «тепловых» скоростей эффективное сечение захвата σ обычно представляет собою величину порядка 10^{-24} см^2 . Однако для некоторых веществ σ значительно больше: так, для бора $\sigma = 5,4 \cdot 10^{-22} \text{ см}^2$; для кадмия $\sigma = 3 \cdot 10^{-21} \text{ см}^2$.

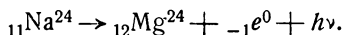
Эффективные сечения упругого рассеяния обычно на порядок величины больше эффективного сечения захвата вне резонанса. За единицу эффективного сечения принимается 1 барн, равный 10^{-24} см^2 . Так, эффективное сечение ядра азота по отношению к реакции (α, p) равно 1 барну, а упомянутые эффективные сечения бора и кадмия по отношению к захвату «тепловых» нейтронов равны $5,4 \cdot 10^2$ и $3 \cdot 10^3$ барн соответственно.

§ 377. Искусственная радиоактивность. Позитроны. Производя опыты по бомбардировке различных веществ α -частицами, И. Кюри и Ф. Жолио-Кюри нашли, что в ряде случаев бомбардируемое вещество продолжает давать излучение и после того, как источник α -частиц удален. Интенсивность этого излучения убывает со временем экспоненциально, подобно тому, как это имеет место в случае естественных радиоактивных элементов. Отсюда возникло предположение, что в результате бомбардировки α -частицами могут возникнуть радиоактивные изотопы элементов, встречаемых в естественных условиях лишь в виде устойчивых нерадиоактивных изотопов. Впоследствии выяснилось, что такое же образо-

вание радиоактивных изотопов происходит и при ядерных превращениях, вызванных нейтронами. Например, при бомбардировке естественного стабильного изотопа натрия ${}_{11}\text{Na}^{23}$ нейтронами возникает радиоактивный изотоп ${}_{11}\text{Na}^{24}$; реакция происходит по схеме (n, γ):

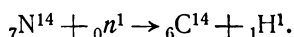


Изотоп ${}_{11}\text{Na}^{24}$ оказывается β -радиоактивным с периодом полураспада $\tau = 14,8$ часа. В соответствии с правилом смещения при выбрасывании β -частицы из ядра ${}_{11}\text{Na}^{24}$ возникает ядро магния ${}_{12}\text{Mg}^{24}$:

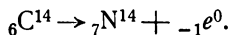


Изотоп магния ${}_{12}\text{Mg}^{24}$ принадлежит к числу стабильных изотопов магния (в естественном виде магний встречается в виде трех изотопов: ${}_{12}\text{Mg}^{24}$, ${}_{12}\text{Mg}^{25}$ и ${}_{12}\text{Mg}^{26}$).

К возникновению радиоактивных изотопов приводят и реакции типа (n, p), например:

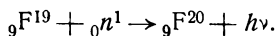


Изотоп ${}_6\text{C}^{14}$ оказывается также β -радиоактивным с большим периодом полураспада, превышающим 5000 лет. В результате этого β -распада вновь появляется азот:

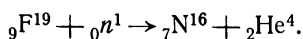


Последняя реакция интересна следующим: исходными частицами были ядро азота и нейтрон; в результате реакции получилось вновь ядро азота и вместо нейтрона возникли протон и электрон. Таким образом, нейтрон как бы распался на протон и электрон. Несмотря на такое превращение, нейтрон нельзя считать просто состоящим из протона и электрона. Весь процесс носит характер *взаимопревращаемости* одних элементарных частиц в другие.

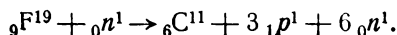
В результате присоединения к одному и тому же ядру нейтрона может протекать различная реакция в зависимости от скорости нейтрона. Так, например, при присоединении к ядру изотопа фтора ${}_9\text{F}^{19}$ медленного нейтрона (энергия меньше $1,5$ мэв) возникает реакция:



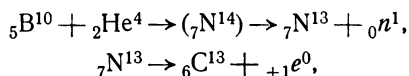
В случае более быстрых нейтронов ($1,5$ — $3,7$ мэв) происходит реакция с образованием изотопа азота и гелия:



Наконец, при очень быстрых нейтронах (больше 60 мэв) ядро фтора распадается на несколько частиц:

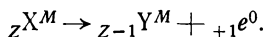


Искусственные радиоактивные изотопы часто дают новый тип распада, неизвестный среди естественных радиоактивных элементов конца периодической системы Менделеева. А именно, они могут выбрасывать положительно заряженную частицу с массой, равной массе электрона; заряд этой частицы по численному значению совпадает с зарядом электрона, отличаясь от него лишь знаком. Такая частица получила название *позитрона*. Существование позитронов было впервые обнаружено при изучении космических лучей, на чем мы остановимся ниже. Сейчас же укажем ряд ядерных реакций, ведущих к возникновению радиоактивных изотопов с позитронной β^+ -радиоактивностью. Примером может служить ряд (α, n) -реакций. Так, при бомбардировке изотопа бора ${}_5\text{B}^{10}$ α -частицами возникает радиоактивный изотоп азота, обладающий β^+ -радиоактивностью. Процесс происходит по схеме:



где символом ${}_{+1}e^0$ обозначен позитрон. Период полураспада радиоактивного изотопа азота равен 11 мин.

В результате выбрасывания из ядра ${}_7\text{N}^{13}$ позитрона возникает изотоп углерода ${}_6\text{C}^{13}$, т. е. элемент с тем же массовым номером, но с зарядовым номером на единицу меньше, т. е. элемент, стоящий в периодической системе Менделеева на одно место раньше. Очевидно, такого рода правило смещения должно иметь место во всех случаях β^+ -радиоактивности. Поэтому мы можем записать следующую общую схему для позитронного распада:



β^+ -распад, так же как и β^- -распад, сопровождается испусканием нейтрино.

Открытие позитронов сыграло большую роль в наших знаниях об элементарных частицах. До открытия позитронов считалось, что имеется существенная разница между носителями отрицательного и положительного элементарных зарядов $|e|$. Носителями элементарного отрицательного заряда $-e$ являются электроны с их очень малой массой. В качестве носителей положительного элементарного заряда $+e$ были известны лишь сравнительно тяжелые протоны, являющиеся ядрами самого простого из атомов — водорода (${}_1\text{H}^1$). Теперь выяснилось, что существуют позитроны — частицы, аналогичные электронам, отличающиеся от них лишь знаком заряда. Однако, тем не менее, между электронами и позитронами имеется и существенная разница. Электроны представляют собою тип элементарных частиц, обнаруживаемых сравнительно легко: внешние оболочки всех атомов построены из электронов, электроны присутствуют в металлах

в „свободном“ состоянии, в вакуумных трубках могут быть получены потоки электронов. Позитроны встречаются сравнительно редко, благодаря чему они и были открыты гораздо позже электронов; они наблюдаются лишь при явлениях, связанных с космическими лучами, и в случаях β^+ -радиоактивности искусственно получаемых нестабильных изотопов.

Дальнейшее изучение свойств позитронов показало, что существует процесс *превращения пары электрон—позитрон в фотоны и обратный процесс — образование пары электрон — позитрон из фотона*.

Если поток позитронов, испускаемых, например, радиоактивным изотопом азота ${}^7\text{N}^{13}$, направить на металлическую пластинку, то будут испускаться жесткие γ -лучи. Эти γ -лучи возникают за счет того, что при соединении позитронов со свободными электронами металла и позитроны и электроны перестают существовать как таковые и превращаются в фотоны большой энергии. Это явление, открытое Андерсоном, получило в иностранной литературе название „*аннигиляции*“ (уничтожения) частиц и связывалось с порочными идеалистическими представлениями о якобы существующей возможности уничтожения материи. В действительности процесс „аннигиляции“ сводится к *превращению одного вида материи (электроны, позитроны) в другой вид материи (фотоны)*. Противопоставление света (фотонов) материи, часто встречаемое в иностранной литературе, является совершенно несостоятельным с философской точки зрения. Как отмечал Ленин, единственное „свойство“ материи, с которым связан философский материализм, — это свойство быть объективной реальностью. Свет есть объективная реальность, существующая вне нашего сознания, и в этом смысле свет есть один из конкретных видов материи.

Превращение пары электрон — позитрон в фотоны происходит с выполнением закона сохранения энергии и закона сохранения количества движения. Энергия, соответствующая массе покоя m_0 электрона, равна m_0c^2 ; такая же энергия соответствует массе покоя позитрона. Поэтому выполнение закона сохранения энергии при превращении пары позитрон — электрон в фотоны ведет к равенству:

$$W_{\phi} = 2m_0c^2 + W_{k1} + W_{k2}, \quad (1)$$

где W_{ϕ} — энергия возникших фотонов и W_{k1} и W_{k2} — кинетические энергии электрона и позитрона до их столкновения. Выполнение закона сохранения количества движения *требует, чтобы в результате превращения пары позитрон — электрон возникли два фотона*. Действительно, если мы возьмем координатную систему, начало которой совмещено с центром масс позитрона и электрона, то сумма их количеств движения относительно этой координатной

системы равна нулю. Следовательно, должна быть равна нулю и сумма количеств движения возникших фотонов. Это требование будет выполнено, если возникнут два одинаковых фотона $h\nu$, разлетающихся в противоположные стороны. Если кинетические энергии $W_{к1}$ и $W_{к2}$ электрона и позитрона малы, то по равенству (1) энергия каждого из возникших фотонов равна

$$h\nu = m_0c^2.$$

Величина m_0c^2 , выраженная в мегаэлектрон-вольтах, равна 0,511 мзэв. Таким образом, при превращении пары электрон — позитрон должны возникнуть два фотона с минимальной энергией в 0,511 мзэв каждый. Эти выводы теории были подтверждены прямыми опытами. Л. А. Арцимович, А. И. Алиханов и А. И. Алиханян помещали источник позитронов между двумя счетчиками. Источник позитронов окружался свинцовой оболочкой такой толщины, что она поглощала все позитроны, но не задерживала заметно жесткие γ -лучи. В этой оболочке позитроны соединялись с электронами и вели к образованию фотонов. Счетчики давали *всегда совпадающие отбросы*, что и являлось доказательством того, что при каждом единичном акте превращения пары позитрон — электрон возникали два фотона, разлетающихся в разные стороны. Определения степени „жесткости“ γ -лучей показали, что возникающие фотоны действительно имеют энергию около 0,5 мзэв.

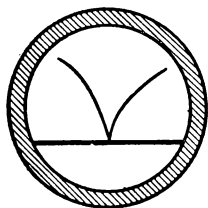


Рис. 407. Следы путей пары электрон — позитрон.

Существует в известной степени обратный процесс, а именно, возникновение пары позитрон — электрон из фотона в поле какого-либо ядра. В этом случае закон сохранения количества движения не накладывает каких-либо требований на число превращающихся фотонов: один фотон порождает пару позитрон — электрон. В соответствии с равенством (1) минимальная энергия фотона, способного превратиться в пару позитрон — электрон, равна $h\nu = 2m_0c^2 = 1,02$ мзэв. *Превращение фотона в пару позитрон — электрон происходит в поле ядер преимущественно тяжелых элементов.* Если энергия превращающегося фотона больше 1,02 мзэв, то ее избыток идет на сообщение кинетической энергии позитрону и электрону. Образование пар наблюдалось при освещении свинца жесткими γ -лучами, испускаемыми ThC'' . Следы возникших частиц фотографировались в камере Вильсона; они отклонялись магнитным полем в противоположные стороны и имели вид двух одинаковых дуг, исходящих из одной точки (рис. 407). Это являлось прямым подтверждением, что за счет γ -излучения возникла пара позитрон — электрон.

Энергия фотонов γ -лучей ThC'' равна $2,6 \text{ мгэв}$. Так как, по сказанному, на образование пары нужно около 1 мгэв , то, следовательно, $1,6 \text{ мгэв}$ должно пойти на сообщение возникшим частицам скорости. И действительно, прямые измерения скоростей позитрона и электрона показали, что сумма их кинетических энергий равна $1,6 \text{ мгэв}$.

§ 378. Ядерные превращения, вызываемые искусственно ускоренными частицами. До сих пор мы рассматривали ядерные превращения, вызванные либо непосредственно α -частицами, возникшими за счет естественной радиоактивности, либо нейтронами, которые в свою очередь были образованы при бомбардировке соответственных веществ α -частицами. Таким образом, в конечном счете искусственное превращение элементов всегда производилось за счет естественной радиоактивности. Представляет, конечно, интерес искусственно ускорить частицы до таких энергий, чтобы они были способны при столкновениях вызвать ядерные превращения. Так как для этого необходимы очень большие энергии (порядка миллионов электрон-вольт), то технические способы ускорения частиц до таких энергий представляют существенные трудности.

Искусственные методы ускорения частиц позволяют вызывать расщепления не только с помощью ядер гелия (α -частиц), но и с помощью быстрых протонов и дейтронов. Исторически первой ядерной реакцией, осуществленной с помощью искусственно ускоренных протонов, была реакция расщепления лития. Она была осуществлена в 1930 г. сотрудниками Резерфорда Кокрофтом и Уолтоном, пользовавшимися для ускорения протонов (ядер обычного водорода) установкой с трансформаторами, создававшей ускоряющие поля с разностью потенциалов до $600\,000 \text{ в}$. Современная физика располагает рядом методов ускорения частиц до значительно больших энергий, достигающих десятков и даже сотен миллионов электрон-вольт.

Рассмотрим эти методы.

1. **Электростатический генератор Ван-Граафа.** Устройство этого генератора основано на возможности заряжать полый проводящий шар до высокого потенциала путем передачи ему зарядов изнутри (т. II, § 133). Схема устройства генератора представлена на рис. 408, где A и A' — две полые металлические сферы, установленные на высоких изолирующих колонках B и B' . Заряды передаются сферам с помощью двух бесконечных перематываемых лент m и n . Ленты сделаны из изолирующего материала (шелк, прорезиненная ткань) и заряжаются от трансформатора на $10\text{—}20 \text{ кв}$ с кенотронами для выпрямления тока. Одна сфера заряжается положительно, другая — отрицательно.

Такого рода генератор позволяет получить разность потенциалов до $7 \cdot 10^6 \text{ в}$.

2. Циклотрон. Идея этого прибора, впервые осуществленного Лоуренсом в 1932 г., заключается в следующем: заряженная частица ускоряется в вакууме электрическим полем, создаваемым в зазоре между двумя половинами A и B плоского цилиндра (рис. 409 a). Магнитное поле, перпендикулярное к основаниям цилиндров, заворачивает частицу и заставляет ее вновь подлететь к зазору между цилиндрами. С помощью соответственного радиотехнического генератора к этому моменту знаки зарядов обоих полуцилиндров меняются, так что поле в зазоре вновь ускоряет частицу. В результате частица движется по спиралевидной траектории (изображена пунктиром на

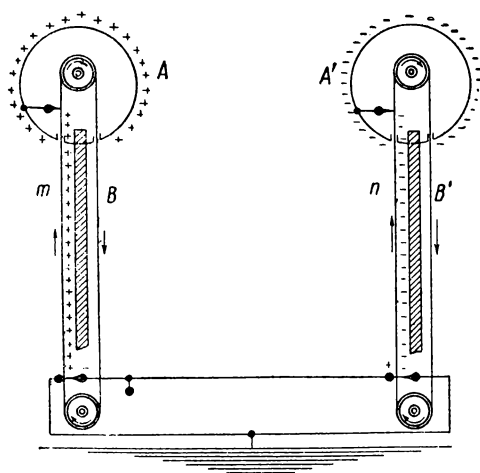


Рис. 408. Схема устройства генератора Ван-Граафа.

рис. 409 a), испытывая ускорение каждый раз, когда она проходит зазор между цилиндрами. Если создаваемая разность потенциалов между полуцилиндрами равна V_0 , а частица делает n оборотов, то в конечном счете она испытывает ускорение, соответствующее полю с полной разностью потенциалов $V = 2nV_0$. Таким образом, пользуясь относительно небольшой разностью потенциалов V_0 и заставля частицу сделать большое число оборотов n , ее можно ускорить до весьма больших значений энергии.

Возможность осуществить циклотрон основана на том, что время t , в течение которого частица делает один оборот, двигаясь по спиралевидной траектории, не зависит от ее скорости. Это позволяет менять знаки зарядов на обеих половинах цилиндров с постоянной круговой частотой $\omega = \frac{2\pi}{t}$. Действительно, если напряженность магнитного поля равна H , то радиус R полуокружности, описываемой частицей внутри одной половины цилиндра, равен

$$R = \frac{ev}{\frac{e}{m} H},$$

где v — скорость частицы (постоянная во время движения внутри одного из полуцилиндров), а e/m — отношение ее заряда к массе.

Отсюда для времени t' движения в одном из полуцилиндров получаем

$$t' = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi c}{\frac{e}{m} H}, \quad (1)$$

т. е. постоянное значение, не зависящее от скорости v . Следовательно, и время $t = 2t'$ тоже не зависит от скорости.

На рис. 409 б представлена схема циклотрона в плане. Оба полуцилиндра A и B заключены в плоскую коробку C , из которой выкачивается воздух. Коробка помещена между полюсами электромагнита. В больших циклотронах диаметр полюсов электромагнита достигает 1,5 м и больше. Источником ионов служит небольшая дуга,

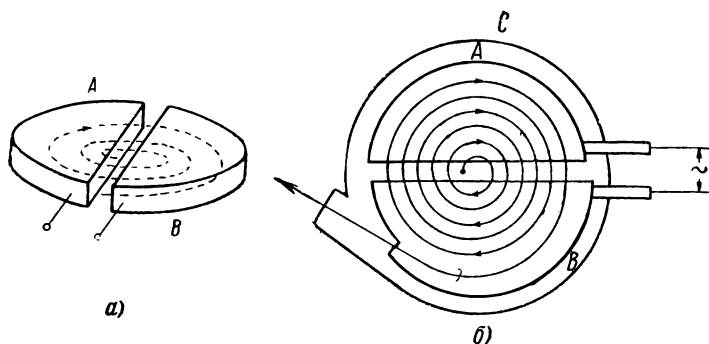
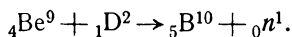


Рис. 409. Схема устройства циклотрона.

горящая в центре циклотрона, окруженная металлическими стенками с малым отверстием для вылета ионов. В область, где горит дуга, непрерывно подтекает газ, который и служит для образования ионов. Газ, просачивающийся из этой области в остальную часть циклотрона, откачивается насосами.

С помощью циклотрона удастся ускорить протоны, дейтоны и ядра гелия. С его помощью можно также получать нейтроны, бомбардируя ионами соответственный элемент. Например, бомбардируя дейтонами бериллий, можно получить нейтроны с помощью реакции:



Этим способом удастся получить потоки нейтронов такой мощности, которые могли бы быть получены лишь при наличии нескольких килограммов естественного радиоактивного вещества.

Условие (1), необходимое для ускорения частиц в циклотроне, имеет место лишь пока можно пренебречь зависимостью массы ускоряемых частиц от скорости. Для больших скоростей, когда в соот-

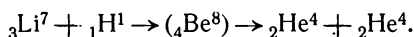
ветствии с теорией относительности становится заметной зависимость массы от скорости, условие (1) нарушается и дальнейшее ускорение частиц в циклотроне становится невозможным. Это обстоятельство ограничивает энергии, которые можно сообщить частицам с помощью циклотрона. Для легких частиц ограничение энергии наступает раньше, так как они скорее достигают больших скоростей. Для дейтронов предел достижимых в циклотроне энергий составляет около 100 мэв. Дальнейшее ускорение частиц, как впервые было показано советским физиком В. И. Векслером, возможно, если очень медленно (адиабатически) менять частоту генератора или напряженность магнитного поля. Одновременно с Векслером тот же принцип, получивший название принципа *автофазировки*, был выдвинут в США Мак-Милланом. Начиная с 1947 г. осуществлен ряд установок, действующих на принципе автофазировки и носящих названия: *фазотронов*, *синхротронов*, *синхрофазотронов*. В Объединенном институте ядерных исследований в Дубне (СССР) действует фазотрон, полюса электромагнита которого имеют диаметр 6 м. Он позволяет ускорять протоны до энергий 660 мэв и α -частицы — до энергий 840 мэв. Путем бомбардировки соответственных мишеней на этой установке можно получить нейтроны с энергией до 600 мэв.

В США Беркли осуществлен синхрофазотрон (названный „бетатрон“), ускоряющий протоны до энергий 6300 мэв. Самым крупным ускорителем указанного типа является синхрофазотрон в Объединенном институте ядерных исследований. Он имеет кольцевой электромагнит, собранный из 12 блоков, с внешним диаметром 72 м. На этом синхрофазотроне можно ускорять частицы до энергий 10 000 мэв.

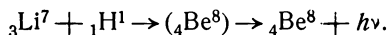
3. Бетатрон. Этот прибор служит для ускорения электронов, которые, благодаря их малой массе, не могут быть ускорены до значительных энергий в циклотроне. В бетатроне ускорение электронов производится вихревым электрическим полем, возникающим в результате изменения магнитного поля. Теория этого метода была разработана советским физиком Я. П. Терлецким. Возможность ускорения в бетатроне не ограничивается зависимостью массы от скорости. Бетатрон представляет собою тороидальный вакуумный сосуд, расположенный между полюсами электромагнита. При изменении со временем напряженности магнитного поля H , возникает вихревое электрическое поле (т. II, § 242) с круговыми линиями напряженности, непрерывно ускоряющее электроны. Изменение магнитного поля осуществляется путем его нарастания в течение короткого промежутка времени (порядка 10^{-3} сек). За это время электрон успевает сделать сотни тысяч оборотов по круговой орбите и достичь энергий до 100 мэв. Такие быстрые электроны при ударе о твердую мишень испускают очень жесткие γ -лучи. Последние могут быть использованы для расщепления ядер.

Указанные методы ускорения частиц позволили осуществить весьма большое число ядерных реакций и изучить свойства получаемых при этих реакциях новых изотопов различных элементов.

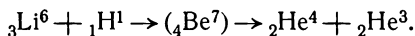
В качестве примера приведем реакции, вызванные бомбардировкой лития быстрыми протонами. Естественный литий состоит из двух изотопов ${}_3\text{Li}^7$ и ${}_3\text{Li}^6$. При бомбардировке ${}_3\text{Li}^7$ получается реакция:



Как видно, в конечном счете возникают два ядра гелия (α -частицы). Однако ядро ${}_4\text{Be}^8$ не всегда распадается на две α -частицы. В некоторых случаях оно переходит в устойчивое состояние, испуская γ -фотон с энергией в 17,2 мэв; в этом случае реакция имеет вид:



Второй изотоп ${}_3\text{Li}^6$ при бомбардировке быстрыми протонами ведет к реакции:

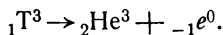


Следовательно, в этом случае возникают тоже два ядра гелия, но одно с обычным атомным весом 4, а другое с атомным весом 3. Таким способом был открыт легкий изотоп гелия ${}_2\text{He}^3$, являющийся стабильным. Однако в естественных условиях на земном шаре этот изотоп присутствует в чрезвычайно малых количествах: он подмешан к обычному атмосферному гелию в количестве приблизительно 0,0001%.

Быстрые дейтоны вызывают разнообразные ядерные реакции. Эти реакции часто протекают по типу (d, p) или (d, n) , т. е. с образованием протона или нейтрона. При этом оба типа реакций могут осуществляться при бомбардировке одного и того же элемента. В качестве примера приведем реакции, возникающие при бомбардировке дейтонами дейтонов; эти реакции происходят по одной из двух следующих схем:



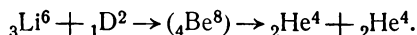
В первом случае вновь образуется легкий изотоп гелия ${}_2\text{He}^3$. Во втором случае возникает тяжелый изотоп водорода с атомным весом 3; этот изотоп водорода получил название *третия* (${}_1\text{T}^3$). Тритий радиоактивен, он испускает β -частицу (электрон) и превращается в изотоп гелия ${}_2\text{He}^3$:



Период полураспада трития около 12 лет; точное значение его массы 3,01700.

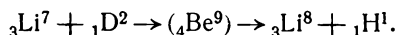
Реакция ${}_1\text{D}^2 + {}_1\text{D}^2 \rightarrow {}_2\text{He}^3 + {}_0n^1$ используется для получения нейтронов.

При бомбардировке дейтонами легкого изотопа лития ${}^3\text{Li}^6$ возникают две α -частицы:

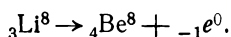


При этой реакции выделяется очень большая энергия в 22,7 мзэв.

При бомбардировке дейтонами изотопа лития ${}^3\text{Li}^7$ возникает радиоактивный изотоп лития:



Литий ${}^3\text{Li}^8$ радиоактивен с коротким периодом полураспада в 0,88 сек; его распад происходит по схеме:



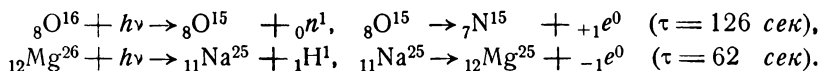
Изотоп ${}^4\text{Be}^8$ также оказывается неустойчивым и в очень короткий срок ($\sim 10^{-21}$ сек) распадается на две α -частицы:



Таким образом, при бомбардировке ${}^3\text{Li}^7$ дейтонами возникает целая цепочка ядерных превращений.

При одинаковой энергии ударяющих частиц в некоторых случаях возможно протекание различных реакций, например, при бомбардировке ядер ${}^9\text{F}^{19}$ медленными дейтонами возможно возникновение ядер ${}^{10}\text{Ne}^{20}$, ${}^9\text{F}^{20}$ и ${}^8\text{O}^{17}$ с соответственным испусканием в качестве второй частицы нейтрона, протона и α -частицы. Такие процессы, происходящие в определенном отношении друг к другу, называются *конкурирующими процессами*.

Остановимся еще на реакциях, вызываемых жесткими γ -лучами, получаемыми с помощью бетатронов. Мы уже указывали (§ 376) на существование „ядерного фотоэффекта“, сводящегося к расщеплению дейтонов γ -фотонами на протоны и нейтроны. Укажем еще несколько случаев ядерного фотоэффекта, например:



В первом случае фотон выбивает из ядра нейтрон, а во втором — протон; в обоих случаях возникают нестабильные ядра с малыми периодами жизни.

Энергетические уровни внутри ядер, при переходе между которыми возникает γ -излучение, могут отличаться чрезвычайной узостью. В соответствии с этим и линии γ -спектра обладают большой степенью однородности по частоте, их относительная ширина может достигать значений 10^{-16} .

В обычных условиях γ -линии расширены из-за теплового движения атомов (эффект Допплера) и сдвинуты из-за эффекта отдачи. В 1958 г. немецкий физик Мёссбауэр показал, что эти побочные причины расширения и сдвига

линий можно значительно снизить, охлаждая источник γ -лучей до температуры в несколько градусов Кельвина. При такой низкой температуре роль теплового движения становится малой и ядра оказываются настолько «жестко» встроенными в кристаллическую решетку твердого тела, что количество движения, отдаваемое γ -фотоном, передается не отдельному ядру, а всей решетке в целом. Из-за большой массы решетки скорость отдачи становится очень малой и испускаемая γ -линия не испытывает изменения в частоте. В этих условиях частоты линий испускания и поглощения γ -лучей очень точно совпадают друг с другом и процесс поглощения γ -лучей носит остро-резонансный характер. Достаточно малого доплеровского изменения частоты при механическом перемещении источника, всего со скоростью в несколько см/сек, чтобы интенсивность поглощения заметно уменьшилась.

Эффект Мёссбауэра позволил осуществить интересную проверку принципа Эйнштейна об эквивалентности сил тяготения и инерционных сил. Как было указано в § 301, из этого принципа вытекает зависимость частоты излучения от поля силы тяжести. При остро-резонансном поглощении γ -лучей достаточно расположить источник и поглощающую пластинку на разной высоте над поверхностью Земли; чтобы сказало изменение частоты γ -лучей с изменением силы тяжести. Изменение в поглощении γ -лучей удалось заметить, когда разность высот источника и поглощающей пластинки равнялась 21 м.

Благодаря искусственным ядерным превращениям удалось получить элементы, которые до того отсутствовали в периодической системе Менделеева, — это элементы с порядковыми номерами $Z = 43$, 61, 85 и 87. Три из этих элементов были предсказаны Менделеевым как экамарганец, экаиод, экацезий (см. § 350). Все они получены в виде неустойчивых радиоактивных изотопов. Наиболее устойчив изотоп элемента $Z = 43$ с атомным весом 99 (технеций), обладающий периодом полураспада $4,7 \cdot 10^5$ лет. Элемент с порядковым номером $Z = 61$ принадлежит к числу редких земель (прометий).

Элемент с $Z = 85$ носит название астатин (At). По своим физико-химическим свойствам он сходен с галогенидами F, Br, J. Элемент с $Z = 87$ представляет собой тяжелый щелочной металл (франций), следующий в первом столбце периодической системы Менделеева за цезием. Астатин и франций являются сильно-радиоактивными неустойчивыми элементами; период полураспада франция равен 21 м.

Искусственным путем получены также трансурановые элементы с $Z > 92$, о чем сказано ниже (§ 381).

В последние годы при бомбардировке чрезвычайно быстрыми α -частицами и протонами мишеней из различных материалов наблюдалось возникновение новых частиц (мезоны, гипероны — см. § 384 и 385), которые раньше наблюдались лишь в космических лучах. В 1955 г. удалось показать, что при бомбардировке очень быстрыми протонами медной мишени возникают отрицательно заряженные частицы, масса которых с точностью до 5% совпадает с массой протона. Эти частицы представляют собой *антипротоны* — частицы, симметричные с протонами, но обладающие отрицательным зарядом.

В заключение настоящего параграфа остановимся еще на одном типе ядерных превращений, носящем название *изомерного перехода*. Существование таких переходов у искусственно получаемых изотопов было открыто И. В. Курчатовым и Л. И. Русиновым. При изучении искусственной радиоактивности брома, возникающей при бомбардировке нейтронами, они установили, что изотоп брома $^{35}\text{Br}^{80}$ имеет два разных периода полураспада с $\tau = 18$ мин и с периодом свыше 4 час. Дело объясняется тем, что $^{35}\text{Br}^{80}$ может существовать в двух различных („изомерных“) состояниях. Первое из них является неустойчивым; находясь в нем, $^{35}\text{Br}^{80}$ путем β -радиоактивности превращается в $^{36}\text{Kr}^{80}$ с периодом $\tau = 18$ мин. Второе состояние метастабильно, в этом состоянии $^{35}\text{Br}^{80}$ не распадается. Однако продолжительность жизни в метастабильном состоянии ограничена и равна приблизительно 4,4 часа. Перейдя из метастабильного состояния в неустойчивое состояние, изотоп $^{35}\text{Br}^{80}$ снова обнаруживает β -радиоактивность и превращается в $^{36}\text{Kr}^{80}$.

Искусственно получаемые радиоактивные изотопы элементов находят различные практические применения. Некоторые из них применяются в медицине вместо естественных радиоактивных препаратов. В последнее время в химии и особенно в биологии стал применяться метод „меченых атомов“. Этот метод основан на возможности обнаружить ничтожные количества нестабильных изотопов по их радиоактивному действию. Например, если ввести в почву радиоактивный изотоп $^{20}\text{Ca}^{45}$, то затем можно обнаружить, в какие части растения (листья, плоды) он попадет.

§ 379. Ядерные моменты. Электроны обладают не только зарядом и массой, но и магнитным моментом, равным одному магнетону

Бора $\mu_0 = \frac{\hbar e}{2c m}$. Атомные ядра также обладают, вообще говоря, механическим и магнитным моментами. Магнитный момент электрона обуславливает расщепление энергетических уровней атома на несколько уровней, что в свою очередь обуславливает дублетное, триплетное и т. д. строения спектральных линий (§ 348). Магнитный момент ядра также ведет к расщеплению энергетических уровней электронной оболочки атома, но к значительно более узкому, чем расщепление, вызванное магнитным моментом электрона. Это добавочное расщепление энергетических уровней обуславливает так называемую *сверхтонкую структуру* спектральных линий.

В 1928 г. А. Н. Теренин и Л. Н. Добрецов обнаружили, что каждый из компонентов желтого дублета натрия $3s^2S_{1/2} - 3p^2P_J$ в свою очередь состоит из двух очень тесно расположенных линий. Эта структура линий настолько узка, что может быть наблюдаема лишь с помощью спектральных приборов высокой разрешающей силы и при использовании специальных источников света, дающих не расширенные, резкие линии. Сверхтонкая структура спектральных линий

объясняется, если допустить, что ядро атома обладает механическим моментом $P_I = \sqrt{I(I+1)} \hbar$ (I — квантовое число, характеризующее свойства ядра), а также магнитным моментом μ_I . Анализ сверхтонкой структуры позволяет определить значение квантового числа I . Для различных ядер I принимает одно из следующих значений: 0, $1/2$, 1, $3/2$ и т. д.; например, для ядра натрия ($_{11}\text{Na}^{23}$) $I = 3/2$, для ядра азота ($_{7}\text{N}^{14}$) $I = 1$, для ядра кальция ($_{20}\text{Ca}^{40}$) $I = 0$. При $I = 0$ сверхтонкая структура линий отсутствует. Величина магнитного момента ядер составляет приблизительно $\frac{1}{1836}$ магнетона Бора. Однако

определение магнитных моментов ядер по спектроскопическим данным составляет существенные трудности, так как требует точного расчета энергии взаимодействия ядра с электронной оболочкой.

Прямой метод определения магнитных моментов ядер μ_I основан на отклонении атомных пучков в магнитном поле. Опыт может быть проведен по той же схеме, по которой он проводился Штерном и Герлахом для определения магнитного момента электронной оболочки атома (т. II, § 201). Таким способом Штерн и его сотрудники определили магнитный момент протона. Они исследовали отклонение молекулярного пучка водорода $(\text{H}^1)_2$ в неоднородном магнитном поле. Молекула водорода может находиться в двух различных состояниях — с компенсированными ядерными моментами (*параводород*) и с ядерными моментами, направленными параллельно друг другу (*ортоводород*). Наблюдая расщепление пучка молекул ортоводорода в неоднородном магнитном поле, Штерн и его сотрудники определили магнитный момент ядра H^1 , т. е. протона. Результат их измерений оказался неожиданным. Естественно было предположить, что магнитный момент протона выражается такой же формулой, что и магнитный момент электрона, с заменой лишь массы электрона массой протона. Так как масса протона в 1836 раз больше массы электрона, то ожидалось, что магнитный момент протона окажется равным $\frac{1}{1836}$ от магнетона Бора. Эта величина $\mu_p = \frac{1}{1836} \mu_0$ получила даже особое название: „ядерный магнетон“. Однако измерения показали, что магнитный момент протона приблизительно в 2,8 раза больше ядерного магнетона μ_p . По современным наиболее точным измерениям магнитный момент протона $\mu_p = 2,7896 \mu_p$.

В последнее время большое число ядерных моментов определено особым «радиоспектроскопическим» способом, основанным на изменении ориентации магнитного момента частицы под влиянием электромагнитной волны с частотой, попадающей в область радиочастот. Представим себе атом в состоянии с $I = 0$, тогда магнитный момент его электронной оболочки равен нулю и полный магнитный момент совпадает с ядерным моментом μ_I . Во внешнем

магнитном поле напряженности H такой атом обладает добавочной энергией (ср. с расчетом в § 346)

$$\Delta W = \frac{M_I}{I} \mu_I H,$$

где M_I — квантовое число, определяющее ориентацию ядерного момента относительно направления внешнего магнитного поля \mathbf{H} и принимающее значения $M_I = \pm I, \pm(I-1), \dots$. По правилу отбора возможны скачкообразные изменения ориентации ядерного момента, при которых $\Delta M_I = \pm 1$. При таких

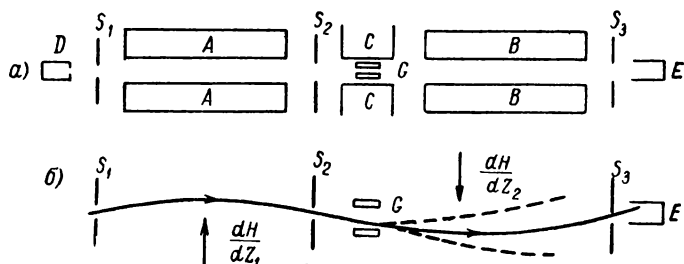


Рис. 410. Схема установки для определения ядерных моментов радиоспектроскопическим методом.

«переориентировках» во внешнем магнитном поле произойдет изменение энергии, равное по численному значению величине:

$$\delta(\Delta W) = \frac{\mu_I}{I} H. \quad (1)$$

Для того чтобы вызвать переориентировку, атому надо сообщить извне энергию, равную величине $\delta(\Delta W)$. Эта порция энергии может быть передана за счет поглощения излучения с частотой

$$\nu = \frac{\delta(\Delta W)}{h}.$$

Подставляя сюда вместо $\delta(\Delta W)$ его значение по (1), получим:

$$\nu = \frac{\mu_I H}{I h}. \quad (2)$$

Легко подсчитать, что при $H \cong 1000$ э частота ν получается порядка 10^6 — 10^7 гц, т. е. порядка частот обычных радиоволн. На использовании соотношения (2) и построен радиоспектроскопический метод определения ядерных магнитных моментов. Определяя экспериментально ту частоту ν , при которой происходит переориентация атомов, можно по равенству (2) вычислить значение μ_I .

Для установления факта переориентации пользуются установкой, схематически изображенной на рис. 410а. Внутри длинной металлической трубы, из которой откачан воздух, получается атомный или молекулярный пучок. Пучок возникает в результате испарения в печи D соответственного материала; пучок ограничивается щелями S_1, S_2, S_3 и попадает в приемник E, который регистрирует интенсивность пучка. Два магнита A и B создают не-

однородное магнитное поле, отклоняющее пучок, причем градиенты полей этих магнитов имеют противоположные направления, так что пучок отклоняется ими в противоположных направлениях. При соответственном подборе градиентов обеих полей отклонение, вызванное магнитом *B*, компенсирует отклонение, вызванное магнитом *A*, и пучок снова попадает в приемник *E*. Траектория такого пучка изображена на рис. 4106 сплошной линией. Между магнитами *A* и *B* помещен третий магнит *C*, создающий однородное поле напряженности *H*. Это поле имеет то же направление, что и поля, создаваемые магнитами *A* и *B*. Так как постоянное магнитное поле не отклоняет пучок, то наличие третьего магнита не меняет траектории пучка. Это справедливо в том случае, если ориентация магнитного момента частицы остается все время неизменной. Если же в пределах поля *H* ориентация частицы изменится, то изменится отклонение, вызываемое магнитом *B*. В результате частица, испытавшая по дороге изменение ориентации, не попадет в приемник *E* (траектории таких частиц изображены на рис. 4106 пунктирными линиями). Переориентация частиц достигается тем, что между полюсами магнита *C* с помощью медной петли *G*, к которой подводится высокочастотный переменный ток, создается переменное электромагнитное поле.

Опыт сводится к следующему: подбирается такая частота ν переменного электромагнитного поля, при которой пучок перестает попадать в приемник *E*. Это значение частоты и позволяет по формуле (2) вычислить значение ядерного момента μ_J . В табл. XXXI даны значения *I* и отношений μ_J/μ_N для некоторых ядер.

Как видно из табл. XXXI некоторые ядра имеют отрицательные значения μ_J/μ_N ; это означает, что магнитный момент у таких ядер направлен противоположно их механическому моменту P_J . Наибольшим магнитным моментом обладает индий, у ядра которого магнитный момент приблизительно в 5,5 раза больше ядерного магнетона μ_N . В табл. XXXI приведены также значения *I* и μ_J/μ_N для нейтрона. Они получены с помощью опыта, основанного на том, что рассеяние нейтронов в намагниченном железе зависит от ориентировки магнитного момента нейтрона. Изменение ориентировки магнитного момента нейтрона производится таким же радиоспектроскопическим способом, как и в описанной выше установке. Факт существования у нейтрона (нейтральной частицы) магнитного момента представляет существенный интерес для выяснения природы элементарных частиц.

Радиоспектроскопический метод в ином варианте может использоваться и для исследования строения молекул. Твердое или жидкое тело, содержащее изучаемые молекулы, помещается во внешнее магнитное поле. При магнитных полях порядка 10000 э переходам между энергетическими уровнями, соответствующими различным ориентациям магнитного момента ядра, отвечают частоты, попадающие в область радиочастот. Они могут наблюдаться по поглощению электромагнитных волн сантиметровой длины. Под влиянием полей, существующих в молекуле, уровни испытывают сдвиг. По величине

Таблица XXXI.

Ядерные моменты

<i>Z</i>	Элемент	<i>I</i>	μ_J/μ_N
0	нейтрон	$1/2$	—1,9103
1	H ¹	$1/2$	+2,7896
1	D ²	1	+0,8565
2	He ⁴	0	—
3	Li ⁶	1	—0,8213
3	Li ⁷	$3/2$	+3,2532
7	N ¹⁴	1	+0,403
8	O ¹⁶	0	—
11	Na ²³	$3/2$	+2,215
19	K ³⁹	$3/2$	+1,136
19	K ⁴⁰	4	—1,290
49	In ¹¹³	$9/2$	+5,49

этих сдвигов можно судить о строении молекулы. Основанный на указанном принципе метод исследования строения молекул носит название метода *магнитного ядерного резонанса*.

Ядра некоторых элементов, наряду со спиновым и магнитным моментом, обладают еще квадрупольным электрическим моментом. На ориентацию электрического квадрупольного момента ядра влияет электрическое поле молекулы. Изучение *квадрупольного резонанса* также позволяет судить о строении молекул.

§ 380. Строение атомных ядер. Первоначально было сделано предположение, что атомные ядра построены из протонов и электронов. Казалось, что наличие электронов внутри ядер в достаточной мере непосредственно подтверждается фактом существования β -радиоактивности. При этом приходилось считать, что ядро с зарядовым числом Z и массовым числом M состоит из следующего числа протонов (N_p) и электронов (N_e):

$$N_p = M, \quad N_e = M - Z. \quad (1)$$

Однако эта гипотеза встретила весьма существенные затруднения при попытках объяснить наблюдаемые значения ядерных моментов. Эти затруднения впервые были обнаружены при разборе свойств ядра азота ${}^7\text{N}^{14}$. Это ядро характеризуется квантовым числом $I=1$ и магнитным моментом, составляющим приблизительно $\frac{1}{4500}$ от магнетона Бора μ_0 . Вместе с тем по (1) ядро ${}^7\text{N}^{14}$ должно состоять из 14 протонов и 7 электронов. При нечетном числе электронов (семь) их собственные магнитные моменты μ_0 не могут полностью компенсировать друг друга. Таким образом, магнитный момент ядра азота должен был бы равняться величине, близкой к одному магнетону Бора, в то время как в действительности он гораздо меньше. Также не удастся объяснить и значение для ядра азота $I=1$. Общее число частиц (протонов и электронов), входящих в состав ядра азота, равно $14 + 7 = 21$, т. е. опять нечетному числу. Собственные спиновые моменты протона и электрона характеризуются квантовыми числами $\frac{1}{2}$ и могут ориентироваться либо параллельно, либо антипараллельно по отношению друг к другу. Отсюда следует, что спиновый момент всего ядра должен был бы характеризоваться квантовым числом I , имеющим полуцелое значение (алгебраическая сумма нечетного числа $\frac{1}{2}$). Этот вывод противоречит наблюдаемому значению $I=1$. Впоследствии такое же расхождение между теоретическими выводами и опытными данными обнаружилось и для дейтона (${}^2\text{D}$). По эмпирическим данным дейтон имеет $I=1$ и магнитный момент, равный приблизительно $\frac{1}{2000}$ от магнетона Бора. По схеме (1) он должен состоять из двух протонов и одного электрона. Отсюда вытекало бы, что для дейтона I может иметь одно

из двух значений: $1/2$ или $3/2$; магнитный момент должен был бы оказываться близким к одному магнетону Бора.

Иная точка зрения на строение атомных ядер появилась после открытия нейтронов. Впервые советский физик Д. Д. Иваненко сделал предположение, что *ядра состоят только из протонов и нейтронов*. Эти две частицы, как составные части ядра, получили название *нуклонов*. Гипотеза о строении ядер из нуклонов в настоящее время является общепринятой. С точки зрения этой гипотезы β -распад оказывается, в известном смысле, явлением вторичным. Один из нейтронов ядра превращается в протон, электрон и нейтрино.

Ядро с зарядовым числом Z и массовым числом M состоит из следующего числа протонов (N_p) и нейтронов (N_n):

$$N_p = Z, \quad N_n = M - Z. \quad (2)$$

Общее число частиц (нуклонов), входящих в состав ядра, равно его массовому номеру M . В ядрах легких элементов число нейтронов равно числу протонов, например: ядро ${}_2\text{He}^4$ состоит из двух нейтронов и двух протонов, ядро ${}_6\text{C}^{12}$ — из шести нейтронов и шести протонов и т. д. Ядра средних и тяжелых элементов имеют избыток нейтронов, так, ядро урана ${}_{92}\text{U}^{238}$ состоит из 92 протонов и 146 нейтронов.

Указанная гипотеза о строении ядер из протонов и нейтронов устраняет трудность, возникшую в связи с попытками объяснить значения ядерных моментов. Обратимся к дейтону. По схеме (2) дейтон состоит из протона и нейтрона. Значение $I=1$ для дейтона непосредственно объясняется предположением, что спиновые моменты протона и нейтрона направлены параллельно друг другу, тогда имеем

$$I = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1,$$

в соответствии с опытными данными.

Если предположить, что магнитный момент дейтона равен алгебраической сумме магнитных моментов протона и нейтрона (см. табл. XXXI на стр. 603), то получится значение

$$\mu_D = \mu_p + \mu_n = 2,7896\mu_n - 1,9103\mu_n = +0,8793\mu_n.$$

Это значение μ_D близко к наблюдаемому значению $\mu_D = +0,8565\mu_n$. Некоторое расхождение объясняется тем, что дейтон нельзя рассматривать как статическую систему из протона и нейтрона.

Аналогично, как легко видеть, пропадают и затруднения, относящиеся к ядру азота ${}_7\text{N}^{14}$.

Схема (2) позволяет подсчитать дефект массы для любого ядра по известным массам протона и нейтрона. Обозначим соответственно

через M_p , M_n и M_A массы протона, нейтрона и рассматриваемого ядра, тогда для истинного дефекта массы ΔM имеем

$$\Delta M = ZM_p + (M - Z)M_n - M_A. \quad (3)$$

По сказанному в § 368, величина $W = c^2 \Delta M$ дает энергию связи всех частиц, входящих в состав данного ядра. Величина $c^2 \Delta M / M$ дает энергию связи, рассчитанную на одну частицу. В табл. XXXII приведены значения полной энергии связи $c^2 \Delta M$ и энергии связи на одну частицу $c^2 \Delta M / M$, выраженные в мегаэлектрон-вольтах для ряда ядер.

Таблица XXXII

Энергия связи для атомных ядер

Ядро	$c^2 \Delta M$	$c^2 \Delta M / M$	Ядро	$c^2 \Delta M$	$c^2 \Delta M / M$
${}_1^2\text{D}^2$	2,18	1,09	${}_7^{14}\text{N}^{14}$	104,10	7,44
${}_1^3\text{T}^3$	8,33	2,78	${}_7^{15}\text{N}^{15}$	114,85	7,66
${}_2^3\text{He}^3$	7,60	2,53	${}_8^{16}\text{O}^{16}$	126,96	7,94
${}_2^4\text{He}^4$	28,21	7,03	${}_9^{19}\text{F}^{19}$	146,95	7,73
${}_3^6\text{Li}^6$	31,81	5,30	$_{10}^{20}\text{Ne}^{20}$	159,85	7,99
${}_3^7\text{Li}^7$	38,96	5,57	$_{11}^{23}\text{Na}^{23}$	186,44	8,11
${}_4^9\text{Be}^9$	57,80	6,42	$_{12}^{24}\text{Mg}^{24}$	197,52	8,23
${}_5^{10}\text{B}^{10}$	64,29	6,43	$_{26}^{56}\text{Fe}^{56}$	486,08	8,68
${}_5^{11}\text{B}^{11}$	75,71	6,88	$_{30}^{64}\text{Zn}^{64}$	—	$\sim 8,6$
${}_6^{12}\text{C}^{12}$	91,66	7,64	$_{50}^{120}\text{Sn}^{120}$		
${}_6^{13}\text{C}^{13}$	96,54	7,43	$_{92}^{238}\text{U}^{238}$	1780	7,5

На рис. 411 графически представлены значения энергии связи на одну частицу $c^2 \Delta M / M$ для разных ядер. Для всех ядер со средними атомными весами энергия связи на одну частицу имеет приблизительно одно и то же значение, равное 8,6 мзэв.

Указанный факт приблизительно одинакового значения энергии связи на одну частицу для всех ядер (кроме самых легких) приводит к важному следствию, что каждая частица в ядре взаимодействует только со своими ближайшими соседями. Если бы каждая частица взаимодействовала со всеми остальными, то полная энергия связи ядра была бы квадратичной функцией от числа частиц в ядре, т. е. от M . В действительности полная энергия связи растет приблизительно пропорционально первой степени M .

Далее опыты показывают, что радиусы R ядер пропорциональны корню кубическому из числа частиц M :

$$R = r_0 \sqrt[3]{M}, \quad (4)$$

где постоянная $r_0 = 1,5 \cdot 10^{-13}$ см. Это означает, что во всех ядрах частицы „упакованы“ с одинаковой плотностью. На основании приведенных фактов возникла „капельная“ модель ядра, развитая Бором, Я. И. Френкелем и рядом других физиков. По этой модели ядро построено из элементарных частиц (нуклонов) наподобие того, как капля жидкости построена из молекул.

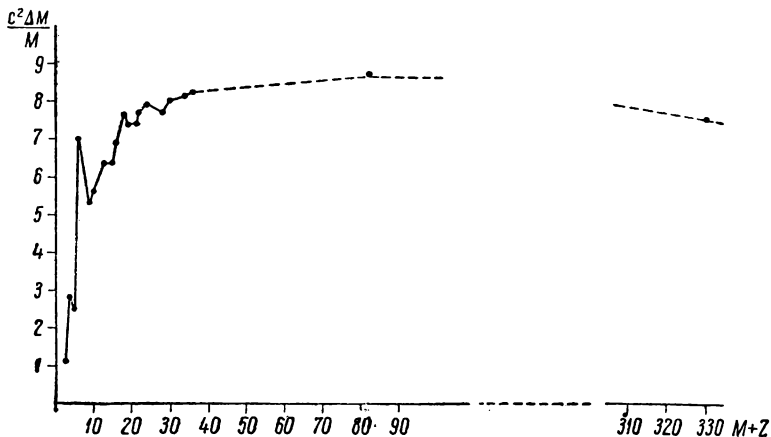


Рис. 411. Энергия связи на одну частицу в ядрах.

Капельная модель позволяет подсчитать энергию связи ядра. В соответствии с приблизительной пропорциональностью энергии связи ядра числу частиц M в формуле для энергии связи W должен стоять член $-aM$, где a — постоянно (знак минус соответствует притяжению между частицами). К этому выражению следует добавить поправочный член, соответствующий тому обстоятельству, что наиболее устойчивыми являются ядра, для которых число протонов равно числу нейтронов, т. е. для которых $M = 2Z$. Этот член можно представить в виде $+b \frac{(2Z - M)^2}{M}$. Учитывая обе указанные энергии взаимодействия, получим для их суммы выражение:

$$W' = -aM + b \frac{(2Z - M)^2}{M}. \quad (5)$$

Кроме того, капельная модель указывает на наличие у ядер «поверхностной» энергии, аналогичной энергии поверхностного натяжения у жидких капель. Очевидно, эта энергия $W_{\text{пов}}$ пропорциональна площади поверхности ядра:

$$W_{\text{пов}} = \sigma \cdot 4\pi R^2,$$

где σ — постоянная. Зная энергию отрыва частиц от ядра, можно оценить численное значение σ , для которого получается $\sigma \cong 10^{20}$ эрг/см². Подставляя в (6) вместо радиуса ядра его значение по (4), найдем:

$$W_{\text{пов}} = 4\pi\sigma r_0^2 M^{2/3}. \quad (6a)$$

Наконец, необходимо принять во внимание энергию W_k , связанную с кулоновым отталкиванием протонов. Эта энергия может быть рассчитана и оказывается равной:

$$W_k = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} Z^2 M^{-1/3}. \quad (7)$$

Пользуясь выражениями (5), (6а) и (7), найдем полную энергию связи ядра:

$$W = -aM + b \frac{(2Z - M)^2}{M} + 4\pi\epsilon r_0^2 M^{2/3} + \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} Z^2 M^{-1/3}. \quad (8)$$

Значения коэффициентов a и b остаются не определенными. Но если найти их численные значения по эмпирическим данным для некоторых ядер, то формула (8) дает значения W , хорошо согласующиеся с эмпирическими данными для остальных ядер. (В табл. XXXII приведены *численные* значения энергий связи, поэтому они отличаются от W знаком.)

Капельная модель позволяет следующим образом рассмотреть процесс захвата ядром быстрой частицы и последующий распад ядра, имеющий место при искусственных превращениях ядер. Благодаря тесному взаимодействию всех частиц в ядре, кинетическая энергия частицы, проникшей в ядро, перераспределяется между всеми частицами ядра. Ядро приходит в возбужденное состояние, которое можно сопоставить нагреванию капли жидкости. Как впервые показал Л. Д. Ландау, можно говорить о „температуре“ ядра и об ее повышении за счет энергии проникшей в ядро частицы. При энергии возбуждения в 10 мзев эта „температура“ оказывается равной $\sim 10^{11}$ °К. Процесс вылета частицы из возбужденного ядра можно рассматривать как „испарение“. В результате флуктуации одна из частиц в ядре может получить энергию, значительно превышающую среднюю энергию частиц „нагретого“ ядра, и тогда она, преодолев силы поверхностного натяжения, „испарится“ из ядра.

Ядро в известном смысле можно сопоставлять не только с жидкой каплей, но и с твердым телом — кристаллом. Как в кристалле для частиц имеется прерывный ряд энергетических уровней, образующих определенные зоны (т. II, § 163), так и в ядре возникает большое число энергетических уровней. При малых энергиях возбуждения уровни находятся на больших расстояниях друг от друга, при возрастании энергий возбуждения они располагаются все ближе и ближе друг к другу и при энергиях возбуждения порядка 15 мзев представляют практически непрерывную область дозволенных энергетических состояний. Такой характер распределения уровней подтверждается опытными данными. Низкие уровни проявляются при испускании γ -лучей (§ 373), а верхние, расположенные очень тесно, — при захвате нейтронов.

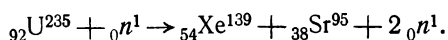
Строение ядра из протонов и нейтронов указывает, что роль кулоновых сил взаимодействия в ядре невелика. Кулоновыми силами взаимодействуют между собою лишь протоны и так как эти силы —

силы отталкивания, то под их влиянием ядро должно было бы распадаться. Силами, удерживающими частицы внутри ядра, являются силы притяжения между нейтронами и протонами. Эти силы очень быстро убывают с расстоянием и поэтому проявляются преимущественно внутри ядер.

Учитывая характер сил, действующих между протонами и нейтронами, можно построить более детальную модель ядра, чем капельная. Такая модель, получившая название „оболочечной“, была разработана М. Майером и рядом других физиков. По этой модели, частицы, образующие ядро, располагаются по определенным оболочкам, что определяет наличие периодичности в свойствах ядер. Особые свойства должны иметь ядра, для которых полное число частиц равно: 2, 8, 20, 50, 82 и 126. Тем не менее природа сил, действующих внутри ядра, остается неясной. Поэтому теория ядра находится еще в зачаточном состоянии и требует дальнейшего развития.

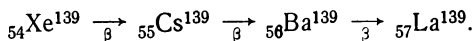
§ 381. Деление ядер. Получение цепной реакции. Явление деления ядер было впервые обнаружено на уране; оно может протекать как в свободном состоянии ядра (спонтанное деление), так и под влиянием нейтронов. Спонтанное деление было открыто советскими физиками К. А. Петряком и Г. Н. Флёровым на ядрах ${}_{92}\text{U}^{238}$. При таком делении ядро урана распадается на два осколка, представляющих собою ядра элементов, относящихся к средней части периодической системы Менделеева. Спонтанное деление урана протекает весьма медленно; средняя продолжительность жизни ядер урана (по отношению к спонтанному делению) равна 10^{16} лет.

Деление ядер урана под влиянием нейтронов было обнаружено в результате работ, предпринятых в 1936—1937 гг. Ганом, Лизой Мейтнер и Штрассманом с целью искусственно получить *трансурановые элементы*, т. е. элементы с $Z > 92$. Бомбардируя уран нейтронами, эти исследователи обнаружили возникновение искусственной радиоактивности, носителей которой им долгое время не удавалось однозначно определить. Проведенные затем многочисленные опыты установили, что наблюдаемый процесс сводился к делению изотопа урана ${}_{92}\text{U}^{235}$ при присоединении к нему медленного нейтрона. Уран ${}_{92}\text{U}^{235}$ делится на два осколка, которые являются ядрами двух элементов со средним атомным весом; кроме того, при делении возникает от одного до трех свободных нейтронов. Деление может происходить на разные пары осколков. В качестве примера приведем следующий процесс деления:



Оба возникших ядра ${}_{54}\text{Xe}^{139}$ и ${}_{38}\text{Sr}^{95}$ характеризуются чрезмерным избытком нейтронов (наиболее тяжелыми стабильными изотопами ксенона и стронция являются ${}_{54}\text{Xe}^{136}$ и ${}_{38}\text{Sr}^{88}$), поэтому они неустойчивы

и испытывают ряд последовательных β -превращений. Так, ${}_{54}\text{Xe}^{139}$ ведет к следующей цепочке β -распадов:



Эта цепочка заканчивается стабильным изотопом лантана ${}_{57}\text{La}^{139}$.

На рис. 412 приведена кривая, дающая выход (в %) осколков с различными массовыми числами M , возникающих при делении

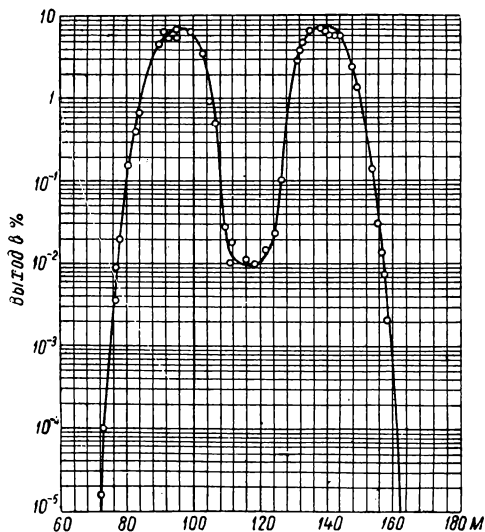


Рис. 412. Вероятность возникновения различных осколков при делении урана.

урана ${}_{92}\text{U}^{235}$. Кривая симметрична относительно минимума, лежащего при $M = 118$. Отсюда следует, что деление на два осколка равных масс менее вероятно, чем на осколки с несколько различными массами. Деление на осколки с сильно различными массами (больше 160 и менее 76) не происходит.

Деление ядра урана ${}_{92}\text{U}^{235}$ сопровождается выделением весьма большой энергии, а именно, 150 мэв.

Оценка энергии, освобожденной при делении, может быть сделана с помощью формулы (8) § 380. Процесс деления заключается в том, что ядро-капля, пришедшее в возбужденное состояние под влиянием попавшего в него ней-

трона, делится на две капли приблизительно одинаковых размеров. Так как энергия связи между частицами почти одинакова для тяжелых ядер и ядер средних масс, то различие в энергии между исходным ядром и двумя новыми ядрами обусловлено лишь двумя последними членами в формуле (8) § 380. Первый из них дает поверхностную энергию, пропорциональную площади поверхности ядра. Предположим, что ядро делится как раз пополам. Обозначим R радиус исходного ядра, а R_1 — радиус возникших ядер. Условие сохранения объемов при делении дает:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi R_1^3,$$

откуда для R_1 получаем

$$R_1 = \frac{R}{2^{1/3}}.$$

Изменение поверхностной энергии по формуле (6) § 380 окажется равным

$$\Delta W_{\text{пов}} = 4\pi R^2 - 2\sigma \cdot 4\pi R_1^2 = \sigma \cdot 4\pi R^2 (1 - 2^{1/3}) \cong -0,26\sigma \cdot 4\pi R^2.$$

Поверхностная энергия *возросла* за счет увеличения поверхности ядра-капли при делении на две капли.

Второй член связан с изменением энергии кулонова взаимодействия частиц в ядре. Так как эта энергия выражается через радиус ядра и зарядовое число формулой $\frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R}$, то при делении ядра она *уменьшается* на величину

$$\Delta W_k = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R} (1 - 4^{-1/3}) \cong 0,37 \cdot \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R}.$$

Полное изменение энергии при делении (выделенную энергию считаем положительной) равно

$$\Delta W \cong -0,265 \cdot 4\pi R^2 + 0,37 \cdot \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R}.$$

Это изменение будет отрицательным или положительным в зависимости от того, что больше: изменение поверхностной энергии ядра или энергии, обусловленной кулоновым взаимодействием частиц. Для легких ядер большую роль играет изменение поверхностной энергии, поэтому деление таких ядер может происходить лишь с затратой энергии. Для тяжелых ядер (большие Z) большую роль играет изменение энергии кулонова взаимодействия между частицами; деление этих ядер сопровождается выделением энергии. Соответствующие расчеты показывают, что деление с отдачей энергии должно происходить для ядер с Z около 90.

Процесс деления ядер ${}_{92}\text{U}^{235}$ может происходить в виде цепной (т. е. нарастающей) реакции. Дело в том, что при делении одного ядра ${}_{92}\text{U}^{235}$ возникает, кроме осколков, еще от двух до трех нейтронов. Эти нейтроны могут вызвать деление еще двух-трех ядер ${}_{92}\text{U}^{235}$ и т. д. Реакция будет нарастать и при определенных условиях может стать взрывной.

Фактическое осуществление такой реакции затруднено двумя обстоятельствами. Первым из них является то, что естественный уран представляет собою смесь двух изотопов ${}_{92}\text{U}^{238}$ и ${}_{92}\text{U}^{235}$, из которых ${}_{92}\text{U}^{238}$ (присутствующий в количестве свыше 99%) захватывает большинство нейтронов, не ведя к процессу деления.

Второе обстоятельство обусловлено тем, что деление ${}_{92}\text{U}^{235}$ происходит преимущественно за счет медленных, так называемых „тепловых“, нейтронов, в то время как нейтроны, получающиеся при делении, являются быстрыми. Часть этих быстрых нейтронов может вылететь за пределы взятого куска урана, часть будет захвачена ${}_{92}\text{U}^{238}$ (при этом образуется изотоп ${}_{92}\text{U}^{239}$). Таким образом, только часть из полученных нейтронов поведет к новым актам деления ${}_{92}\text{U}^{235}$; число этих нейтронов может оказаться недостаточным, и реакция прервется. Для поддержания реакции необходимо либо обогатить естественный уран изотопом ${}_{92}\text{U}^{235}$, либо искусственно замедлить нейтроны.

Метод замедления нейтронов позволил осуществить в так называемых *урановых* реакторах (котлах) непрерывно протекающую

ядерную реакцию. Замедление нейтронов производится в каком-либо веществе (например, графите), в котором нейтроны испытывают преимущественно упругие столкновения. Схема процесса, протекающего в реакторе, представлена на рис. 413. Нейтрон n , присоединяясь к ядру ${}_{92}\text{U}^{235}$, вызывает его деление на два осколка A и B и ведет к образованию двух или трех быстрых нейтронов n_1 . Эти нейтроны, пройдя через замедлитель, частично захватываются ураном ${}_{92}\text{U}^{238}$, что ведет к возникновению изотопа ${}_{92}\text{U}^{239}$, частично вновь вызывают деление ${}_{92}\text{U}^{235}$, сопровождаемое появлением новых нейтронов n'_1 , и т. д.

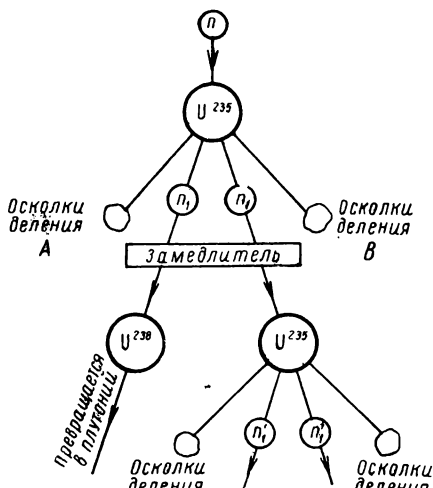
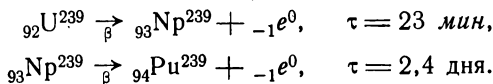
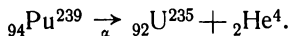


Рис. 413. Схема действия уранового реактора.

и ведет к образованию еще одного нового элемента — *плутония* с зарядовым номером 94. Вся схема превращений имеет вид:



Плутоний α -радиоактивен с большим периодом полураспада в 24000 лет. В результате его α -превращения возникает изотоп урана ${}_{92}\text{U}^{235}$:



Плутоний способен под влиянием нейтронов делиться, что позволяет его использовать для получения цепных (взрывных) реакций.

В настоящее время, кроме Np и Pu, известны еще семь транс-урановых элементов. Это — *америций* (Am, $Z = 95$), имеющий восемь

вызывают деление ${}_{92}\text{U}^{235}$, сопровождаемое появлением новых нейтронов n'_1 , и т. д. Реакция в реакторе может протекать стационарно, причем выделяется большое количество энергии. Схема устройства реактора приведена в § 382.

Исследование процессов, происходящих в урановом реакторе, привело к открытию ряда новых, транс-урановых, элементов. Оказалось, что изотоп ${}_{92}\text{U}^{239}$ является β -радиоактивным с периодом полураспада $\tau = 23$ мин. В результате β -распада ${}_{92}\text{U}^{239}$ возникает элемент с зарядовым номером $Z = 93$ и массовым числом $M = 239$; этот элемент получил название *нептуния*. Нептуний также β -радиоактивен

изотопов, из которых наиболее устойчив ${}_{95}\text{Am}^{243}$ с периодом полураспада 760 лет; *кюри́й* (Cm, $Z=96$), он имеет семь изотопов, наиболее устойчив из которых ${}_{96}\text{Cm}^{245}$ с периодом полураспада 20 000 лет; *беркли́й* (Bk, $Z=97$) с тремя изотопами; *калифорний* (Cf, $Z=98$), имеющий восемь изотопов, наиболее устойчивым из которых является изотоп ${}_{98}\text{Cf}^{249}$ с полупериодом распада 500 лет; *эйнштейний* (Es, $Z=99$) имеет четыре изотопа; *фермий* (Fm, $Z=100$) с тремя изотопами и *менделевий* (Md, $Z=101$). Все трансурановые элементы радиоактивны и входят в радиоактивное семейство, массовые числа которого выражаются формулой $4n+1$, где n — целое число.

§ 382. Ядерная энергетика. В предыдущих параграфах сказано, что естественные радиоактивные превращения, а также многие искусственно вызываемые ядерные реакции связаны с выделением больших количеств энергии на единицу массы реагирующего вещества. Однако перспективы использования внутриядерной энергии долго оставались совершенно неясными. Из естественно-радиоактивных элементов один только уран может быть добыт в значительных количествах. Но мощность, выделяемая при естественной радиоактивности урана, так мала, что она не представляет практического интереса. Искусственная радиоактивность могла быть получена лишь за счет бомбардировки атомов стабильных изотопов быстрыми частицами. При этом опыт показывал, что подавляющее число частиц (например, α -частиц в опытах Резерфорда по расщеплению ядер) теряет энергию при упругих столкновениях. Лишь очень небольшая их часть сталкивается с ядрами настолько тесно, что ведет к их расщеплению. Поэтому, хотя отдельный акт расщепления и может дать выигрыш в энергии, в среднем энергия, освобождаемая при расщеплениях, гораздо меньше энергии первичных частиц.

Возможность решения задачи о практическом использовании внутриядерной энергии выяснилась лишь после того, как было открыто деление ядер и найден способ получения цепной реакции. Непрерывно-протекающая регулируемая ядерная реакция осуществляется в ядерных реакторах (котлах). В реакторах используется естественный уран или уран, обогащенный изотопом U^{235} . Необходимым условием протекания цепной ядерной реакции является достаточная масса урана в реакторе. Нейтроны, образующиеся при ядерной реакции, могут выходить через поверхность урана наружу и, следовательно, выпадать из участия в развитии цепной реакции. Для того чтобы доля таких нейтронов была невелика, нужно, чтобы поверхность урана была мала по сравнению с его объемом. Для этого масса урана в реакторе должна быть достаточно большой и должна превышать некоторую критическую массу. С другой стороны, чтобы реакция протекала не чрезмерно бурно, необходимо регулировать число нейтронов, не давая ему слишком увеличиваться.

Это достигается путем поглощения избыточных тепловых нейтронов с помощью таких элементов, как бор или кадмий.

Схема устройства ядерного реактора дана на рис. 414. Здесь *A* — пространство, в котором расположены блоки из урана и замедлителя (обыкновенно графита); *B* — отражатель нейтронов, возвращающий часть нейтронов, вышедших обратно из области, где протекает реакция; *C* — защитный слой, предохраняющий окружающее

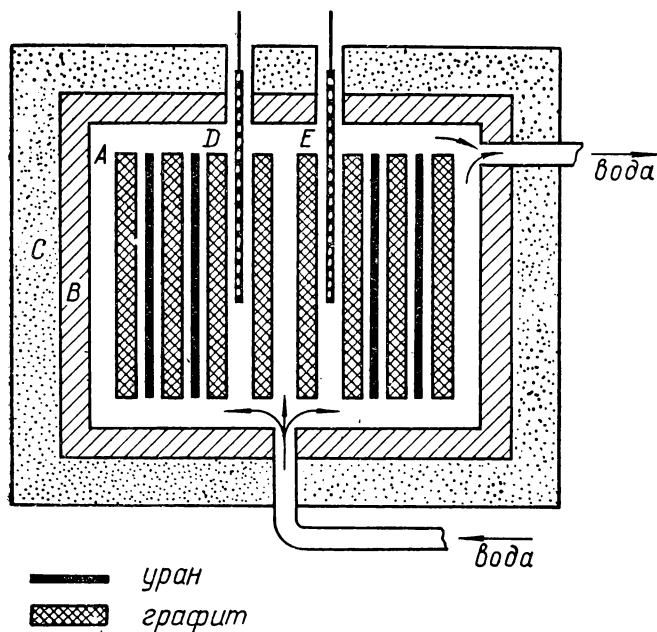


Рис. 414. Схема ядерного реактора.

пространство от действия излучений, возникающих при протекании ядерной реакции; *D* и *E* — стержни из кадмия или бора, введение которых в объем *A* замедляет реакцию. Введение стержней производится автоматически, как только мощность ядерной реакции превысит определенный предел. Вода пропускается для охлаждения урановых блоков.

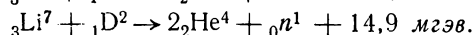
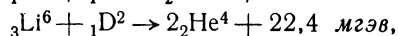
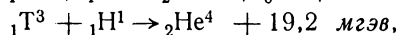
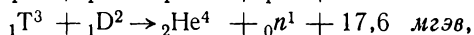
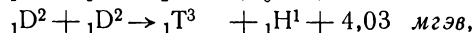
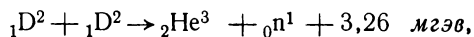
В первом советском реакторе использовался естественный уран; замедлителем был графит. Измерениями было показано, что при использовании естественного урана на каждый тепловой нейтрон приходится всего 1,337 вновь образующихся нейтронов. Столь небольшой избыток нейтронов делает задачу получения непрерывно-протекающей ядерной реакции весьма трудной. Первый советский

реактор начал работать, когда в него было загружено 45 тонн урана. В настоящее время построены гораздо более совершенные реакторы. В реакторах в качестве замедлителя используются и другие вещества, например вода — как обыкновенная, так и „тяжелая“, т. е. вода, в которой легкий изотоп водорода заменен дейтерием.

В реакторе, в результате протекания ядерных реакций, выделяется большое количество тепла, которое может быть использовано в технических целях. Как известно, первая в мире электростанция, действующая на энергии, освобождаемой при ядерных реакциях („атомная электростанция“), была построена в Советском Союзе. На этой электростанции используется реактор, работающий на уране, обогащенном изотопом U^{235} до его содержания в 5% (против 0,7% в естественном уране). С помощью реактора нагревается до высокой температуры водяной пар, который приводит в движение турбогенератор. В настоящее время в СССР строятся и отчасти пущены в ход другие более мощные атомные электростанции, а также построен ледокол „Ленин“ с мощным атомным двигателем.

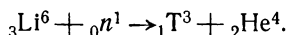
Ядерные реакции использованы в атомной бомбе. Конструкция атомной бомбы обеспечивает соединение, в течение очень короткого времени, блоков из урана или плутония, имеющих массы ниже критических, в одну массу, большую критической. В результате возникает ядерная реакция, принимающая характер взрыва.

Другим типом ядерных реакций, которые можно использовать как источник „атомной энергии“, являются реакции соединения легких ядер в более тяжелые ядра (реакции синтеза). Реакции синтеза в ряде случаев протекают с выделением очень большого количества тепла, так как среди легких элементов есть элементы, характеризующиеся большой энергией связи (гелий). В качестве примера реакций синтеза, идущих с выделением большого количества энергии, приведем следующие:

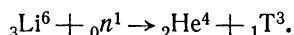


Для того чтобы реакция синтеза началась, необходимо, чтобы ядра сближались со скоростью, достаточной для преодоления кулоновских сил отталкивания. Этого можно достигнуть путем нагревания газа до высокой температуры, порядка 100 миллионов градусов. Дальнейшее протекание реакции будет происходить за счет энергии, выделяемой при самой реакции (*термоядерная реакция*). В виде взрывной реакции, термоядерная реакция осуществляется в водородной

бомбе, в которой используется реакция синтеза дейтерия и трития (с выделением нейтрона). Высокая температура, необходимая для возникновения реакции, создается предварительным запалом с помощью урановой или плутониевой бомбы, дающей температуру порядка миллиона градусов. Возможно также использование реакции



Тритий, необходимый для осуществления термоядерной реакции, получается в реакторах путем облучения лития нейтронами, по схеме:



Особый интерес представляет осуществление *регулируемой термоядерной реакции*, которая могла бы служить очень выгодным источником энергии для мирных целей. Как в СССР, так и во многих зарубежных странах в настоящее время ведутся работы по изучению условий проведения регулируемой термоядерной реакции. Трудности получения очень высокой температуры, необходимой для возникновения термоядерной реакции, связаны, отчасти, с отсутствием веществ, способных выдерживать нагревание до миллионов градусов, из которых мог бы быть изготовлен сосуд, удерживающий горячий газ. По идее, высказанной советскими физиками И. Е. Таммом и А. Д. Сахаровым, предполагается удерживать разогретый электрическим током газ (газоразрядную плазму) в ограниченном объеме с помощью магнитного поля. Соответственные экспериментальные установки, под различными названиями („огра“, „альфа“ и т. д.), в настоящее время изучаются в ряде исследовательских институтов.

§ 383. Космические лучи. Космические лучи представляют собою поток частиц чрезвычайно большой энергии, попадающих в земную атмосферу из мирового пространства и вызывающих многочисленные ядерные превращения. Несмотря на то, что в последнее время огромное число работ посвящено изучению космических лучей, их происхождение и природа во многом остаются невыясненными. Поэтому мы остановимся на них лишь кратко.

Еще в 1901 г. было установлено, что атмосферный воздух всегда слабо ионизован. Эта ионизация значительно уменьшается, если порцию воздуха заключить в сосуд с толстыми свинцовыми стенками. Однако и в этом случае ионизация, хотя и в слабой степени, сохраняется. На основании указанных наблюдений было высказано предположение, что ионизация вызывается жесткими γ -лучами, испускаемыми естественными радиоактивными элементами, всегда присутствующими в земной коре в некотором количестве. Если бы эта гипотеза была верна, то ионизация воздуха убывала бы с высотой. Измерения, произведенные в 1910 г. при подъемах на воздушном шаре, не подтвердили этого вывода. Ионизация убывала лишь при подъеме на

первые 1000 м, при дальнейшем же подъеме она быстро возрастала и на высоте 5000 м втрое превосходила ионизацию у поверхности Земли. Проведенные впоследствии подъемы самопишущих электроскопов на шарах-зондах на высоту до 35 км показали, что ионизация возрастает приблизительно до высоты в 20 км, а затем остается почти постоянной. Отсюда возникло предположение, что ионизация воздуха вызвана каким-то проникающим излучением, попадающим в атмосферу из мирового пространства. Это излучение получило название *космических лучей*.

Для измерения проникающей способности космических лучей Милликоном, а также советским физиком Л. Б. Мысовским, а затем и рядом других исследователей, были произведены опыты с погружением электроскопов в горные озера, в которых вода не заражена радиоактивными элементами. Ионизация была замечена на глубинах до 1000 м, что указывает на чрезвычайно большую проникающую способность космических лучей. Интенсивность ионизации убывает пропорционально толщине слоя воды над электроскопом; это непосредственно указывает, что распространение космических лучей направлено от верхних слоев атмосферы книзу.

Позже (1947 г.) исследование космических лучей было произведено с помощью автоматически действующей аппаратуры, помещенной в раке-

те, поднимавшейся до высоты 160 км. На рис. 415 представлена кривая, дающая число разрядов счетчика (§ 371), вызванных космическим излучением на разных высотах вплоть до 160 км. Как видно, кривая круто возрастает до высоты в 20 км, затем несколько спадает, и, начиная с высоты 50 км, идет параллельно оси абсцисс. Очевидно, разряды счетчика на высоте 50 км и выше вызваны первичным космическим излучением, имеющим постоянную интенсивность. Максимум на высоте около 20 км обусловлен вторичными процессами, возникающими в атмосфере под влиянием космических лучей.

Измерения поглощения космических лучей в свинце показали, что интенсивность космических лучей уменьшается в первых 10 см свинца примерно на 30%. Дальнейшее поглощение идет гораздо медленнее; около половины излучения, проникшего через слой свинца в 10 см, может проникнуть через слой свинца толщиной около 1 м. Отсюда вытекает, что *космические лучи неоднородны и состоят по крайней*

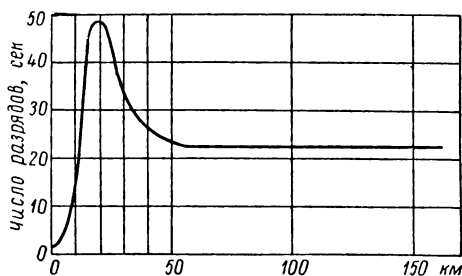


Рис. 415. Изменение числа разрядов счетчика с высотой

мере из двух компонентов — менее проникающего (мягкого) и более проникающего (жесткого).

Первоначально предполагалось, что космические лучи представляют собою поток фотонов весьма большой энергии, т. е., что они по своей природе сходны с жесткими γ -лучами. Однако затем были установлены факты, заставившие изменить эту гипотезу.

В настоящее время с несомненностью установлено, что основная часть *первичных космических лучей состоит из электрически заряженных частиц* чрезвычайно большой энергии, порядка 10^9 — 10^{11} эв и еще выше.

Интенсивность космического излучения вблизи земной поверхности незначительна: космические лучи образуют около двух пар ионов в одном кубическом сантиметре воздуха в секунду. Однако энергия, несомая каждой отдельной космической частицей, настолько велика (с точки зрения атомных масштабов), что она может вызвать многочисленные ядерные превращения. Современная техника эксперимента позволяет наблюдать действие отдельных космических частиц с помощью камер Вильсона, счетчиков и метода толстослойных фотопластинок. Впервые фотографии следов путей космических частиц были получены с помощью камеры Вильсона Д. В. Скобельцыным (1929 г.). Помещая камеру Вильсона в магнитное поле, Д. В. Скобельцын пытался определить заряд и энергию частиц по отклонению их траекторий. Однако в тех магнитных полях, которыми он располагал, траектории заметно не искривлялись, что указывало на очень большую энергию частиц. Впоследствии, пользуясь магнитными полями напряженности до 20000 э, удалось наблюдать отклонение траектории космических частиц.

Если R — радиус кривизны траектории частицы в магнитном поле напряженности H , то имеет место равенство:

$$R = \frac{cv}{\frac{e}{m} H},$$

где e/m — отношение заряда к массе частицы и v — ее скорость. Обозначая p количество движения частиц mv , получим

$$p \cdot c = eRH.$$

Таким образом, если известен заряд частицы, то по R и H можно определить ее количество движения. Для очень быстрой частицы, для которой имеют место формулы механики теории относительности, величина $p \cdot c$ приблизительно равна энергии частицы W :

$$W = pc.$$

Отсюда следует, что по наблюдениям в камере Вильсона можно судить об энергии частицы, если известен ее заряд.

Кроме кривизны траектории R , для характеристики частицы можно использовать и вид следа ее пути в камере Вильсона. Чем сильнее ионизация,

вызываемая частицей на единице длины ее пути, тем жирнее след. Теория показывает, что ионизация, производимая быстрой частицей, приближенно пропорциональна квадрату ее заряда e^2 , обратно пропорциональна квадрату ее скорости и практически не зависит от ее массы.

Исследование следов путей частиц, вызываемых космическим излучением, привело в 1932 г. к открытию Андерсоном позитронов. На фотографиях были заметны парные следы, отклоненные магнитным полем в противоположные стороны. Сходный вид следов указывал, что частицы отличаются лишь знаком заряда, при этом один из следов по своему характеру несомненно принадлежал быстрому электрону. Таким образом, было установлено существование частицы, сходной с электроном, но положительно заряженной. Как мы видели (§ 377), впоследствии позитроны были обнаружены и при некоторых типах ядерных превращений.

Метод наблюдения с помощью камеры Вильсона частиц, вызванных космическими лучами, сперва страдал одним существенным недостатком. Появление быстрых космических частиц представляет собою явление сравнительно редкое, поэтому надо делать большое число снимков, большинство которых будут „пустыми“ и только на некоторых случайно окажутся заснятыми следы траекторий частиц. Улучшение этого метода было предложено Блэкетом и Оккиалини, которые поместили камеру Вильсона между двумя счетчиками. В камере автоматически производился снимок только в том случае, когда срабатывали оба счетчика, т. е. когда частица пролетала через оба счетчика и расположенную между ними камеру. Таким образом исключались „холостые“ снимки. С помощью таких автоматически действующих камер были открыты так называемые *ливни*, т. е. потоки значительного числа одновременно возникающих частиц. Эти ливни преимущественно возникают в массивных твердых телах, например в стенках камеры. Если внутрь камеры ввести свинцовую перегородку, то можно наблюдать возникновение ливня в этой перегородке. На снимке 7 (см. приложение) приведены две фотографии, полученные с помощью камеры, в которой расположены три свинцовые пластинки. Одна космическая частица, след которой виден сверху, повела к образованию в первой пластинке трех быстрых частиц, которые в следующих пластинках образовали большое число новых частиц. В результате образовался каскадный ливень.

Возникновение ливней может быть объяснено следующим образом. Быстрая заряженная частица, например электрон, испытывает потерю энергии двух видов: а) *ионизационную потерю*, ведущую к ионизации частиц, мимо которых она пролетает; б) *радиационную потерю*, обусловленную тем, что, испытывая ускорение в поле ядра, вблизи которого пролетает частица, она излучает. Если скорость частицы велика, то излучение будет весьма жестким, т. е. будет состоять из γ -фотонов большой энергии. Если энергия такого

фотона значительно превышает величину $2m_0c^2$, где m_0 — масса покоя электрона, то этот фотон может, двигаясь в веществе, образовать пару позитрон — электрон с большой энергией (§ 377). Каждая из этих частиц — позитрон и электрон — излучит по γ -фотону, которые в свою очередь образуют пары и т. д. Этот процесс появления новых и новых частиц будет длиться, пока энергия возникающих электронов не станет меньше некоторой критической. Совокупность всех возникающих частиц и образует ливень.

Радиационные потери энергии и вероятность образования пар пропорциональны квадрату зарядового числа Z^2 атомов того вещества, через которое проникает излучение. Наблюдения над поглощением космических лучей в различных веществах показали, что именно такая зависимость справедлива для мягкого компонента. Поэтому можно считать, что *мягкий компонент космических лучей состоит из электронов, позитронов и излучаемых ими γ -фотонов.*

Иную закономерность дает поглощение жесткого компонента. Поглощение жесткого компонента зависит только от числа электронов в поглощающем слое вещества. Это означает, что жесткий компонент испытывает лишь ионизационную потерю энергии. Вопрос о природе частиц, образующих жесткий компонент, долгое время оставался невыясненным. Лишь в результате работ, проведенных в 1936—1937 гг., удалось установить, что этот компонент состоит из особого рода частиц, получивших название *мезонов*.

В самое последнее время в результате наблюдений Н. А. Добротина и В. И. Векслера обнаружено возникновение ливней под влиянием неэлектромагнитных взаимодействий космических частиц с ядрами атомов („электронно-ядерные“ ливни).

§ 384. Мезоны. Происхождение космических лучей. Радиационные потери энергии обратно пропорциональны квадрату массы частицы. Поэтому „легкие“ электроны и позитроны испытывают всегда большие потери энергии на радиацию и не могут дать жесткого компонента космических лучей. „Тяжелые“ протоны излучают весьма мало, поэтому можно было бы предположить, что жесткий компонент космических лучей состоит из протонов весьма большой энергии. Однако ряд фактов говорит против этой гипотезы или, по крайней мере, указывает, что в состав тяжелого компонента входят не только протоны. Дело в том, что снимки, произведенные с помощью камеры Вильсона, указали на наличие в жестком компоненте следов частиц, отклоняемых в магнитном поле в разные стороны, т. е. вызванных частицами, как положительно, так и отрицательно заряженными. Кроме того, быстрые протоны должны были бы сильнее ионизовать воздух и потому следы их траекторий были бы жирными. В действительности следы траекторий частиц, присутствующих в жестком компоненте, имеют средний вид между следами путей электронов и протонов. Отсюда возникло предположение, что в жестком ком-

поненте присутствуют частицы, имеющие массу, среднюю между массами протона и электрона. Эти частицы получили название *мезонов* (по-гречески „мезос“ значит „средний“). Масса мезона, как было установлено в результате работ Андерсона, Неддермайера и др., равна приблизительно 200—300 массам электрона. Мезоны могут быть положительными и отрицательными; по численному значению заряд мезона равен заряду электрона $|e|$. Средняя энергия мезонов на уровне моря $\sim 3 \cdot 10^9$ эв, но встречаются мезоны с энергиями в 10^{10} эв и больше. В настоящее время ведутся многочисленные исследования свойств мезонов. Значительная часть этих исследований принадлежит советским физикам.

Мезоны, как и быстрые электроны, способны вызывать ливни. На снимке 8 (см. приложение) приведены полученные с помощью камеры Вильсона фотографии ливня, вызванного мезоном. Камера разделена тремя свинцовыми перегородками. Мезон (одиночный след сверху) проник через первую пластинку почти без потери энергии; во второй пластинке он вызвал ливень. Этот ливень состоит из сильно проникающих частиц, большинство которых проникает через третью пластинку без заметной потери скорости. Некоторые частицы ведут к появлению в третьей пластинке вторичных небольших ливней.

Ливни, вызываемые мезонами, разделяются на два типа: а) *ионизационные ливни*, порождаемые быстрыми электронами, высвобождаемыми мезонами из ядер, и б) *радиационные ливни*, вызванные тем, что мезоны, пролетая вблизи ядер, излучают очень жесткие γ -лучи; эти последние ведут к возникновению пар электроны — позитроны и образованию ливней.

В 1946—1947 гг. А. И. Алиханов, А. И. Алиханян и группа их сотрудников провели многочисленные опыты по измерению масс космических частиц на горе Алагез на высоте 3250 м над уровнем моря. Прибор, которым они пользовались, схематически изображен на рис. 416. Три ряда счетчиков *I*, *II* и *III* (каждый счетчик имеет вид трубки) соединены на совпадение (§ 371). С помощью соответственной радиотехнической схемы при прохождении частицы через все три системы счетчиков вспыхивают неоновые лампочки, которые

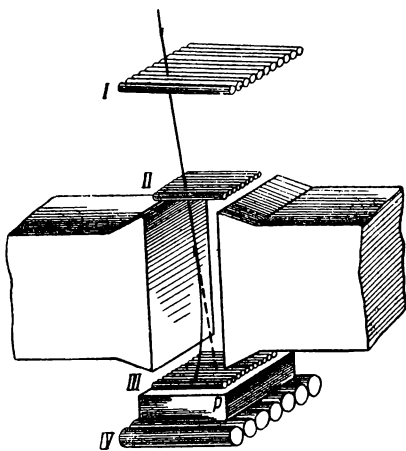


Рис. 416. Схема прибора А. И. Алиханова и А. И. Алиханяна для определения масс космических частиц.

при этом указывают, через какие именно счетчики частица пролетела. Между системой счетчиков *II* и *III* расположены полюсы большого магнита. Траектория частицы между системами счетчиков *I* и *II* представляет прямую. Если бы магнитное поле отсутствовало, то частица и далее двигалась бы прямолинейно (пунктирная линия на рис. 416). В действительности ее траектория представляет дугу окружности, радиус кривизны которой может быть определен, так как известно, через какой именно счетчик системы *III* пролетела частица. За системой счетчиков *III* располагается свинцовая пластина *P* и четвертая система счетчиков *IV*. Эта добавочная часть прибора сделана для определения проникающей способности наблюдаемых частиц. По радиусу кривизны траектории частицы и ее проникающей способности можно найти ее массу.

В настоящее время установлено, что существует несколько сортов мезонов: μ -мезоны (*мюоны*), имеющие как положительный, так и отрицательный заряды; π -мезоны (*пионы*), которые бывают положительными, отрицательными и нейтральными. Массы мезонов имеют следующие значения:

мезон	масса в долях массы электрона
μ^\pm	206,7
π^\pm	273,2
π^0	264,2

Кроме того существуют тяжелые мезоны: *K*-мезоны (положительные, отрицательные и нейтральные) с массой около 966 масс электрона и *гипероны* (Λ , Σ , Ξ -частицы) с массами 2180—2580 масс электрона.

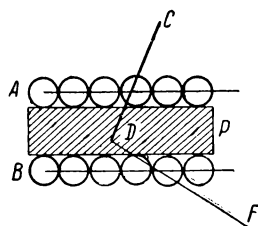


Рис. 417. Определение продолжительности жизни мезона.

Дальнейшее изучение свойств мезонов показало, что они являются неустойчивыми и распадаются. Распад мезонов был зафиксирован и на снимках в камере Вильсона и с помощью метода толстослойных пластинок. Время жизни мезонов было измерено с помощью установки, изображенной на рис. 417. Система счетчиков фиксирует пролет мезона, который затем затормаживается в свинцовой пластинке *P*. В результате распада мезона возникает новая частица, которая полетит по траектории *DF* и будет зарегистрирована счетчиками *B*. С помощью специальной радиотехнической установки можно измерить „запаздывание“, с которым вылетит новая частица.

Особенно плодотворным для изучения свойств мезонов оказался метод толстослойных фотопластинок, который, как указано в § 371,

впервые был осуществлен и использован советскими физиками Л. В. Мысовским и А. П. Ждановым.

Превращение π -мезона в μ -мезон может быть обнаружено по следам в толстослойной фотопластинке.

μ^\mp -мезоны распадаются на электрон (позитрон) и два нейтрино. Заряженные π^\mp -мезоны распадаются на μ^\mp -мезоны и нейтрино, нейтральные π^0 -мезоны — на два фотона:

$$\mu^\mp \rightarrow \mp_1 e^0 + 2_0 \nu^0 + 105,6 \text{ мзэв}; \quad \tau = 2,15 \cdot 10^{-6} \text{ сек},$$

$$\pi^\mp \rightarrow \mu^\mp + 0 \nu^0 + 34,0 \text{ мзэв}; \quad \tau = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ сек},$$

$$\pi^0 \rightarrow 2 \cdot h\nu \quad (67,5 \text{ мзэв}); \quad \tau = 10^{-14} \text{ сек}.$$

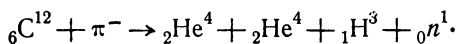
Поскольку π^\mp -мезоны превращаются в неустойчивые μ^\mp -мезоны, конечным продуктом их распада также являются электроны (позитроны) и нейтрино:

$$\pi^\mp \rightarrow \mu^\mp + 0 \nu^0 \rightarrow \mp_1 e^0 + 2_0 \nu^0 + 0 \nu^0.$$

Тяжелые мезоны также неустойчивы, и время их распада равно 10^{-8} — 10^{-10} сек. K^\pm -мезоны распадаются на μ^\pm - и π^\pm -мезоны, гипероны — на протоны, нейтроны, π^- - и π^0 -мезоны и нейтрино. Время жизни всех мезонов, как видно, очень мало.

Существенной характеристикой элементарных частиц является величина их спина. Спин π -мезонов равен нулю, спин μ -мезонов, как и спин протонов и нейтронов, равен $1/2$.

При столкновении с ядрами атомов мезоны могут вызвать ядерные превращения. Примером такого превращения может служить расщепление под влиянием отрицательного π^- -мезона ядра углерода:



При столкновении π^- -мезона с протоном могут возникнуть нейтрон и нейтральный мезон:

$$\pi^- + {}_1\text{H}^1 \rightarrow 0n^1 + \pi^0.$$

π -мезоны являются весьма ядерно-активными частицами, т. е. они легко вызывают ядерные реакции. Возможно проникновение π -мезона внутрь ядра, в результате которого происходит „взрыв“ ядра, т. е. его распад на большое число отдельных частиц. Так, А. П. Жданов наблюдал в толстослойных фотопластинках образование „звезд“, т. е. большого числа траекторий частиц, расходящихся в разные стороны из одной точки. Ему удалось зарегистрировать в одних случаях 47 и в других — 35 траекторий, исходящих из одной точки. Так как в состав фотографического слоя пластинки входят серебро с зарядовым номером 47 и бром с зарядовым номером 35, то появление звезд можно рассматривать как полное разрушение ядер этих элементов под влиянием космической частицы исключительно большой

энергии. П. И. Лукирский и Н. А. Перфилов по следам, образованным в толстослойных фотопластинках, установили, что отрицательный мезон, попадая в ядро атома, способен вызвать его взрыв; ядро разлетается при этом на составляющие его протоны и нейтроны.

В отличие от π -мезонов, μ -мезоны являются ядерно-неактивными частицами. До сих пор не установлено случаев расщепления ядер под влиянием μ -мезонов.

Существование частиц очень большой энергии подтверждается тем, что иногда (очень редко) возникают грандиозные ливни, захватывающие площади в десятки тысяч квадратных метров. Энергия частицы, вызвавшей такой ливень, должна быть не меньше $10^{15} \sim 10^{17}$ эв.

Существование распада мезонов подтверждается и аномально большим поглощением мезонов в атмосфере. Наблюдаемое поглощение мезонов в толще атмосферы больше того, которое вычисляется по поглощению мезонов в слоях свинца или других плотных веществ. Это объясняется тем, что во время движения мезонов в атмосфере часть из них успеет распасться. Сравнивая измеряемый коэффициент поглощения мезонов в определенном слое атмосферы (например, толщиной в 2 км) с ожидаемым, можно найти среднее время жизни мезонов. Полученная таким образом средняя продолжительность жизни мезонов оказывается больше непосредственно измеренной. Это вызвано тем обстоятельством, что непосредственно измеряется средняя продолжительность жизни мезонов, *застывших* в слое свинца, т. е. мезонов, практически покоящихся относительно той системы координат, в которой производится отсчет времени. В атмосфере же мезон движется со скоростью, близкой к скорости света. Поэтому следует произвести „пересчет“ времени, согласно формулам преобразования теории относительности (§ 299). Если сделать такой пересчет, то совпадение для τ , измеренного обоими способами, получается хорошим. Таким образом, наблюдения над быстрыми мезонами позволяют проверить справедливость формул преобразования времени теории относительности.

Наконец, кратко коснемся вопроса о происхождении космических лучей. Короткий период жизни мезонов показывает, что мезоны не могут быть первичными частицами; они зарождаются лишь в атмосфере под влиянием каких-то других частиц. Так как средние энергии мезонов на уровне моря около $3 \cdot 10^9$ эв, то энергия первичных частиц должна быть не меньше этой величины.

Существенно новые данные о космических лучах получены с помощью искусственных спутников Земли и космических ракет. На основании измерений магнитных полей и ионизирующего действия частиц, проведенных на советских космических ракетах, запущенных 2/I и 12/IX 1959 г., а также наблюдений, произведенных на американских ракетах, установлен новый факт: *земной шар окружен двумя радиационными поясами*, расположенными вблизи

экваториальной плоскости (рис. 418). Внутренний пояс начинается на расстоянии около 1000 км над поверхностью Земли. Во внешнем поясе максимум плотности заряженных частиц приходится на расстояние 26 000 км от центра Земли; простирается внешний пояс приблизительно до расстояния в 55 000 км от центра Земли. Пояса образованы из заряженных космических частиц, захваченных и удерживаемых магнитным полем Земли. Магнитное поле образует вокруг земного шара как бы „ловушку“, задерживающую первичное космическое излучение. Частицы, входящие в состав внутреннего радиационного пояса, — преимущественно протоны с энергией до 10^8 эв; во внешнем поясе присутствуют электроны различных энергий.

Плотность первичных космических частиц, за пределами радиационных поясов, невелика, она составляет около $2,3 \text{ част/см}^2 \cdot \text{сек}$. Первичные космические лучи приблизительно на 80% состоят из протонов, около 20% приходится на α -частицы (ядра гелия); число ядер, более тяжелых, чем ядра гелия, не превышает 1%, при этом на ядра с $Z \geq 30$ приходится не более 0,001%.

В первичных космических лучах присутствуют, по видимому, и фотоны, но приходящаяся на их долю энергия мала. Излучение, достигающее поверхности Земли, носит вторичный характер.

Первоначальные теории происхождения космических лучей должны были считаться с тем обстоятельством, что космические лучи попадают на поверхность Земли равномерно во всех направлениях. Отсюда, казалось, вытекает, что нельзя связывать возникновение космических лучей с какими-либо определенными процессами на Солнце или на отдельных звездах. Я. П. Терлецкий высказал гипотезу, что заряженные частицы ускоряются электромагнитным полем, возникающим около звезд, благодаря наличию у них магнитного момента и их вращения вокруг оси, не совпадающей с осью магнитного момента. Такая звезда может представлять собою грандиозный естественный бетатрон.

Другой механизм ускорения был предложен Ферми. В его теории частицы приобретают энергию от кинетической энергии межзвездного вещества при взаимодействиях с магнитными полями, которые вызываются сильно ионизованными облаками газа, движущегося в нашей Галактике.

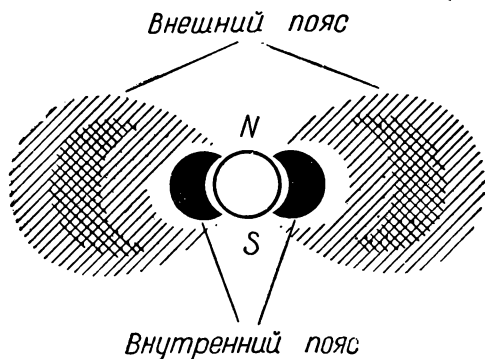


Рис. 418. Радиационные пояса вокруг Земли.

Открытие радиационных поясов показало, что равномерность по направлениям космических лучей у поверхности Земли имеет вторичное происхождение. Первичные космические лучи могут поступать неравномерно из различных частей Вселенной. Возможны неравномерности в радиации и по времени. Так, 12 сентября 1959 г. было зарегистрировано значительное возрастание числа тяжелых частиц, связанное с двумя хромосферными вспышками на Солнце. На Солнце, по-видимому, протекают процессы, в которых ядра атомов ускоряются до энергий, превышающих $1,5 \cdot 10^9$ эв/нукл. Основными источниками космических лучей, по всей вероятности, являются взрывы, происходящие на звездах („новые“ и „сверхновые“ звезды).

§ 385. Свойства элементарных частиц. Создание больших ускорителей, сообщаящих частицам энергии до сотен и тысяч мегэлектрон-вольт, позволило получить искусственно ряд новых частиц и изучить их свойства. Эти новые частицы, вместе с ранее известными — электронами, протонами и т. д. — объединяются под общим названием элементарных частиц. Название „элементарные частицы“ нельзя считать удачным, так как, во-первых, все эти частицы взаимно превращаются и, во-вторых, по крайней мере часть из них, по-видимому, можно рассматривать как различные состояния одних и тех же частиц. Благодаря большому числу проводимых экспериментальных работ, сведения об элементарных частицах пополняются очень быстро; интенсивно разрабатывается их теория. Тем не менее, наши знания об элементарных частицах пока остаются весьма неполными. В настоящем параграфе мы кратко приведем свойства элементарных частиц в том виде, как они представляются современной физике.

Прежде всего следует отметить открытие позитронов и антипротонов, которые можно рассматривать как „античастицы“ по отношению к электронам и протонам. Об открытии позитронов было сказано достаточно подробно в § 377. Первые экспериментальные сведения о существовании антипротонов были получены Лоуренсом, Сегре и группой других исследователей в 1955 г. При бомбардировке очень быстрыми протонами с энергией 630 мзэв медной мишени возникали (наряду с π -мезонами) антипротоны. Антипротоны — частицы устойчивые (при отсутствии столкновения с другими частицами).

По-видимому, существование античастиц есть общее явление и каждой элементарной частице отвечает своя античастица. *Частица и античастица различаются по знаку заряда и по направлению магнитного момента по отношению к механическому моменту (спину).* В остальном частица и античастица тождественны: они имеют одинаковые массы, одинаковые значения спина, одинаковые численные значения заряда и магнитного момента. Если в каком-либо веществе все частицы были бы заменены античастицами, то свойства вещества не изменились бы.

В случае отсутствия электрического заряда частица и античастица различаются лишь направлением магнитного момента. Примером могут служить нейтрон и антинейтрон. Нейтрон имеет спиновый момент, равный $\frac{1}{2}$, и магнитный момент, равный $-1,9\mu_{\text{я}}$, где $\mu_{\text{я}}$ — „ядерный магнетон“ (§ 379). Антинейтрон имеет спиновый момент $\frac{1}{2}$ и магнитный момент $+1,9\mu_{\text{я}}$. Если равны нулю и заряд и момент, то частица и античастица совпадают (π^0 -мезоны, фотоны). На рис. 419 сопоставлены свойства четырнадцати частиц и античастиц. Значение спина указано слева символа частицы. Частицы со спином, равным нулю или целому числу, подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна („бозоны“ — обозначены кружками), частицы с полуцелым спином — статистике Ферми („фермионы“ — обозначены квадратиком). Символы нейтрального π^0 -мезона и фотона (γ), для которых частица и античастица совпадают, нанесены на вертикальную линию, отделяющую частицы от античастиц. Из частиц, отмеченных на рис. 419, протоны и электроны (и их античастицы) устойчивы; мезоны неустойчивы: они самопроизвольно распадаются, имея весьма малое время жизни; нейтроны распадаются на протон, электрон и нейтрино со временем жизни около 18 мин.

В § 377 было указано, что электроны и позитроны, соединяясь („аннигилируя“), превращаются в два фотона, энергия каждого из которых $\geq 0,511$ мзэв. Энергия в 0,511 мзэв соответствует, в силу соотношения Эйнштейна между массой и энергией, массе покоя электрона, умноженной на квадрат скорости света: $m_0 c^2$. По-видимому такой процесс „аннигиляции“ возможен для любой пары частица — античастица:

$$\text{частица} + \text{античастица} \rightarrow 2 h\nu$$

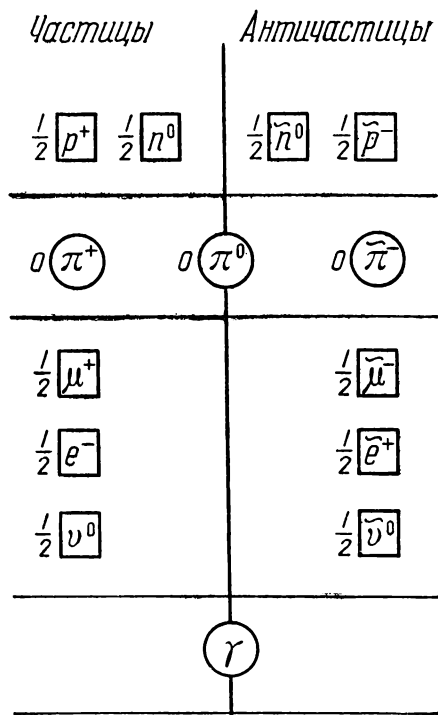


Рис. 419. Схема элементарных частиц и античастиц.

с энергией $h\nu \geq m_0c^2$, где m_0 — масса покоя частицы. В табл. XXXIII приведены значения m_0c^2 для различных частиц.

Возможен обратный процесс — рождение пары частиц за счет фотона:

$$h\nu \rightarrow \text{частица} + \text{античастица} \quad (\text{при } h\nu \geq 2m_0c^2),$$

Как было указано в § 377, образование пары электрон — позитрон из фотона происходит вблизи ядер тяжелых атомов. Вероятность образования пары электрон — позитрон при пороговом значении энергии ($h\nu = 2m_0c^2 = 1,02 \text{ мэВ}$) мала; она быстро возрастает при увеличении энергии фотона, когда образуются быстрые электрон и позитрон.

Т а б л и ц а XXXIII

Энергия, эквивалентная массе
покоя частиц

Частица	Энергия m_0c^2 , мэВ
Электрон (позитрон) . .	0,511
Протон (антипротон) . .	938,2
Нейтрон (антинейтрон)	939,5
μ^\pm -мезон	105,6
π^\pm -мезон	139,6

В отношении тяжелых частиц (протон и антипротон) процессом, более вероятным, чем их превращение в фотоны, является процесс превращения в два нейтральных π^0 -мезона:

$$\text{протон} + \text{антипротон} \rightarrow 2\pi^0.$$

При столкновении быстрых элементарных частиц происходят их взаимные пре-

вращения; например, при бомбардировке мишеней протонами с энергией в 680 мэВ наблюдаются реакции:

$$p + p \rightarrow p + n + \pi^+,$$

$$p + n \rightarrow p + p + \pi^-.$$

При превращениях всегда выполняются законы сохранения: сохранения энергии, количества движения, момента количества движения, заряда. Из этих законов можно получить ряд общих следствий. Например, из закона сохранения заряда следует, что из нейтральной частицы заряженные частицы могут возникать лишь парами — так, чтобы сумма их зарядов равнялась нулю. Из закона сохранения момента количества движения следует, что из частиц с целым спином („бозонов“) может возникнуть лишь четное число частиц с полуцелым спином („фермионов“) и т. д. Однако возможность тех или иных превращений элементарных частиц не определяется только требованием выполнения указанных законов сохранения. За последние годы ведутся многочисленные попытки выяснить причину почему одни из превращений происходят, а другие нет. Эти попытки привели к введению целого ряда новых понятий.

Превращение элементарных частиц происходит вследствие их взаимодействий. Поэтому в первую очередь представляет интерес выяснить какого рода взаимодействия между частицами ведут к их превращениям. Современная физика рассматривает три типа таких взаимодействий, причем каждому из них соответствует некоторое характерное время, определяющее тот промежуток времени, в течение которого происходит превращение.

Наиболее сильное взаимодействие имеет место при взаимодействии π -мезонов с протонами или нейтронами. Мы будем его называть *сильным или пимезонным взаимодействием*; ему соответствует характерное время 10^{-23} сек. Большая величина этого взаимодействия влечет за собой большую величину ядерных сил и быстрое протекание соответственных превращений. Следующее по величине — *электромагнитное взаимодействие*, т. е. взаимодействие между электромагнитным полем и заряженными частицами. Оно приблизительно в 100 раз меньше пимезонного взаимодействия. Его характерное время $10^{-20} - 10^{-21}$ сек. Наконец, третье взаимодействие носит название *слабого (или взаимодействия Ферми)*, оно относится к взаимодействию протона, нейтрона, электрона и нейтрино (или соответственных античастиц) и проявляется при β -распаде. Оно приблизительно в 10^{12} раз слабее электромагнитного взаимодействия и ему отвечает характерное время порядка $10^{-8} - 10^{-9}$ сек. Слабое взаимодействие проявляется также при распаде μ -мезона: $\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \nu + \bar{\nu}$. Оно связывает только частицы, подчиняющиеся статистике Ферми („фермионы“).

Силы, удерживающие протоны и нейтроны (нуклоны) внутри ядра, вызваны сильным взаимодействием. С точки зрения современной теории оно обусловлено „обменом“ π -мезонами (отсюда и его название — „пимезонное“). Теория и эксперимент показывают, что силы взаимодействия между парами протон — протон, протон — нейтрон и нейтрон — нейтрон с большой степенью точности равны друг другу. Массы протона и нейтрона также, как известно, мало отличаются друг от друга. Основное различие между протоном и нейтроном в том, что протон имеет заряд, а нейтрон — нет. Поэтому *протон и нейтрон можно считать разными состояниями одной и той же частицы — нуклона*. Если нуклон находится в состоянии с зарядом $+1$ (в единицах заряда, численно равных заряду электрона), то это протон, если заряд нуклона равен нулю — то нейтрон. Относительно небольшое различие в массах протона и нейтрона имеет электромагнитное происхождение. Энергия заряженных частиц, отлична от энергии нейтральных частиц, а потому отлична и их масса. Но так как электромагнитное взаимодействие мало по сравнению с основным „сильным“ взаимодействием между нуклонами, то различие в их массах незначительно.

Аналогично, заряженные и нейтральные π -мезоны можно рассматривать, как различные состояния одной и той же частицы и объяснить небольшое различие в массах заряженных и нейтральных мезонов электромагнитным взаимодействием. Про частицы, которые можно представлять себе как одну и ту же частицу, находящуюся в разных состояниях электрического заряда, говорят, что они принадлежат к одному „зарядовому семейству“.

Различное „состояние“ частицы, принадлежащей к одному и тому же „зарядовому семейству“, можно охарактеризовать с помощью величины, носящей название „изотопического спина“. Эта величина носит формальный характер и в ее названии слово „изотопический“ означает, что она относится к элементарным частицам, мало отличающимся по массе (не к изотопам в обычном смысле слова), а „спин“ — что она характеризуется свойствами, формально совпадающими со свойствами спина. Значение изотопического спина I подбирается так, чтобы число членов в зарядовом семействе равнялось $2I + 1$. Отдельным членам семейства соответствуют различные „проекции“ изотопического спина I_z , принимающие значения, отличающиеся друг от друга на единицу. Так, π -мезонам приписывается значение изотопического спина $I = 1$; при этом I_z принимает значения $+1, 0, -1$, первое из которых отвечает существованию π^+ -мезона, второе — π^0 -мезона и третье — π^- -мезона.

Введение понятия изотопического спина оправдывается тем, что при превращениях элементарных частиц выполняется закон сохранения изотопического спина. По этому закону полный изотопический спин всех частиц, участвующих в превращении, и его проекция не меняются в результате реакции. Закон сохранения изотопического спина выполняется только при сильном взаимодействии, поэтому частицам, между которыми действует слабое взаимодействие (электроны, позитроны, μ -мезоны), нет смысла приписывать изотопический спин.

Наконец, совсем кратко остановимся на K -мезонах и гиперонах. Начиная с 1952 г., в результате изучения космических лучей и превращений, вызванных искусственно с помощью мощных ускорителей, было установлено существование по крайней мере семи новых частиц (K^\pm , K^0 , Λ , Σ^\pm , Ξ -частицы). Эти частицы проявили такие странные свойства при их возникновении и распаде, что за ними установилось название „странных частиц“.

Гипероны и K -мезоны возникают при столкновении быстрых π -мезонов с протонами. Например, при бомбардировке π^- -мезонами с энергией порядка 10^9 эв мишени, содержащей в большом количестве протоны, происходит процесс:



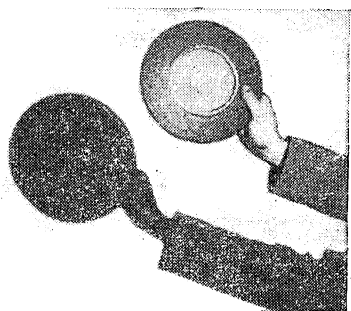
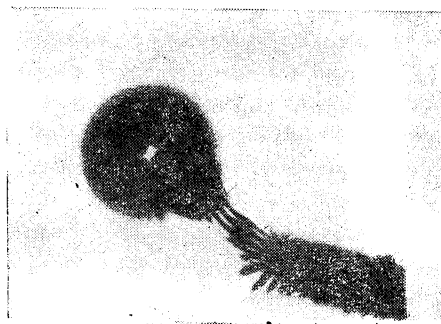
Как видно здесь возникают две новых частицы K^0 и Λ .

Первая странность новых частиц и заключается в том, что они появляются всегда парами, хотя ни один из законов сохранения не запрещает появление одной частицы. Вторая странность заключается в следующем: появление пары новых частиц происходит под влиянием удара π -мезона, т. е. под влиянием сильного взаимодействия и в соответствии с этим протекает очень быстро (порядка 10^{-23} сек). Возникший гиперон неустойчив и распадается с образованием вновь π -мезонов. Например, Λ -гиперон распадается по одной из следующих схем:

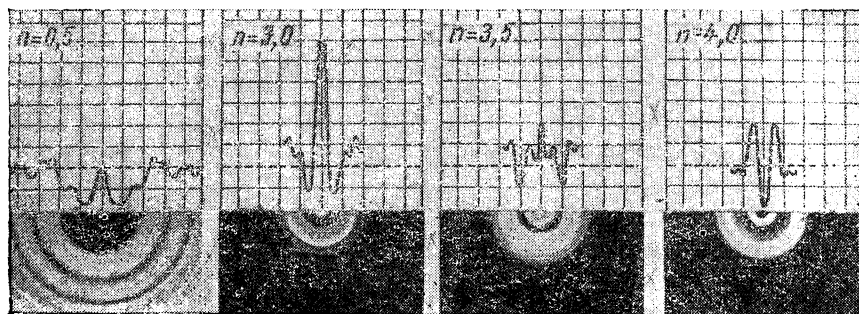
$$\Lambda \rightarrow \pi^- + p \quad \text{или} \quad \Lambda \rightarrow n + \pi^0.$$

Так как при распаде возникают π -мезоны, то процесс снова, казалось бы, должен относиться к сильным взаимодействиям и протекать быстро, со временем порядка 10^{-23} сек. На самом деле время распада Λ -гиперона гораздо больше: оно порядка 10^{-10} сек.

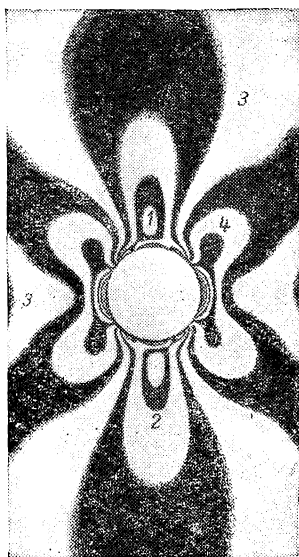
Указанное различие во времени протекания процессов образования и распада странных частиц, по-видимому, обусловлено тем, что эти два процесса в действительности вызваны разными взаимодействиями. Возникновение частиц происходит под влиянием сильных взаимодействий, при этом имеет место закон, запрещающий появление единичной частицы — они возникают лишь парами. Процесс распада единичной частицы происходит под влиянием слабого взаимодействия и в соответствии с этим — гораздо медленнее.

*a**б*

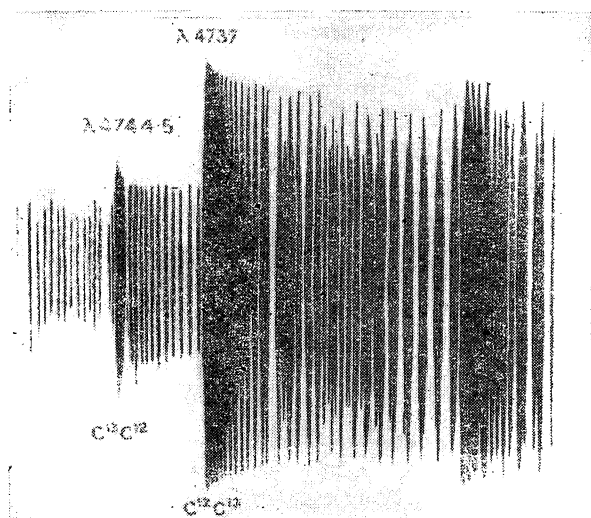
Снимок 1. Дифракция лучей при образовании тени.



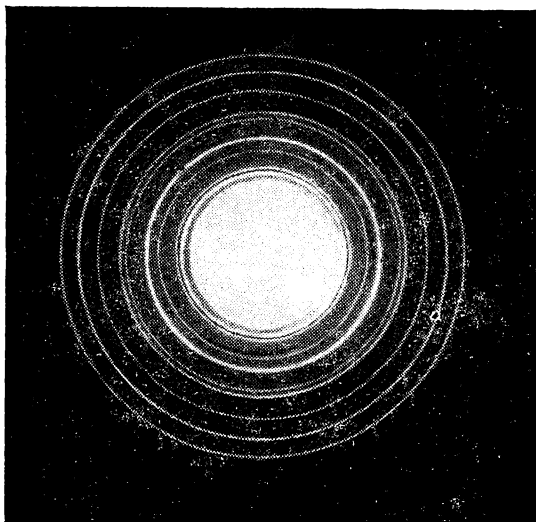
Снимок 2. Дифракция от круглого отверстия.



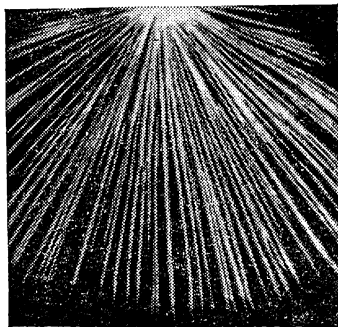
Снимок 3. Изохромы, возникающие при растяжении в пластинке с круглым отверстием.



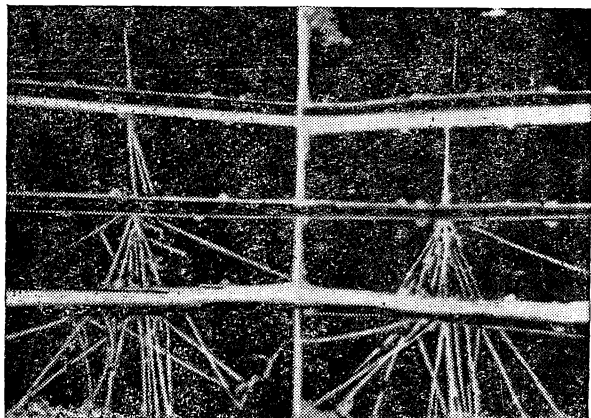
Снимок 4. Изотопический сдвиг полос C₂.



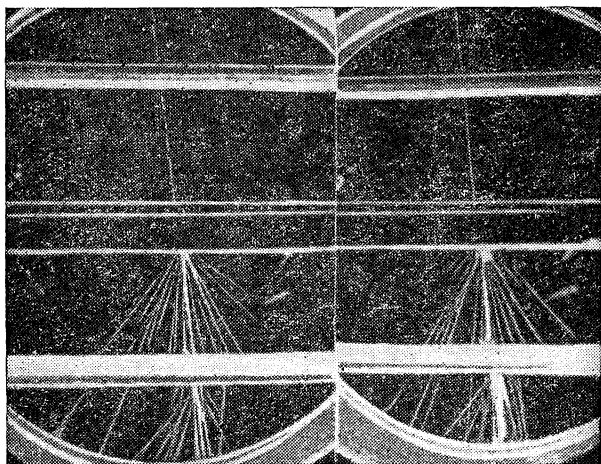
Снимок 5. Дифракционные круги, возникающие при прохождении пучка электронов сквозь медную фольгу.



Снимок 6. Следы путей α -частиц.



Снимок 7. Образование каскадного ливня.



Снимок 8. Ливень, вызванный мезоном.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аберрация** звездная 26, 236
 — сферическая 338
 — хроматическая 344
 адаптация 264, 272
Айвс 241
 аккомодация 354
 активность оптическая 212
 актиноуран 538
 актино-электрическое явление 384
Алиханов А. И. 414, 574, 592, 621
Алиханян А. И. 414, 592, 621
 альфа-распад 560, 569
 альфа-частица 557, 415, 569, 593
 америций 612
 амплитуд сложение 83
 — — графическое 87, 96, 100, 107
 амплитуда отраженных и преломленных волн 139
 — колебаний в необыкновенном луче 180
 — — в обыкновенном луче 180
 анализ люминесцентный 525
 анализатор полутеневого 216
 ангстрем 117
Андерсон 619, 621
 анизотропия искусственная 208
 аннигиляция 591
 антикатод 50
 антипротон 599
 антистоксова область 522
 античастица 626, 627, 628
 апостильб 260
 аппарат фотографический 367
 апертура 350
 — числовая 374
 апертурный угол входа 351
 — — выхода 351
 — — интерференции 36
Аркадьев В. К. 9, 49
Арцимович Л. А. 592
 астигматизм 303, 340
 — пучка 303, 307
 астигматическая разность 304
 атомная теория 411
 ахроматизм 344
- Бальмер** 422
 Бальмера серия 422, 437
 барн 588
 батарея солнечная 400
Белопольский А. А. 240
 Белопольского опыт 240
 берклий 613
 бета-распад 560, 576
 бетатрон 596
 бета-частица 564, 566, 573, 576
Биберман Л. М. 535
 бинокль 366
 — полевой 366
 бинормаль 194
 бипризма 57
 бирадиаль 192
Блохинцев Д. И. 524
 бозон 627, 628
Бонч-Бруевич А. М. 225
Бор 427, 428, 432, 468, 607
 Бора теория 427, 428, 432, 458, 459, 468, 607
Бредихин Ф. А. 54
 Брюстера закон 43
 — угол 43, 44
- Вавилов С. И.* 13, 271, 272, 295, 397, 413, 522, 523
 Вавилова метод фогометрирования 271, 272
 — опыт 397
Вейнгеров М. Л. 267
Векслер В. И. 596, 620
 вектор амплитуд 88
 векторов амплитуд сложение 88, 96, 100, 101
 вероятность перехода 485
 — состояния 549
 ветвь нулевая (*Q*-ветвь) 503, 504
 — отрицательная (*R*-ветвь) 501, 503, 504
 — положительная (*P*-ветвь) 501, 503, 504
 вещество анизотропное 177
 — левовращающее 213, 218

вещество мутное 171
 — оптически неоднородное 21, 169
 — — однородное 21
 — правовращающее 213, 218
 взаимодействие пимезонное 629
 — слабое 629
 — сильное 629
 — электромагнитное 629
 видимости порог 264
 — функция 248, 250, 265
 Вильсона камера 566
 Вина закон 283
 возбуждение электронным ударом
 429, 430
 волна рассеянная 172
 — стоячая 40, 41, 47
 — сферическая 183
 — электромагнитная 46
 — эллипсоидальная 183
 волновая поверхность 184, 192
 — — в двуосном кристалле 192
 — — в одноосном кристалле 181
 — — в отрицательном кристалле
 184
 — — в положительном кристалле
 184
 — теория света 9, 32, 45, 398, 397
 волновой пакет 540
 — фронт 33
 волновые свойства частиц 526
 восприятие света 263
 вращение плоскости поляризации 212
 — — — магнитное 216
 вращения постоянная 215
Вуд 158, 431
Вульф Ю. В. 128
 Вульфа — Бреггов условие 128
 выход квантовый 524

Гамма-лучи 50, 557, 572, 591, 619
 Гайгера — Нэттола закон 570
Гейзенберг 538, 540
 генератор Ван-Граафа 593
Гермер 529
 гиперон 622, 630, 631
Глаголева-Аркадьева А. А. 49
 глаз 263, 354
 — близорукий 355
 — дальзоркий 355
 — приведенный 354
 Голя индикатор 268
Голицын Б. Б. 11, 241
Гросс Е. Ф. 515
Гюйгенс 9, 32
 Гюйгенса принцип 32
 Гюйгенса — Френеля принцип 80

Давление света 50, 52, 53, 54
 дальномер 366
 дейтерий 439
 дейтон 587, 597
 деление ядер 609
 дефект массы 555, 582
 диафрагма апертурная 350
 — действующая 350
 дисперсии наблюдение 156, 158,
 159
 дисперсия 151
 — аномальная 156, 158, 159
 дисперсия вещества 151
 — угловая дифракционной решетки
 112
 — — призмы 164
 диссоциация молекул 507
 дисторсия 341
 дифракционная решетка 110
 — — вогнутая 115
 — — отражательная 111
 дифракция 9, 36, 80, 81
 — в микроскопе 373, 375
 — в параллельных лучах 99, 104
 — от круглого отверстия 104, 91
 — от края полуплоскости 94
 — от линейной решетки 121
 — от многих щелей 105
 — от многомерной решетки 121
 — от непрозрачного круглого экрана
 93
 — от непрозрачных преград 91
 — от одной щели 99, 100
 — от ультразвуковых стоячих волн
 126
 — рентгеновых лучей 127
 — Фраунгофера 99
 — Френеля 91
 — электронов 529
 дихроизм 179
 длина оптического пути 21, 22, 341,
 342
 — пробега α -частицы 569
 — — протона 580, 583
Добрецов Л. Н. 600
Добронравов Н. И. 13, 395
Добротин Н. А. 620
 Допплера явление 237
 — — поперечное 239
 дублеты спектральные 460, 464
Дэвисон 529

Евклид 13

Жданов А. П. 568, 623
Жолио-Кюри 584, 588

Заряд ядра 419
 затухания закон гиперболический 523
 — — экспоненциальный 523
 Зеемана явление 452, 453
 — — аномальное 453
 земли редкие 476
 зоны кольцевые 81
 — полосатые 95
 — Френеля 81
 зрачок 263
 — входа 350, 352
 — выхода 350, 353
 зрение бинокулярное 356
 — двумя глазами 356
 зрение дневное 264
 — периферическое 264
 — стереоскопическое 357
 — сумеречное 264

Иваненко Д. Д. 381, 413, 605
 излучатель косинусный 255
 излучение абсолютно черного тела 282
 — равновесное 276, 291, 292
 — сплошное 380, 382
 — температурное 279
 — тормозное 380, 382
 — Черенкова 282
 — электрона 379
 измерение длины световых волн 39, 76, 115
 изображение 313
 — даваемое системой 323
 — — телескопической системой 335
 — — тонкой линзой 331
 изомерный переход 600
 изотоп 553
 — радиоактивный 588
 — стабильный 562
 изотопический сдвиг молекулярных полос 513
 изоэлектронный ряд 439, 474, 476
 иммерсия 374
 интенсивности правило 486
 — распределение в рассеянном свете 173
 — — в рентгеновом спектре 381
 — — в спектре абсолютно черного тела 290
 — — по длинам волн 281, 293
 — — при интерференции многих пучков 108
 интенсивность лучей отраженных 19, 139, 140
 — — преломленных 19, 139, 140
 — — необыкновенного луча 180

интенсивность обыкновенного луча 180
 — поляризованного луча 180
 — рассеянного света 173
 — спектральных линий 485
 интерференции применения 68
 интерференционная метрология 75
 — спектроскопия 118
 интерференционное измерение длин 70
 — — углов 67
 — исследование плоскостей 68
 интерференционный дилатометр 70
 интерференция 8, 36, 55
 — многих пучков 106
 — от клина 66
 — от тонких пластинок 66
 — поляризованных лучей 199
 — при отражении от пластин с непараллельными поверхностями 64
 — — — от плоско-параллельных пластин 60
 — рентгеновых лучей 126
 интерферометр 71
 — Жамена 71
 — Майкельсона 74
 — Рождественского 159
 — Фабри и Перо 118
 ионизация атома 483
Иоффе А. Ф. 13, 385, 395
 Иоффе — Добронравова опыт 395
 Иоффе опыт 385
 источники света 292

Калифорний 613
 камера-обскура 8
Капица П. Л. 570
 катодолюминесценция 525
 каустическая линия 307
 квант световой 393
 квантование 534
 — энергии 435, 443, 534, 542, 546
 квантовое число 433, 441, 548
 — — азимутальное 442
 — — вращательное 499
 — — главное 443, 545
 — — колебательное 494
 — — магнитное 450
 — — побочное 462
 — — пространственное 446
 — — радиальное 442
 — — эффективное 456
 Керра постоянная 210
 — явление 209
 — ячейка 211
К-захват 578

- Кирхгофа закон 278
Клемент Ф. Д. 523
Козырев Б. П. 268, 273
 колбочка 263
 количество движения светового по-
 тока 50
 — фотона 394
 кома 339
 компенсатор 195
 — Бабине 195
 — Солейля 195
 Комптона явление 402
 конверсия внутренняя 572
 конкурирующие процессы 598
 Корню спираль 97
 котел урановый 611, 613
Кравец Т. П. 410
 кривизна лучей 170
 кристалл двуосный 179
 — одноосный 179
 — отрицательный 184
 — положительный 184
 Кубецкого трубка 266
Кулибин И. П. 305
Курчатов И. В. 414, 600
Кюри Ирен 584, 588
Кюри Пьер 557
Кюри-Склодовская Мария 557
 юри 564
 юрий 612
- Лагранжа — Гельмгольца инвариант
 315, 320
 лазер 490
 Ламберта закон 255
 лампа люминесцентная 296
 — накаливания 294
Ландау Л. Д. 608
Ландсберг Г. С. 13, 516
 Лауэ опыт 126
Лсбедеа П. Н. 11, 394
Ленин В. И. 12, 246, 412, 591
 ливень 619, 621
 — ионизационный 621
 — радиационный 621
 линза ахроматическая 344
 — толстая 327
 — тонкая 316
 линзы тонкие на конечном расстоя-
 нии друг от друга 331
 линия прямого зрения
Линник В. П. 58, 126
 Линника опыт 58, 75, 126
 Ллойда опыт 57, 141
Лодыгин А. Н. 294
Ломоносов М. В. 10, 32, 305, 361, 411
- Лоренц — Лорентца формула 161
 Лоренца теория 134, 412
Лукирский П. И. 390, 624
 Луммера — Бродхуна кубик 270
 лупа 359
 луч 8, 32
 — необыкновенный 178, 184
 — обыкновенный 178, 184
 лучепреломление двойное 177
 — в электрическом поле 209
 — искусственные 208
 лучи инфракрасные 49, 147
 — космические 616
 — параксиальные 308
 — рентгеновы 48, 126
 — ультрафиолетовые 48, 163
 люкс 259
 люксметр 274
 люмен 259
 люминесценция 520
- Магнетон Бора 448
 — ядерный 601
 мазер 490
 Майкельсона опыт 223
 Максвелла теория 133
Максутов Д. Д. 363
 Малю закон 180,
Мандельштам Л. И. 13, 148, 176, 377,
 413, 516
 мегаэлектрон-вольт 556
 мезон 620
 менделевый 613
Менделеев Д. И. 413, 468
 Менделеева периодическая система
 468, 482
 — таблица 469, 478
 мениск отрицательный 331
 — положительный 331
 мера концевая 79
 метастабильное состояние 467
 метод крюков 160
 — меченых атомов 600
 — определения неоднородностей 170
 — Рождественского наблюдения ано-
 мальной дисперсии 160
 — толстослойных фотопластинок 568
 — фотоупругости 209
 механика квантовая 526
 микрокюри 564
 микроскоп 363
 микрочастицы 526, 535
 милликюри 564
 мираж 170
Михельсон В. А. 11, 284
 модель атома ядерная 414

модель ядра оболочечная 609
 Мозелея закон 440, 474, 482
 молекула двуатомная 491
Молчанов В. А. 225
 момент атома магнитный 446
 — орбитальный 462
 — полный 462
 — электрона магнитный 460
 — механический 460, 462
 — ядерный 600
 моментов сложение 463
 мощность излучения 247, 260
Мысовский Л. В. 568, 617

Нейтрино 578

нейтрон 605
 нептуний 612
 нерв зрительный 263
 нуклон 605
Ньютон 9, 37, 152, 156
 Ньютона кольцо 67, 140

Обман оптический 356

оболочек электронных застройка 472, 478
 оболочка ирисовая 263
 — радужная 263
 — роговая 263
 — сетчатая 263
 — электронная 472
 — замкнутая 474
 образование пар 591
 объектив 360, 363, 367
 одиночники 465
 окраска дополнительная 206
 окуляр 360, 363, 367
 — Гюйгенса 332, 352
 опалесценция 176
 оптика 7
 — геометрическая 302
 — движущихся тел 235
 — лучевая 302
 — прикладная 302
 оптико-акустическое явление 268
 орбита круговая 433
 — эллиптическая 441
 ортоводород 601
 ортогелий 466
 освещенность 250, 258, 261
 — в пределах изображения 349
 — внутри сферы 274
 осколки ядра 610
 остаток атомный 455
 ось оптическая второго рода 194
 — главная 308

ось оптическая кристалла 179

— первого рода 192
 отверстие относительное 368
 отклонение α -частиц 415
 отражение света 13, 33, 138
 — диффузное 16
 — от металла 148
 — от плоской поверхности 305
 — полное внутреннее 18, 146
 отражения закон 13, 34
 — коэффициент 148
 очки 365

Параводород 601

парагелий 466
 Паули принцип 470, 471
 период полураспада 558
Перфилов Н. А. 624
Петржак К. А. 609
Петров В. В. 11, 295, 521
 пирометр радиационный 300
 — с исчезающей нитью 298
 пирометрия оптическая 296
 Планка постоянная 12, 286, 382, 432
 — формула 286, 288, 489
 пластинка в полволны 202
 — в четверть волны 201
 — кристаллическая между николями 204
 — Люммера — Герке 117
 — плоско-параллельная 60
 плоскостей главных положение 322
 плоскости главные глаза
 — — одной преломляющей поверхно-
 сти 326
 — — системы 322, 325
 — — толстой линзы 327
 — — тонкой линзы 331
 — сопряженные 325
 плоскость главная 322, 326
 плотность излучения 53, 291, 489
 плутоний 612
 поверхность абсолютно матовая 16
 — нормалей 189
 — одинаковых фаз 167
 поглощательная способность 277
 поглощение отрицательное 490
 поглощение света 134
 поглощения коэффициент 135, 160
 погрешности оптических систем 337
 позитрон 590, 619
 полоний 557
 полоса молекулярная 492
 — флюоресценции 498, 522
 — электронно-колебательная 496

полосы интерференционные равного наклона 59, 62
 — — равной толщины 59, 64
 поляризации степень 199
 поляризационные приборы 195
 поляризация 42
 — круговая 147, 199
 — при двойном лучепреломлении 177
 — при отражении 43, 137, 139
 — — — от металлов 149
 — при преломлении 44, 137, 139
 — хроматическая 206
 — частичная 44, 202
 — эллиптическая 147, 150, 199
 поляроид 198
Померанчук И. Я. 381
 постоянная радиоактивного распада 558
 — эталона 120
 потенциал ионизации 440, 483
 — критический 430
 — резонансный 431
 потенциальная кривая двуатомной молекулы 493, 507, 508, 510
 потенциальный барьер 544
 — ящик 541, 543
 потери ионизационные 619
 — радиационные 619
 поток световой 247, 261, 265
 — — через оптическую систему 346
 — — энергия 50, 247
 пояс радиационный 624
 правило отбора 429, 451, 457
 превращение пар 591
 предиссоциация 512
 преломление света 13, 33, 137
 — — в призме 18, 163
 — — у плоской поверхности 305
 — — у сферической поверхности 308
 преломления закон 14, 34
 — коэффициент 14, 35, 36, 133, 150
 — — абсолютный 14
 — — металлов 150
 — — необыкновенного луча 187
 — — обыкновенного луча 187
 — — относительный 14
 — коэффициента зависимость от длины волны 133, 150, 156
 преобразования Галилея 228
 — Лоренца 228, 229
 приборы оптические 358
 призма 18, 162
 — Волластона 196
 — Николя 197
 — полного внутреннего отражения 20
 призмы скрещенные 157

Прилежаев С. С. 390
 прожектор 369
 — отражательный 370
 пространство фазовое 549
 протон 419, 596, 605
 прямолинейное распространение света 7, 8, 86
 пурпур зрительный 410
 пучок лучей астигматический 303, 304
 — — гомоцентрический 302, 303
 пятно желтое 264
 — темное 264

Радий 557
 радиоактивное семейство 562
 радиоактивность естественная 556
 — искусственная 588
 радиоактивный ряд 562
 радиоспектроскопия 601
 радия эманация 557
 радон 557
 разрешающая сила дифракционной решетки 112
 — — микроскопа 373, 377
 — — объектива 372
 — — оптических приборов 371
 — — призмы 166, 167
 распределение β -частиц по скоростям 576
 — Бозе — Эйнштейна 551
 — Больцмана 550
 — Ферми 550
 распространение света в движущихся телах 220
 рассеяние α -частиц 414
 рассеяние рентгеновых лучей 400
 — света 171, 173
 — — комбинационное 516
 — — модулированное 515
 — — молекулярное 175
 расстояние наилучшего зрения 355
 расщепление спектральных линий в магнитном поле 450, 452
 — — — в электрическом поле 453
 — ядер α -частицами 579
 — — дейтонами 593
 — — нейтронами 584
 — — протонами 593
 — — резонансное 583
 реактор 612, 614
 реакция сенсibilизированная 409
 — фотохимическая 408
 — ядерная 586, 598
 — — цепная 609, 611
Резерфорд 418, 557, 580, 593
 резонанс квадрупольный 604

- резонанс гирамагнитный 604
 — ядерный 604, 583
 Релея — Джинса формула 284, 489
 Релея закон 173
 — критерий 113
 Рёмер 25
 Рентгена лучи 48
 рентгеноструктурный анализ 126
 рефракция астрономическая 170
 — атомная 162
 — вещества 161
 — коническая внешняя 194
 — — внутренняя 194
 — молекулярная 162
 решетка двумерная 122
 — дифракционная 105, 110, 115
 — — вогнутая 115
 — — отражательная 111
 — пространственная 123
 Ридберга постоянная 424, 435, 438
 Рождественский Д. С. 11, 159, 377, 413, 455, 456, 487
 ромб Френеля 147
 Русинов Л. И. 600
- Савостьянова М. В.* 410
 сахариметр 216
 сверхтонкая структура спектральных линий 600
 свет 7
 — естественный 43, 142
 — плоско-поляризованный 43, 142, 196
 — поляризованный 43, 142
 — частично поляризованный 44, 202
 светимость 250
 — абсолютно черного тела 281
 — интегральная 277
 — энергетическая 276
 светосила объектива 368
 свеча международная 259
 свечение резонансное 431
 свиль 172
 связь атомная 491
 — ионная 491
 сенсibilизатор 409
 серия Бальмера 422, 424, 437
 — спектральная 422, 425, 429, 437
 сечение захвата 587
 сила оптическая 309
 — света 250, 251
 синусов условие 339, 343
 синхротрон 596
 синхрофазотрон 596
 система оптическая 320
 — — глаза 353
- система поверхностей центрированная 320, 326
 — телескопическая 334
Скобельцын Д. В. 405, 414, 574, 618
 скорости света определение астрономическое 25
 — — — методом вращающегося зеркала 29
 — — — вращающейся призмы 30
 — — — звездной aberrации 26
 — — — зубчатого колеса 28
 — — — с помощью ячейки Керра 211
 скорость света 25, 32, 167, 211
 — — групповая 168
 — — фазовая 167
 смещения правило 560
Смолюховский 175
 совпадений схема 568
 соотношение между массой и энергией 244, 582
 — неопределенности 538
 состояние вырожденное 444
 — стационарное 427
 спектр 152
 — атомный 422, 437, 455, 463, 464
 — линейчатый 153
 — γ -лучей 572
 — молекулярный 491, 499, 502, 512
 — поглощения 160, 425, 441, 497, 509
 — рентгенов 477, 480, 484
 — сплошной 152, 441, 510
 — флюоресценции 431, 498, 520
 спектрограф 162
 — магнитный 574
 — рентгенов 128
 спектроскопия высокой разрешающей силы 116
 — интерференционная 118
 спин изотопический 630
 — электронный 459, 460
 статистика квантовая 548
 статистика классическая 548
 Стефана — Больцмана закон 282
 стильб 260
 Стокса правило 498, 521
Столетов А. Г. 11, 384
 строение атома 412, 432, 470
 — атомного ядра 413, 604
 — молекулы 490
 сублимат-фосфор 523
 сумма световая 524
Сушкин 535
 схема уровней 428, 429, 431, 457, 464, 467, 484
 сцинтилляции 416, 565

счетчик частиц 567
 — ионизационный 567
 — сцинтилляционный 565

Тамм И. Е. 382

Тартаковский П. С. 529

телескоп 361

— Максутова 363

— отражательный Ньютона 363

тело абсолютно черное 278

— серое 292

— стекловидное 263

температура излучения 291

— цветовая 297

— яркостная 298, 299

теория истечения 9

— корпускулярная 9, 35, 36

— относительности 226

— — общая 245

— фотонная 393, 404, 591

— электромагнитная 45

— ядра капельная 607

Теренин А. Н. 432, 509, 600

Теренина метод определения энергии
 диссоциации 509

Терлецкий Я. П. 625, 596

терм рентгенов 483

— спектральный 424, 427, 464

термистор 268

термодинамика излучения 275

термоядерная реакция 615

— — регулируемая 616

Тимирязев К. А. 408

точка ближняя 354

— главная 323

— дальняя 354

точки сопряженные 310

трансурановые элементы 609, 612

триплеты спектральные 465

трифит 439, 597, 615, 616

труба Галилея 365

— зрительная 360

— ночезрительная 361, 305

трубка Рентгена 50

Увеличение линейное 314

— продольное 316

— — системы 325

— телескопической системы 335, 336

— угловое 315

увлечения коэффициент 222

угол наименьшего отклонения 163

— параллакса

— предельный 18

ультрамикроскоп 378

Умова — Пойнтинга вектор 189

уран 556, 609

урановый котел 611, 614

уровни энергии в атомах 428, 437,
 457, 464, 467, 484

— — в кристалле 524

— — в молекуле 494, 500, 503, 506

— — в ядре 575, 583

Фабрикант В. А. 490, 535

фаза колебаний 81, 90

фазотрон 596

фазы изменение 140

— скачок 146

Фарадей 217

Ферма принцип 21

фермий 613

фермион 627, 628, 629

Физó 28

— опыт 221

Флёрв Г. Н. 609

флуктуация светового потока 396

флюоресценция 431, 464, 520

Фок В. А. 91, 245

фокальная линия 304

— — меридиональная 307

— — сагиттальная 307

фокус главный 310, 322, 326, 327

— точечный 310, 322

фокусное расстояние 310

фокусы главные глаза 354

фонарь проекционный 368

фосфóр 523

фосфоресценция 520

фотографический процесс 409

фотография цветная 41

фотоионизация 441

фотолюминесценция 275

фотометр дифференциальный 273

— интегральный 274

— с трехгранной призмой 269

— шаровой 274

фотометрические величины 258

— единицы 258

фотометрия 258

— визуальная 263

— объективная 263

фотон 11, 393, 404, 591

фотосопротивление 399

фотоэлемент 265, 399

— с запирающим слоем 400

— твердый 400

фотоэффект 11, 399

— внутренний 399

— избирательный 388

— ядерный 587

фотоэффекта граница 387

Франк И. М. 382
 Франка — Кондона принцип 510
 Фраунгофер 99, 111
 Фраунгофера линии 152
 Френеля зеркала 56
 — формула 137, 143
 Френкель Я. И. 607
 Фуко 29, 36
 функция амплитудная 533

 Характеристика вольтамперная 386, 391
 хемилюминесценция 275
 хрусталик 263

 Цвет 39
 цвета тонких пластинок 66
 циклотрон 594

 Частица странная 630
 — элементарная 526
 Черенков П. А. 382
 Черенкова счетчик 568
 число волновое 423
 — зарядовое 418, 440, 468, 553

 Шкала электромагнитных волн 48
 Шредингера уравнение 530
 — — амплитудное 534
 Штарка явление 453
 Штерна и Герлаха опыт 449, 601

 Эйнштейн 225, 388, 245, 487, 489
 Эйнштейна формула 388
 эйнштейний 613
 эквивалент света механический 262
 экран дополнительный 94
 экстинкции коэффициент 172

электрон валентный 455
 — конверсии 572
 электроны эквивалентные 471
 эллипс кеплеров
 энергетика ядерная 613
 энергетические единицы 261
 энергия атомная 414
 — β -частиц 577
 — вращательная молекулы 492, 498, 500
 — диссоциации 508
 — ионизации 440, 483
 — колебательная молекулы 492, 493, 500
 — образования ядер 555, 608
 — расщепления ядер 555, 581, 610, 613
 — светового потока 247, 262
 — связи частиц в ядре 556, 606, 608
 — стационарных состояний атома 427, 435, 456
 — фотона 393
 — электронной оболочки молекулы 492, 503, 506
 — ядерная 555
 эталон длины 77, 79
 — Фабри и Перо 118, 79
 эфир 9, 137, 220, 222

 Юнга опыт 37

 Яблочков П. Н. 295
 ядерный реактор 614
 ядерная энергетика 613
 ядро атомное 553
 яркость 255, 261, 357, 348

1р. 37к.